

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

**Espectroscopia não-linear e efeitos de velocidade  
em grades induzidas eletromagneticamente  
em átomos frios**

*George Cunha Cardoso*

Tese apresentada ao Departamento de Física da Universidade Federal de Pernambuco  
como parte dos pré-requisitos para a obtenção do título de Doutor em Ciências.

Orientador:

*Prof. José Wellington R. Tabora*

Banca examinadora:

*Prof. Arturo Lezama*

*Prof. Lúcio Hora Acioli*

*Prof. Paulo Alberto Nussenzweig*

*Prof.<sup>a</sup> Sandra Sampaio Vianna*

Recife, 8 de março de 2002



*A memória do meu pai,  
e da minha mãe.*



## Agradecimentos

Ao meu orientador, Prof. José Wellington Tabosa, por ter sido um excelente maestro no curso dos meus trabalhos de pesquisa, pelas idéias e pelas discussões.

Agradeço aos professores do Departamento de Física, em particular aos do Grupo de Óptica, Prof.<sup>a</sup> Sandra Vianna, Prof. José Roberto Rios Leite, Prof. Lúcio Acíoli, Prof. Cid Araújo e Prof. Anderson Gomes, por manterem um grupo de pesquisa ativo e frutífero.

Aos vários visitantes que aqui estiveram. Em particular ao Prof. Arturo Lezama, pelas discussões físicas e pelo ânimo trazido pelo seu entusiasmo. E ao Sérgio Barreiro, que veio pra ficar por mais tempo.

Agradeço ainda aos colegas do grupo de óptica. Sem eles não haveria empréstimos de equipamentos e peças, sem eles não haveria discussões e dicas. Faltariam modelos para seguir. Agradeço ao Nikifor Rakov, ao Glaucio Maciel, ao Renato Araújo, ao Leonardo Menezes, ao Carlos Bosco, ao Daniel Felinto e ao Hugo Cavalcante, pois visitei os laboratórios deles por muitas e muitas vezes, e fui sempre muito bem recebido. Mais ainda agradeço ao Wictor Carlos Magno e ao Alberto Einstein de Araújo, por esses mesmos motivos, mas também pela companhia.

Agradeço também a todos os professores e funcionários do Departamento de Física.

Quero agradecer a minha mãe pelo apoio durante a montagem e construção do texto da tese, e às minhas irmãs Eliana e Geanne pela ajuda de fato na digitação da bibliografia e parte do texto e equações em Latex.

Também agradeço a minha namorada, hoje minha mulher, Carolina, pelas manipulações de arquivos, revisões de texto e pelas figuras que preparou. E pela hospitalidade enquanto escrevi a tese em sua casa.

Agradeço ao Ricardo Andrade, da iniciação científica, que desenhou grande parte das

figuras dos apêndices.

Não posso deixar de agradecer aos meus “gurus” de Latex e Miktex: Leonardo Cabral, Sergio Barreiro, Cláudio Floridia, Hugo Cavalcanti e Clécio Silva, que me pouparam de horas e horas de leitura de manual.

Agradeço ao CNPq pela bolsa e pelo financiamento de grande parte dos trabalhos de pesquisa.

Finalmente agradeço aos membros da banca examinadora pelo interesse mostrado no meu trabalho, e pela colaboração na revisão do texto.

Muito obrigado.

George Cunha Cardoso

## Resumo

Estudamos processos ópticos não-lineares de mistura de quatro ondas (MQO) com conjugação de fase em átomos frios de césio, obtidos numa armadilha magneto-óptica. Foram objeto desse estudo, o desenvolvimento de uma técnica não-destrutiva de velocimetria de átomos frios, análise de sinal de MQO em níveis vestidos de energia, e MQO por espectroscopia coerente em sistemas que apresentam transparência eletromagneticamente induzida (EIT) e absorção eletromagneticamente induzida (EIA). A técnica de velocimetria desenvolvida foi baseada numa transferência de grade de população. A velocidade atômica é estimada da taxa de decaimento da modulação espacial da grade, devido ao movimento atômico, que medimos através de um feixe difratado. Na MQO nos átomos vestidos, tratamos um sistema degenerado de dois níveis com os campos fortes da armadilha acoplados ao mesmo, e consideramo-lo simplesmente como um sistema de dois níveis, vestido pelos campos de armadilhamento. Foram esses níveis vestidos os considerados para a realização da MQO. Encontramos uma excelente concordância dos resultados experimentais com o formalismo teórico. Finalmente, fizemos espectroscopia coerente em sistemas de dois níveis degenerados. Observamos sinais com ressonâncias estreitas, subnaturais, que de acordo com modelos que desenvolvemos, são resultado de decaimentos lentos dos estados fundamentais do sistema. No sistema que apresenta EIT, conseguimos reproduzir adequadamente os resultados experimentais, nas várias configurações de polarização dos feixes e de varredura de frequências, a partir de modelos Lambda ou de dois níveis abertos. Mostramos que para ressonâncias estreitas, mesmo as baixas velocidades atômicas associadas às temperaturas da armadilha, são capazes de mostrar conseqüências espectrais, indicando a possibilidade de uma outra técnica de velocimetria. Olhando a MQO como uma difração numa grade de população ou coerência, concluímos que as larguras de linha subnaturais só existem para grades não-estacionárias. No sistema com EIA, mostramos ser impossível explicar os espectros de MQO, particularmente uma interferência destrutiva observada, sem a inclusão da degenerescência Zeeman, sendo modelos Lambda ou de dois níveis, totalmente inapropriados.

## Abstract

We have investigated phase-conjugate four-wave mixing (FWM) processes in magneto-optically cooled cesium atoms. The experiments involved from the development of a nondestructive cold atom velocimetry technique, to FWM spectroscopy in dressed states, and to performing FWM coherent spectroscopy in systems presenting electromagnetically induced transparency (EIT) and electromagnetically induced absorption (EIA). The velocimetry technique is based upon a population grating transfer. The velocity is estimated by the decay rate of the grating spatial modulation, due to atomic motion, that is measured through a diffracting beam. To perform FWM in the dressed states, the trapping fields were used as the strong dressing fields, while the FWM beams were weak. In modeling the problem, the degenerate two-level system was simply considered as a pure two-level system dressed by the trapping fields. Notwithstanding, we have found very good agreement between theory and experiment. Finally, we have performed coherent FWM spectroscopy in degenerate two-level systems. Subnatural linewidth narrow resonances were observed which, according to the models that we have developed, are due to slow population decay rates in the system's ground state. In a system presenting EIT, we have adequately reproduced the experimental results for all the polarization configurations and scanning beam choices we made, by using simple Lambda or open two-level systems. We have shown that, for narrow resonances, even the very low atomic speeds found in the magneto-optical trap (MOT) may present spectral consequences, indicating the possibility for another cold atom velocimetry technique. Regarding the FWM as diffraction on a population or coherence gratings, we have found that the subnatural linewidths may be present only for non-stationary gratings. In the system presenting EIA, we have shown it to be impossible to explain the FWM spectra, in particular an observed destructive interference, without the inclusion of the Zeeman degeneracy. In this case, Lambda and two-level models are utterly inappropriate.



# Conteúdo

<b>1</b>	<b>Introdução Geral</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Introdução à óptica não-linear em átomos frios</b>	<b>5</b>
2.1	Susceptibilidades não-lineares	5
2.2	Níveis de energia da linha $D_2$ do césio	7
2.3	A Armadilha magneto-óptica	10
<b>3</b>	<b>Difração de Bragg em grade de população transferida. Aplicação em velocimetria de átomos frios e estudo de saturação</b>	<b>13</b>
3.1	Velocimetria de átomos frios	13
3.2	O esquema experimental	15
3.3	Difusão térmica da grade de população	19
3.4	Resultados e Discussão	20
3.5	Ordens superiores de difração	23
3.6	Saturação das susceptibilidades e anarmonicidades da grade	26
3.6.1	Saturação das susceptibilidades para único campo modulado espacialmente	29
3.6.2	Saturação na escrita da grade transferida	30
3.6.3	Saturação das grades de população: resultados dos modelos e dos experimentos	31
3.7	Conclusão	37
<b>4</b>	<b>Mistura de Quatro Ondas em Átomos Frios Vestidos</b>	<b>38</b>
4.1	Átomos Vestidos	38
4.2	Vestindo o átomo	40
4.2.1	Acomplosamentos entre os níveis vestidos	44
4.3	Espectro de Mollow	47

4.4	Experimento de Mistura de Quatro Ondas . . . . .	83
4.5	Mistura de quatro ondas nos níveis vestidos: Modelo . . . . .	86
4.5.1	Um cálculo da mistura de quatro ondas nos níveis vestidos . . . . .	87
4.6	Ressonâncias estreitas . . . . .	92
4.7	Conclusão . . . . .	94
<b>5</b>	<b>Transparência e grades eletromagneticamente induzidas</b>	<b>95</b>
5.1	Transparência eletromagneticamente induzida e estados escuros . . . . .	95
5.2	Grades induzidas em sistemas degenerados de dois níveis: uma revisão . . . . .	72
5.3	Grades de coerência e população . . . . .	76
5.4	Experimento e resultados . . . . .	78
5.5	Modelo Lambda: resultados e discussão . . . . .	84
5.5.1	Visibilidade da EIT e EIG . . . . .	93
5.6	Sistema aberto não degenerado de dois níveis . . . . .	95
5.7	Medidas suplementares . . . . .	97
5.8	Conclusão . . . . .	99
<b>6</b>	<b>Interferência em Mistura de Quatro Ondas num sistema com absorção eletromagneticamente induzida</b>	<b>100</b>
6.1	A importância da degenerescência Zeeman . . . . .	101
6.2	Absorção eletromagneticamente induzida . . . . .	103
6.3	Espectroscopia coerente de dois campos em sistemas de dois níveis degenerados . . . . .	103
6.4	Configuração experimental . . . . .	109
6.5	Discussão . . . . .	111
6.6	Comparação do experimento com a teoria . . . . .	116
6.7	Conclusão . . . . .	119
<b>7</b>	<b>Conclusões</b>	<b>121</b>
<b>A</b>	<b>Detalhes experimentais</b>	<b>124</b>
A.1	O laser de Ti:Safira . . . . .	125
A.2	Funcionamento de um modulador acusto-óptico . . . . .	126
A.3	Chaveamento dos feixes no experimento de velocimetria do capítulo 3 . . . . .	127
A.4	Chaveamento dos campos controlado pelo <i>chopper</i> . . . . .	128

A.5	Moduladores acusto-ópticos para espectroscopia coerente da transição $F = 4 \rightarrow F' = 4$ [Fig. A.7]	130
A.6	Circuito do detetor rápido [Fig. A.8]	130
<b>B</b>	<b>Cálculo do sinal difratado na grade de população transferida</b>	<b>133</b>
B.1	Equações de matriz densidade do sistema	135
B.2	Solução em ordem zero em $\Omega_B$	136
B.3	Introdução do campo $\Omega_B$ em primeira ordem	138
<b>C</b>	<b>MQO nos níveis vestidos</b>	<b>139</b>
<b>D</b>	<b>Elementos de matriz de dipolo de sistemas de dois níveis com degenerescência Zeeman</b>	<b>144</b>
D.1	O tensor momento de dipolo	144
D.2	Teorema de Wigner-Eckart e regras de seleção	147
	<b>Referências</b>	<b>149</b>

# Lista de Figuras

2.1	Níveis de energia da linha $D_2$ do $^{133}\text{Cs}$ . O diagrama está fora de escala. [120]	8
3.1	[Figs 1 e 2 da Ref. [32]] À esquerda: sinal de fluorescência em velocimetria de tempo de voo. Dados experimentais e calculados. A área sombreada indica o erro no cálculo do sinal da fluorescência supondo a amostra a $40\mu\text{K}$ , por incerteza na determinação da geometria da armadilha. A pequena discrepância entre os dados experimentais e calculados pode ter origem em flutuações na armadilha entre os tempos de aquisição dos vários pontos. À direita: temperatura versus desintonia $\Delta$ dos feixes de armadilhamento, para várias distâncias entre a armadilha e o feixe de prova. A curva sólida representa a taxa de decaimento do melão óptico. Sua escala foi escolhida para mostrar sua proporcionalidade com os dados de temperatura. A linha tracejada indica o que a teoria Doppler, que supõe resfriamento por absorção na direção dos feixes da armadilha e emissão espontânea, prevê para a temperatura ( $T_{\text{mín}} = 240\mu\text{K}$ ).	15
3.2	a) Níveis hiperfinos da linha $D_2$ do césio. As setas indicam os diferentes campos de laser acoplados às transições correspondentes. b) Arranjo experimental dos feixes para a observação de difração de Bragg em uma grade de população transferida. Os feixes de escrita ( $W$ e $W'$ ) têm ambos a mesma frequência $\omega_1$ , enquanto o feixe de leitura e o feixe difratado ( $R$ e $D$ ) têm frequência $\omega_2$ . A frequência do laser de armadilhamento é $\omega_p$ , e a do laser de bombeamento é $\omega_R$ .	16
3.3	Tempo de decaimento da grade como função de seu período $\Lambda$ , para uma desintonia $\Delta$ fixa dos lasers de armadilhamento. Os ângulos correspondentes são $\theta = 9.2^\circ, 6.2^\circ, 4.7^\circ, 3.1^\circ, 1.6^\circ$ e $1.3^\circ$ .	20

3.4	Sinal difratado após o desligamento dos lasers de escrita da grade e do laser de bombeamento. O decaimento rápido logo após $t = 0$ está associado ao bombeamento óptico induzido pelo laser de bombeamento que é desligado $0,5 \mu\text{s}$ após o desligamento dos lasers de escrita. A curva sólida é um ajuste usando a função gaussiana da Eq. (3.5). Os feixes de bombeamento e de escrita estão desligados no período $0 < t < 50 \mu\text{s}$ .	21
3.5	Bolas pretas: Variação da temperatura da armadilha com a dessintonia $\Delta$ (para o vermelho) do laser de armadilhamento, medida pelo método do decaimento da grade de população transferida. Quadrados: mesma medida utilizando uma técnica modificada de tempo de voo.	22
3.6	Representação da grade estacionária de luz, e da grade de população, que fica saturada para altas intensidades do campo de luz, uma vez que não pode existir inversão de população no sistema de dois níveis.	24
3.7	(a) Espectro do sinal de primeira ordem de difração em torno da transição $6S_{1/2}, F = 4 \rightarrow 6P_{3/2}, F' = 3, 4$ para uma intensidade de $1,4 \text{ mW/cm}^2$ em cada feixe de escrita. b) Espectro de difração de segunda ordem em torno das mesmas transições e para as mesmas intensidades dos feixes de escrita usadas em a).	25
3.8	(a) Espectro do sinal de primeira ordem de difração em torno da transição $6S_{1/2}, F = 4 \rightarrow 6P_{3/2}, F' = 3, 4$ para uma intensidade de $5 \text{ mW/cm}^2$ em cada feixe de escrita. b) Espectro de difração de segunda ordem em torno das mesmas transições, e para as mesmas intensidades dos feixes de escrita usadas em a).	27
3.9	Controle da saturação da grade pelo laser de bombeamento	32
3.10	Espectros de difração na grade de população transferida segundo descrito no texto. De cima para baixo, as intensidades médias dos feixes de escrita $((I_F + I_{\bar{F}})/2)$ são: (a) $5,3 \text{ mW/cm}^2$ , (b) $4,4 \text{ mW/cm}^2$ , (c) $3,3 \text{ mW/cm}^2$ , (d) $2,1 \text{ mW/cm}^2$ e (e) $0,56 \text{ mW/cm}^2$ . A intensidade do feixe de leitura é mantida constante e igual a $4 \text{ mW/cm}^2$ . Na coluna da esquerda, temos a ordem $n = 1$ de difração mostrando saturação para as intensidades mais altas. Na coluna da direita, estão os sinais correspondentes à ordem $n = 2$ de difração, onde os sinais são mais estreitos e com intensidades cerca de oito vezes menores.	33

3.11	Espectros de difração na grade de população transferida calculados a partir das Eqs. (3.19) e Eq. (3.15), usando parâmetros experimentais para comparar com a Fig. 3.10. De cima para baixo, os parâmetros de saturação ( $S_F = S_P$ ) dos feixes de escrita são: (a) 3,0 (b) 2,4 (c) 1,8 (d) 1,5 e (e) 0,3. $\gamma_R = 5$ , em todos os casos. Supõe-se que o feixe de leitura tenha intensidade desprezível. Na coluna da esquerda, temos a ordem $n = 1$ de difração mostrando saturação para as intensidades mais altas. Na coluna da direita, estão os sinais correspondentes à ordem $n = 2$ de difração. . . . .	34
3.12	Largura de linha dos sinais difratados, como função da intensidade dos feixes de escrita da grade. Os círculos abertos representam as medidas experimentais. As curvas teóricas foram feitas para três taxas de rebombamento $\gamma_R$ : 1, 4 e 8 (de cima para baixo). O inset da figura de cima mostra como as larguras de linha $2W$ foram medidas, e que o efeito da intensidade do laser de leitura é muito pequeno para a largura de linha do sinal difratado. O espectro mais ruidoso do inset foi gravado para $I_E = 2mW/cm^2$ , que é a metade do valor usado na outra curva do inset. . . . .	35
4.1	Estados do átomo e do campo de luz. No lado esquerdo [(a), (a')] temos os estados atômicos e do campo de luz vistos separadamente. Quando o átomo é excitado, absorve um fóton e o número de fótons do campo diminui de um. No lado direito, [(b), (b')] temos uma multiplicidade $N$ dos níveis de energia de uma base num referencial girante, que é dada pelo produto direto $ s\rangle \otimes  N\rangle$ , $s = \alpha, \beta$ . Em (a),(b) $\omega_L < \omega_0$ , e em (a'),(b) $\omega_L > \omega_0$ . Note-se a inversão dos níveis de energia entre os dois casos quando $\Delta \neq 0$ . . . . .	41
4.2	Diagrama de níveis de energia, mostrando três multiplicidades $\mathcal{E}$ de um conjunto infinito. É uma generalização da Fig. 4.1 e o hamiltoniano correspondente não está diagonalizado, portanto essa figura não corresponde ainda a base vestida. . . . .	43
4.3	Diagrama de Bloch para a frequência de Rabi generalizada. O sistema X, Y e Z é o referencial da onda girante. $\Omega_1$ é a frequência de Rabi do laser que veste o átomo. . . . .	44
4.4	Níveis vestidos de energia. $\Omega^2 = \Omega_1^2 + \Delta^2$ é a frequência de Rabi generalizada. $ 1(N)\rangle$ tem energia maior que $ 2(N)\rangle$ , por definição. . . . .	45

4.5	Espectros simultâneos da MQO-QD e da transmissão do feixe de prova. (a) Transmissão do feixe de prova na presença dos feixes $F$ e $B$ de bombeamento e dos feixes de armadilhamento. No lado esquerdo observa-se ganho e no direito, absorção. Essas duas características estão também presentes em um sistema de dois níveis (Espectro de Mollow). A linha tracejada mostra o nível do sinal transmitido quando o feixe de prova está longe de ressonâncias ( $\delta \gg 0$ ). (b) Sinal de MQO. . . . .	48
4.6	Diagrama de níveis vestidos de um átomo de dois níveis. As bolas representam as populações dos níveis vestidos, para o caso $\Delta = \omega_L - \omega_0 < 0$ . As linhas verticais acoplando os níveis vestidos representam um campo de prova. Quando a frequência do feixe de prova está acoplada a uma transição como a $ 1(N)\rangle \rightarrow  2(N+1)\rangle$ , a população vestida está invertida e o feixe de prova é amplificado (ganho de Mollow); quando a frequência do feixe de prova está acoplada a uma transição como a $ 2(N)\rangle \rightarrow  1(N+1)\rangle$ , o feixe de prova é absorvido (absorção de Mollow). . . . .	49
4.7	Espectro de interação de um feixe fraco com o sistema de níveis vestidos, como função da frequência do laser de prova. A linha vertical tracejada representa a região onde a frequência do campo que veste é igual à frequência do campo de prova. As expressões que usamos para calcular o espectro não são válidas nessa região, porque nunca consideramos simultaneamente os quatro níveis vestidos da Fig. 4.6, de forma que as estruturas centrais que apareceriam experimentalmente estão ausentes aqui. As bandas laterais de ganho (na esquerda) e de absorção (na direita) devem ser comparadas com as do espectro experimental da Fig. 4.5. Usamos $\Omega_{vestido} = 1,7\Gamma$ , $\Delta = \Gamma$ . . . . .	52
4.8	Esquema experimental. Os feixes da MQO $F, P$ e $B$ , e os feixes da armadilha são obtidos do mesmo laser de Tl:safira. Os feixes de bombeamento, para a frente ( $F$ ) e para trás ( $B$ ), e os feixes de armadilhamento, têm todos a mesma frequência $\omega$ , enquanto a frequência $\omega_P$ do feixe de prova, é varrida em torno de $\omega$ , através de dois moduladores acusto-ópticos (MAO-1 e MAO-2), como descrito no texto. BS são divisores de feixe e SM é um espelho esférico. Vide apêndice A. . . . .	53
4.9	Espectro observado da MQO-QD, como função da diferença entre as frequências do feixes de prova e de bombeamento. Todos os feixes da MQO têm a mesma polarização linear e paralela. Detalhe: Espectro expandido em torno da frequência $\omega$ do campo de bombeamento. . . . .	55

4.10	Variação da posição dos picos das bandas laterais como função da frequência de Rabi generalizada, associada com os feixes de armadilhamento, para feixes da MQO com intensidade fixa em cerca de $1 \text{ mW/cm}^2$ . A desintonia entre o laser de armadilhamento e a frequência da transição atômica é $\Delta/2\pi = 12 \text{ MHz}$ , e a intensidade do feixe de armadilhamento foi multiplicada por um fator $a = 0.33$ , como descrito no texto. . . . .	56
4.11	Níveis de energia de átomo vestido, com diagrama mostrando as ressonâncias de MQO-QD, associadas com as duas bandas laterais em (a) $\omega_P = \omega - \Omega'$ e (b) $\omega_P = \omega + \Omega'$ . As letras $a, b, c, d$ são a nomenclatura para os os níveis vestidos que utilizaremos para simplificar a notação nos cálculos perturbativos. . . . .	58
4.12	Intensidade das bandas laterais como função da frequência da Rabi do campo que veste. Linha cheia: Cálculo a partir da Eq. 4.46. Bolas: Intensidades medidas de espectros experimentais (Ver texto). . . . .	61
4.13	Ressonância central para diferentes polarizações dos feixes da MQO. As setas indicam as polarizações dos feixes F,B e P, respectivamente. . . . .	62
4.14	Comportamento da ressonância central como função da potência total dos feixes de armadilhamento, para potência de $3,4 \text{ mW}$ para os feixes de bombeamento F e P e $25 \mu\text{W}$ para o feixe de prova. . . . .	63
4.15	Comportamento da ressonância central como função da potência dos feixes de bombeamento F e P, para potência dos feixes de armadilhamento fixa em $78 \text{ mW}$ , e do feixe de prova fixa em $25 \mu\text{W}$ . . . . .	63
5.1	(a) Sistema A com campo de bombeamento ( $\Omega_1$ ) e de prova ( $\Omega_P$ ). (b) Sistema A vestido pelo campo de bombeamento $\Omega_1$ para $\Delta = \delta = 0$ . . . . .	66
5.2	Diagrama de energia de um sistema A sob excitação Raman. (a) $ a\rangle,  b\rangle,  c\rangle$ é a base atômica usual e $ \bar{a}\rangle,  \bar{b}\rangle,  \bar{c}\rangle$ é uma base formada por $ \bar{a}\rangle$ e $ \bar{c}\rangle$ girando com as frequências ópticas $\omega_1$ e $\omega_P$ , respectivamente. (b) Sistema A + campos descrito numa base que mostra a existência do estado escuro. O diagrama (b) representa o mesmo sistema físico de (a); note-se que não há campo de luz acoplado ao estado escuro. . . . .	68
5.3	(a),(b) Proposta de difração em grade eletromagneticamente induzida (EIG) de Yuan Ling et al [90]. (c),(d), (e) Observação experimental de EIG por Mitsunaga et al [100]. . . . .	73



<p>§.4 (a) Sistema de dois níveis não-degenerados. Para <math>h = 1</math> o sistema é fechado; para <math>h &lt; 1</math> o sistema é aberto. (b) Absorção de um feixe prova fraco na presença de um feixe de bombeamento sintonizado na ressonância atômica. As linhas cheias com ressonâncias estreitas correspondem ao sistema aberto; as linhas tracejadas, com ressonâncias de largura natural, correspondem ao sistema fechado. Em ambos os casos, <math>\Omega_{F-B} = 0.3\Gamma</math> e <math>\gamma = 0.01\Gamma</math>. As larguras do pico de transparência (curva superior, cheia) e do sinal de MQO são da mesma ordem de <math>\gamma</math>.</p>	74
<p>§.5 (a) Mistura de quatro ondas com conjugação de fase. <math>k_\mu</math> e <math>\omega_\mu</math> (<math>\mu = F, P, B</math>) são os vetores de onda e frequências correspondentes a MQO-CF. DTLQ corresponde a "sistema degenerado de dois níveis". (b) Subníveis Zeeman de um sistema de dois níveis degenerados, correspondente a uma transição <math>F_g \rightarrow F_a</math>, com <math>F_g = F_a &gt; 1</math>. Os pontos indicam outros subníveis Zeeman que não estão mostrados. Neste caso, os campos da MQO-CF são todos linearmente polarizados, paralelamente ao eixo de quantização, e as setas representam a interação entre os campos e o sistema de dois níveis degenerados. Os círculos escuros representam a população dos subníveis Zeeman. (c) Idem, para os feixes <math>P</math> e <math>B</math> polarizados perpendicularmente ao eixo de quantização do átomo, definido pela direção da polarização do campo <math>F</math>. Neste caso a grade de coerência induzida entre os subníveis <math> a\rangle</math> e <math> c\rangle</math> é uma grade induzida entre estados de orientação do momento angular <math>F_g</math> [131].</p>	76
<p>§.6 (a) Esquema experimental simplificado. PD1 mede o sinal de EIG enquanto PD2 mede o sinal de transmissão do feixe prova. (b) Níveis hiperfinos da linha D2 do césio, indicando as frequências dos feixes <math>F</math>, <math>P</math> e <math>B</math>, assim como a frequência do feixe de bombeamento. O feixe da armadilha (MOT) não estão mostrados. (c) Sequência temporal de chaveamento dos feixes da armadilha, campo magnético de anti-Helmholtz e rampa de voltagem para varredura espectral.</p>	79
<p>§.7 Transmissão do feixe de prova (T) e espectro do sinal de EIG (S) para o caso onde todos os feixes da MQO têm polarizações lineares e paralelas. A absorção máxima na figura atinge cerca de 50%. O sinal de transparência aparece um pouco reduzido devido a flutuações na eficiência do bombeamento enquanto é feita a média do sinal</p>	80

§.8	Transmissão do feixe prova (T) e espectro do sinal de EIG (S) para o caso onde todos os feixes da MQO são linearmente polarizados, mas a polarização do feixe B é perpendicular à polarização comum dos feixes F e P. (a) $\omega_P$ é varrida com $\omega_F = \omega_B$ fixas. (b) $\omega_F$ é varrida com $\omega_P = \omega_B$ fixas. Os feixes de frequência fixa estão sintonizados 3 MHz acima da ressonância atômica. . . . .	82
§.9	Sistema A usado no cálculo perturbativo. Campos da MQO e taxas de relaxação. $\lambda$ compensa a perda de população devido às relaxações $\gamma$ . . . . .	85
§.10	Sinal de EIG para átomos imóveis. (a) $\omega_P$ varre. (b) $\omega_F$ varre. (c) $\omega_B$ varre. Notem-se as estruturas estreitas competindo com as estruturas largas. . . . .	89
§.11	(a)-(c) Sinais de difração em grade induzida para polarizações lineares dos feixes de MQO, com a polarização do feixe F perpendicular à direção comum de polarização dos feixes P e B. (a')-(c') são os espectros calculados usando o modelo teórico descrito no texto e fazendo média em velocidades. Em (a),(a') $\omega_P$ é varrida com $\omega_F = \omega_B$ fixas, e $\delta = \omega_P - \omega_F$ ; Em (b),(b') $\omega_F$ é varrida $\omega_P = \omega_B$ fixas, e $\delta = \omega_F - \omega_P$ ; In (c),(c') $\omega_B$ é varrida com $\omega_P = \omega_F$ fixas, e $\delta = \omega_B - \omega_P$ . Os feixes de frequência fixa estão sintonizados cerca de 3 MHz acima da ressonância atômica. . . . .	92
§.12	Perfis de EIT. Efeitos de velocidade atômica, descoerência entre os estados fundamentais e intensidade do feixe de bombeamento ( $\Omega_P$ ). As figuras foram calculadas a partir da Eq. (5.28) integrada em velocidades. Em (a),(b),(c) $\Omega_P = 0.1\Gamma$ . (a) Velocidade atômica média $u = 0,2m/s$ e $\gamma = 0.005\Gamma$ . (b) Velocidade atômica média $u = 0,2m/s$ e $\gamma = 0.01\Gamma$ . (c) Velocidade atômica média $u = 0,4m/s$ e $\gamma = 0.01\Gamma$ . (a'),(b') e (c'), item (a),(b) e (c) com $\Omega_P = 0.2\Gamma$ . Em todos os caso o ângulo entre os feixes F e P é de 2 graus. Todas as figuras estão na mesma escala de unidades arbitrárias. . . . .	94
§.13	Espectros de MQO-CF para um modelo de sistema de dois níveis não degenerados, calculado em primeira ordem em cada um dos campos. Na primeira coluna temos a contribuição para o sinal, proveniente da grade de população formada pelos feixes F e P. Na segunda coluna, item, para os feixes P e B. Na terceira coluna apresentamos o sinal total levando em conta as duas grades de população. Na quarta coluna, mostramos o sinal total com a velocidade atômica levada em conta. Observamos que é a contribuição devida à grade formada pelos feixes P e B que tende a desaparecer com a integração em velocidades. As linhas (a),(b) e (c), correspondem às varreduras das frequências dos feixes P, F e B. . . . .	96

§.14	Largura de linha espectral da MQO-CF como função da intensidade total de bombeamento ( $I_F + I_B$ ). (a) Polarizações lineares e paralelas. (b) polarizações lineares com a polarização de $F$ perpendicular à polarização dos demais feixes. Em ambos os casos, o feixe $F$ é o feixe variado em frequência. Embora as Figs. (a) e (b) mostrem regiões diferentes de potências de bombeamento, as larguras de linha são essencialmente as mesmas para as mesma potências de bombeamento. . . . .	97
§.15	MQO-CF para polarizações lineares e paralelas. No espectro experimental há um campo magnético de 3,6 gauss aplicado ao longo da direção da polarização linear dos feixes. A linha contínua é um cálculo em primeira ordem no feixe prova e todas as ordens no campo de bombeamento [84] . . . . .	98
6.1	(Extraída da Ref. [83]) Absorção do feixe de prova como função da desintonia Raman entre o feixe de bombeamento $\Omega_1$ e o feixe de prova $\Omega_p$ , na presença (linha cheia) e na ausência (linha pontilhada) do feixe de bombeamento, para polarizações lineares e ortogonais dos feixes de bombeamento e de prova, para diferentes transições. Utilizou-se $\omega_1 = \omega_{ng}$ , $\gamma = 0.001\Gamma$ , $\Omega_1 = (2E_1/\hbar)(g\ \vec{E}\ e) = 0.4\Gamma$ e $\delta = 1$ em (a), $\delta = 0, 44$ em (b) e (c), todos na ausência de campos magnéticos. A absorção está normalizada pela absorção linear máxima do feixe de prova, em cada figura. Vemos que EIA só ocorre na Fig. (a). . . . .	102
6.2	Representação esquemática da configuração considerada na teoria. Os estados $g$ e $e$ apresentam, cada um deles, degenerescência Zeeman devido aos seus momentos angulares totais $F_g$ e $F_e$ . As setas sólidas verticais representam os campos de bombeamento e de prova (com frequências $\omega_1$ e $\omega_p$ , respectivamente). As linhas tracejadas representam decalamentos refrativos. As linhas oblíquas com taxas $\gamma$ representam a chegada e saída de átomos da região de interação. . . . .	104
6.3	Diagrama experimental. AOM: modulador acusto-óptico. BS: divisor de feixes. PD: fotodiodo. SM: espelho esférico. Para detalhes, ver apêndice A. . . . .	109

6.4	(a)-(b) Espectros de absorção do feixe de prova na presença dos feixes de bombeamento $F$ e $E$ . A polarização de todos os feixes é linear e os feixes de armadilhamento estão bloqueados. Em (a) a polarização do feixe de prova é paralela à dos de bombeamento; em (b), é perpendicular. Os feixes de bombeamento estão sintonizados cerca de 11 MHz para o vermelho, na transição cíclica $6S_{1/2}(F=4) \rightarrow 6P_{3/2}(F'=5)$ com potência total de cerca de $7 \text{ mW/cm}^2$ . O feixe de prova tem cerca de $4 \text{ mW/cm}^2$ . As figuras (a') e (b') correspondem a espectros de absorção calculados para $\Omega_{\sigma-\pi}/\Gamma = 7$ , $\Delta/\Gamma = -2$ , para uma transição $F=4 \rightarrow F'=5$ , de acordo com modelo descrito no texto [84], sem que se fizesse nenhum tipo de média (ver texto).	110
6.5	Sinal observado de MQO-PC, na amostra de átomos frios, na ausência dos feixes de armadilhamento. (a) Feixes de bombeamento e de prova com mesma polarização linear e paralela. (b) Feixes de bombeamento e de prova com polarizações lineares e perpendiculares.	111
6.6	Espectro de absorção de um feixe fraco, na presença de um feixe forte de frequência de Rabi $\Omega_1 = 8\Gamma$ , numa transição fechada $F=0 \rightarrow F'=1$ , com $\Delta = -2\Gamma$ , calculado de acordo com o modelo apresentado na seção 6.3 [84]. Consideramos uma taxa $\gamma = 0.01\Gamma$ de saída de átomos da região de interação. Em (a) as polarizações dos campos de bombeamento e de prova são ambas lineares e paralelas. Nessa configuração o sistema se comporta como um átomo de dois níveis apenas [conforme Fig. (a')] e esse espectro é o chamado "espectro de Mollow". O ganho mostrado na estrutura central ocorre para $\Omega_1 \gtrsim 5,5\gamma$ . Em (b), as polarizações dos campos são lineares e perpendiculares; a Fig. (b') representa os acoplamentos nesse caso onde o feixe fraco fica uma combinação de polarizações $\sigma^+$ e $\sigma^-$ , para essa escolha de eixos de quantização.	112
6.7	Espectro de MQO-QD para a transição fechada $F=1 \rightarrow F'=2$ , com $\Delta = 2\Gamma$ e $\gamma = 0,01\Gamma$ , para diferentes valores da frequência de Rabi $\Omega_1$ . A interferência destrutiva em $\delta = 0$ , ocorre para $\Omega_1 > 0,4\Gamma$ .	113
6.8	Módulo ao quadrado da contribuição para a polarização atômica na frequência $\omega_a \equiv \omega_1 - \delta$ , dada pelo par de subníveis Zeeman com $m=0$ , extraído do cálculo que gerou a Fig. 6.7.	113
6.9	Módulo ao quadrado da contribuição para a polarização atômica na frequência $\omega_a \equiv \omega_1 - \delta$ , dada pelos pares de subníveis Zeeman com $ m =1$ , extraído do cálculo que gerou a Fig. 6.7.	114

6.10	Subníveis Zeeman de uma transição com momentos angulares $F = 1 \rightarrow F' = 2$ . Os números ao lado das linhas que ligam os subníveis Zeeman são proporcionais aos coeficientes de Clebsch-Gordon (Apêndice D). Seus valores dão os pesos relativos dos momentos de dipolo elétrico das diversas transições. As linhas verticais representam transições $\pi$ , as linhas diagonais pontilhadas representam transições $\sigma^-$ , enquanto as linhas diagonais tracejadas representam transições $\sigma^+$ .	115
6.11	MQO-QD. Comparação entre as curvas experimentais e calculadas. (a),(a') Polarizações lineares e paralelas entre os feixes de bombeamento e de prova. (b), (b') polarizações lineares e perpendiculares entre os feixes de bombeamento e de prova. Observe a interferência quântica destrutiva nas Figs. (a), (a'). Ver o texto principal.	119
A.1	Espectro de absorção saturada. É usado para sintonizar o laser de Tisafira cerca de 11 MHz abaixo da frequência de ressonância atômica, conforme a posição mostrada no detalhe. Os picos representam as ressonâncias atômicas, exceto C=3-4, C=3-5 e C=4-5, que são artificiais (cross-overs), resultantes da técnica de absorção saturada.	124
A.2	Detalhes da configuração de entrada e saída dos feixes num MAO. (a) Telescópio para focalizar o feixe. (b) Configuração para o feixe difratado sair com uma frequência $\omega_s - \Omega_S$ , onde $\omega_s$ é a frequência do feixe de luz incidente, e $\Omega_S$ . (c) Configuração para somar a frequência da onda acústica à frequência da luz incidente no MAO. O alinhamento ângulo $\theta_S$ é crítico para que se obtenha a eficiência máxima de difração ( $\lesssim 70\%$ ).	126
A.3	Esquema de chaveamento dos feixes de escrita da grade de população do experimento de velocimetria do capítulo 3.	127
A.4	Chaveamento dos feixes e campos magnéticos de armadilhamento e esquema de varredura espectral, usados nos capítulos 5 e 6.	128
A.5	Circuito Schmidt-trigger. Transforma o sinal ruidoso de claro/escuro proveniente do fotodiodo PD, numa onda retangular. As voltagens limiares para a saída passar para nível baixo e para nível alto são reguladas independentemente nos resistores R6 e R7. Isso permite uma histerese na subida e na descida do sinal eliminando flutuações espúrias.	129
A.6	Circuito chaveador dos campos magnéticos. Os MOSFET de potência chaveiam a corrente das bobinas. São controlados por voltagem e têm lógica positiva.	129
A.7	(a) O MAO1 abaixa a frequência do laser de Tisafira por cerca de 240 MHz (RF1). (b) O MAO2 abaixa a frequência do lasere de Tisafira por cerca de 120 MHz em cada passagem. O espelho esférico permite a dupla passagem. B são bloqueadores de feixes.	131

A.8	Circuito amplificador de fotodiodo polarizado. Ver texto. . . . .	132
B.1	Sistema de níveis e respectivos campos acoplados, que dão origem ao sinal de difração na grade de população transferida. Os níveis aqui representados, se relacionam com o diagrama de níveis da Fig. 3.2(a), do capítulo 3, da seguinte forma: $ a\rangle \equiv (F = 4)$ , $ b\rangle \equiv (F' = 4)$ , $ c\rangle \equiv (F = 3)$ , $ d\rangle \equiv (F' = 3)$ , $ e\rangle \equiv (F = 2)$ , da linha $D_2$ do Cs $E_g$ representa a superposição dos campos de escrita da grade, $\gamma_R$ representa a taxa de rebombamento associada ao laser de rebombeio, tratado aqui de forma incoerente, e $E_R$ representa o campo de leitura da grade transferida. $\Gamma$ é o tempo de vida do estado excitado que é igual para todos os subníveis hiperfinos em consideração. Os decaimentos das coerências $\Gamma_{ab}$ , $\Gamma_{cd}$ e $\Gamma_{ce}$ não estão mostrados na figura, mas supomos serem iguais a $\Gamma/2$ . . . . .	134

# Capítulo 1

## Introdução Geral

Nesta tese estudamos processos de óptica não-linear e óptica quântica num vapor de césio resfriado a temperaturas da ordem de milikelvin, numa armadilha magneto-óptica. Embora faça crescer a complexidade do experimento, o uso de átomos frios simplifica a análise dos resultados espectrais obtidos. O ambiente da armadilha magneto-óptica, proporciona resultados onde a interpretação dos mecanismos físicos envolvidos é mais simples do que em vapores quentes, sólidos ou líquidos. Nos átomos frios, o alargamento Doppler é muito menor que a largura de linha natural das transições. Além disso, o efeito de colisões atômicas que causam perda de fase das funções de onda e complicam a análise das ressonâncias na MQO, é desprezível para as densidades de átomos frios que utilizamos ( $\sim 10^9 - 10^{10}$  átomos/cm<sup>3</sup>). Em contraste com um vapor quente, sólido ou líquido, os átomos frios constituem um meio onde a comparação com a teoria fica simplificada. Isso permite a elaboração de modelos simples, com poucos ou nenhum parâmetro de ajuste, para explicar a física do sistema. A principal limitação da armadilha para a óptica não-linear, é sua própria dinâmica: seu pequeno tempo de vida quando os feixes de armadilhamento são desligados, e o efeito de deslocamento dos átomos por pressão de radiação. Os experimentos são planejados levando em conta esses fatores. Foi na década de 90 que as armadilhas magneto-ópticas surgiram como um novo ambiente onde se pode realizar diferentes experimentos, como colisões atômicas frias [37], óptica não-linear e quântica [71, 72, 81, 124] e como uma etapa para alcançar um novo estado da matéria, o condensado de Bose-Einstein, que foi observado pela primeira vez em 1995 [7, 35]. A importância das armadilhas magneto-ópticas para a comunidade científica foi atestada pela concessão de dois prêmios Nobel diretamente relacionados a ela. Em 1997, foi concedido o prêmio Nobel a três dos inventores das técnicas de resfriamento magneto-óptico (C. Cohen-Tannoudji, W. Phillips e S. Chu); em 2001 o prêmio Nobel foi dado novamente para outros pioneiros do uso de átomos frios (E. A. Cornell, W.

Ketterle e C. E. Wieman), mais especificamente por terem descoberto uma técnica para realizar a condensação de Bose-Einstein em vapores alcalinos [7, 36] e pelos estudos realizados no condensado. A armadilha magneto-óptica corresponde ao estágio inicial do processo de condensação. Mas diferente dos casos que trataremos nesta tese, nos condensados de Bose Einstein as temperaturas são da ordem de dezenas ou centenas de nanokalvin, e as densidades a partir de  $10^{12}$  átomos/cm<sup>3</sup>, em tal combinação que o caráter ondulatório da matéria mostra-se de forma macroscópica.

Aqui utilizamos os átomos frios simplesmente como amostra. Escolhemos como ferramenta de estudo a configuração experimental de mistura de quatro ondas para trás, com conjugação de fase óptica. O sinal desse processo óptico não-linear pode, em muitos casos, ser visto como a difração de feixes de luz por grades de população ou coerência atômica, induzidas pelos próprios campos da MQO [51]. Isso nos permitiu fazer analogia com difração em grades [Caps. 3 e 5], e inclusive usar o berramento térmico da grade de população, pelo movimento atômico, para implementar uma técnica para medir temperatura do vapor atômico. Mas nos casos em que os níveis são degenerados ou em que há muitos níveis, é mais simples não fazer referência a grades [Caps. 4 e 6].

Não obstante o estudo de conjugação de fase por MQO ter sido feito extensivamente nos últimos trinta anos, o tema continua atual, pois ainda há muitos domínios para serem explorados. Esta tese trata de alguns destes.

A tese está organizada da seguinte forma.

No capítulo 2 fazemos uma breve introdução à óptica não-linear, às transições da linha D<sub>2</sub> do césio e à armadilha magneto-óptica.

No capítulo 3, apresentamos um experimento de transferência de grade de população entre níveis hiperfinos. Usamos esse experimento para estudar o regime de difusão dos átomos na armadilha, o que consiste numa nova técnica de medida de temperatura de átomos frios [126]. Estudamos também efeitos de saturação da grade transferida, usando difração de Bragg de primeira e segunda ordens nessa grade [26].

No capítulo 4, descrevemos um experimento de mistura de quatro ondas onde consideramos o acoplamento dos feixes da mistura com os níveis de energia do átomo, os quais estão vestidos pelos fortes campos de armadilhamento [24]. O espectro de absorção de um feixe de prova nesse sistema apresenta ganho e absorção simetricamente dispostos em torno da ressonância Raman, como no espectro de Mollow. Calculamos a intensidade do sinal de MQO nas frequências do ganho e da absorção de Mollow de forma similar ao cálculo do espectro de Mollow no formalismo do átomo vestido.



No capítulo 5, realizamos um experimento de MQO num sistema de dois níveis degenerados que apresenta transparência eletromagneticamente induzida (EIT) [25]. A transparência eletromagneticamente induzida tem sido bastante estudada na ultima década e trouxe resultados muito interessantes, como por exemplo, os experimentos recentes de luz lenta [67, 76, 96], e “luz congelada” [92, 133]. Esses experimentos mostram que é possível transferir as características de um feixe de luz para a coerência atômica, podendo ser esse estado recuperado num tempo posterior arbitrário através da aplicação de um feixe de luz apropriado. O tempo de armazenamento só é limitado pelas taxas de decaimento das coerências. Isso fez crescer ainda mais o interesse em sistemas que apresentam EIT. Pesquisas recentes sugerem aplicações em memórias ópticas [64], onde a informação pode ficar armazenada na coerência óptica entre estados de vida longa. No nosso experimento de MQO, mostramos difração em grades de população e de coerência, ligadas ao fenômeno de EIT, e há uma competição entre elas, controlada pela distribuição de velocidades dos átomos frios. Os sinais de difração apresentam ressonâncias estreitas, subnaturais, com larguras de linha proporcionais à taxa de decaimento dos níveis fundamentais. Reproduzimos teoricamente os resultados experimentais através de modelos Lambda ou de dois níveis abertos, dependendo da polarização dos feixes de MQO. Mostramos que o sinal de difração numa grade estacionária induzida eletromagneticamente não apresenta largura espectral subnatural.

No capítulo 6, estudamos a MQO numa transição que apresenta absorção eletromagneticamente induzida (EIA). A EIA é um fenômeno que só ocorre em transições onde não há EIT. A EIA não consegue ser explicada por modelos simples como acontece com a EIT. Da mesma forma, mostramos que os espectros de MQO na transição com EIA só podem ser explicados quando a degenerescência Zeeman é levada em conta [86]. Assim como ocorreu no caso do capítulo 5, observamos ressonâncias estreitas que estão associadas à relaxação dos níveis fundamentais.

Finalmente, no capítulo 7, apresentamos nossas conclusões. O apêndice A trata de alguns detalhes experimentais. Os apêndices B e C contêm detalhes de cálculos que foram omitidos no corpo dos capítulos, e o apêndice D faz uma breve revisão sobre o cálculo dos coeficientes de Clebsch-Gordan numa transição com degenerescência Zeeman. As referências estão organizadas em ordem alfabética e não na ordem de citação.

## Capítulo 2

# Introdução à óptica não-linear em átomos frios

O objetivo deste capítulo é fazer uma breve introdução a conceitos básicos de óptica não-linear em armadilhas magneto ópticas, com ênfase apenas nos aspectos tratados ao longo desta tese. Para isso descrevemos brevemente as susceptibilidades não-lineares, o processo de mistura de ondas, a notação espectral e o ambiente da armadilha magneto-óptica. Temas mais específicos serão tratados ao longo dos demais capítulos.

### 2.1 Susceptibilidades não-lineares

Mesmo num meio material eletricamente neutro, a presença do campo elétrico de um feixe de luz, provoca a indução de dipolos elétricos que geram uma polarização atômica  $\vec{P}$ , oscilando na frequência óptica. A polarização  $\vec{P}$  pode ser escrita como uma série de potências dos campos elétricos aplicados, onde os coeficientes de  $n$ -ésima ordem da série de potências são denominados susceptibilidades não-lineares de  $n$ -ésima ordem do meio [118]. No caso mais geral, as susceptibilidades não-lineares são tensores de ordem  $n$ , como aparece na equação abaixo.

$$\begin{aligned}\vec{P} &= \chi_{\vec{k},\omega}^{(1)} : \vec{E}(\vec{k}, \omega) \\ &+ \chi_{\vec{k}_1 | \vec{k}_2, \omega_1 | \omega_2}^{(2)} : \vec{E}(\vec{k}_1, \omega_1) : \vec{E}(\vec{k}_2, \omega_2) \\ &+ \chi_{\vec{k}_1 | \vec{k}_2 | \vec{k}_3, \omega_1 | \omega_2 | \omega_3}^{(3)} : \vec{E}(\vec{k}_1, \omega_1) : \vec{E}(\vec{k}_2, \omega_2) : \vec{E}(\vec{k}_3, \omega_3) + \dots,\end{aligned}\quad (2.1)$$

onde  $\chi_{\vec{k},\omega}^{(n)}$  são as susceptibilidades não-lineares de ordem  $n$ ,  $\vec{E}(\vec{k}_i, \omega_i)$  representa um campo elétrico

polarizado na direção do vetor  $\vec{E}$ , propagando-se na direção do vetor de onda  $\vec{k}$ , e com frequência  $\omega$ . Os dois pontos (:) representam um produto tensorial. Para pequenas intensidades de luz, com frequências longe das ressonâncias atômicas, somente o primeiro termo da série acima é significativo. Nesse caso, a frequência da luz espalhada ou transmitida pelo meio é a mesma da luz incidente. Esse é o domínio da óptica linear. A óptica não-linear surge quando um ou mais campos de luz interagem com um meio, acessando susceptibilidades de ordem superior e permitindo a geração de luz em outras frequências, como combinações lineares de  $n$  frequências incidentes, onde  $n$  é a ordem da susceptibilidade. As susceptibilidades não-lineares crescem à medida que a frequência do campo incidente se aproxima da ressonância com alguma frequência própria do meio. Na maioria dos sólidos, normalmente são necessárias intensidades muito altas, só alcançadas por lasers pulsados, para que se acessem as não-linearidades ópticas do material. Num sólido ou líquido os termos de susceptibilidade nem sempre são tensores simples e há ainda complicações como correções nas susceptibilidades devido ao campo local [118]. No extremo oposto estão os vapores atômicos, que têm susceptibilidades não-lineares muito grandes, que podem ser acessadas por campos de luz de intensidades até mesmo menores que  $1 \text{ mW/cm}^2$ , quando sintonizados em torno de uma ressonância atômica. Vapores atômicos têm a vantagem adicional de serem isotrópicos e apresentarem simetria de inversão, simplificando os tensores de

Num meio com simetria de inversão, duas direções opostas são completamente equivalentes, de tal forma que a polarização  $P$  obedece a  $\vec{P}(\vec{x}) = -\vec{P}(-\vec{x})$ . Assim, os termos pares da susceptibilidade não-linear não existem naturalmente [18, 21], e o termo não-linear de mais baixa ordem para um vapor atômico, é  $\chi^{(3)}$ . Para meios interagindo com um único campo de luz de frequência  $\omega$ ,  $\chi^{(3)}$  é responsável principalmente pela geração do terceiro harmônico, que corresponde a um campo na frequência  $3\omega$ . Para um meio interagindo com três campos de luz de frequências, em princípio, diferentes,  $\chi^{(3)}$  é responsável pela geração de campos de luz nas frequências  $\omega_{LMN} = L\omega_F + M\omega_g + N\omega_B$ , onde  $L, M, N = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  e  $(L + M + N)$  pode variar de  $-3$  a  $3$ .

Mesmo quando as não-linearidades são pequenas, é possível observar muitos efeitos de sinais coerentes em óptica não-linear usando o casamento de fase óptica, que consiste num processo óptico que conserva a energia e o momento linear do meio. O casamento da fase permite que, através da escolha precisa das direções de propagação dos feixes incidentes na amostra, o sinal resulte de uma interferência construtiva na direção de observação [21].

Nesta tese estudamos o caso particular onde três campos de luz, com frequências em torno das ressonâncias atômicas, incidem no meio, sendo os três campos com aproximadamente a mesma

frequência e pelo menos dois deles com frequências iguais. Esse processo é um exemplo de mistura de quatro ondas (MQO) quase degenerada (QD). Quase degenerada porque as frequências são quase iguais. A quarta onda, é o sinal gerado pelo processo de  $\chi^{(3)}$  da mistura. Portanto, MQO com geração de novas frequências.

Dentre as várias configurações possíveis, escolhemos para as nossas investigações a configuração paramétrica chamada de MQO para trás, que promove conjugação de fase óptica [51]. Um feixe conjugado de fase é um feixe que retropropaga reconstituindo sua fase original no caminho de volta, como numa reversão temporal. As propriedades ópticas dos feixes conjugados de fase são muito úteis na reconstituição de imagens ópticas e têm sido muito estudadas, tendo inclusive algumas aplicações como cavidades laser com espelhos conjugadores de fase e refletores conjugadores de fase para azular flutuações rápidas na aquisição de imagens de chamas e meios em altas temperaturas [51]. As propriedades de reconstituição de imagens proporcionadas pela MQO com conjugação de fase, não são objeto de nosso estudo. Nos preocupamos apenas com as características espectrais do sinal de MQO. Em condições experimentais similares estudamos algumas propriedades da imagem num trabalho anterior [22]. Um estudo de propriedades de conjugação de fase de luz com momento angular orbital foi realizado nas condições experimentais do Capítulo 3 por Tabosa e Petrov [127].

Nas próximas seções vamos revisar brevemente a notação espectroscópica, os níveis de energia do cério e a armadilha magneto-óptica.

## 2.2 Níveis de energia da linha $D_2$ do cério

O átomo de cério ( $^{133}\text{Ce}$ ), quando neutro e no seu estado fundamental, possui 55 elétrons distribuídos de acordo com os números quânticos:

$$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^{10} 4p^6 5s^2 4d^{10} 5p^6 6s^1.$$

Devido ao acoplamento spin-órbita, o elétron opticamente ativo do  $^{133}\text{Ce}$ , tem números quânticos  $6s^2 S_{1/2}$  que são normalmente escritos na forma  $6^2S_{1/2}$ . Na notação  $[N]^{2S+1}[L]_J$ , temos que  $|L - S| \leq J \leq L + S$ , sendo  $N$  o número quântico principal,  $L$  momento angular orbital,  $J$  o momento angular total do elétron e  $S$  o spin eletrônico. A projeção do operador  $J$  no eixo de quantização ( $J_z$ ) vale  $m_J \hbar$  e a regra de quantização determina que a diferença entre dois  $m_J$  seja um número inteiro.

Para o primeiro estado excitado do  $^{133}\text{Ce}$ , o estado  $6p$ , existem dois estados possíveis para o

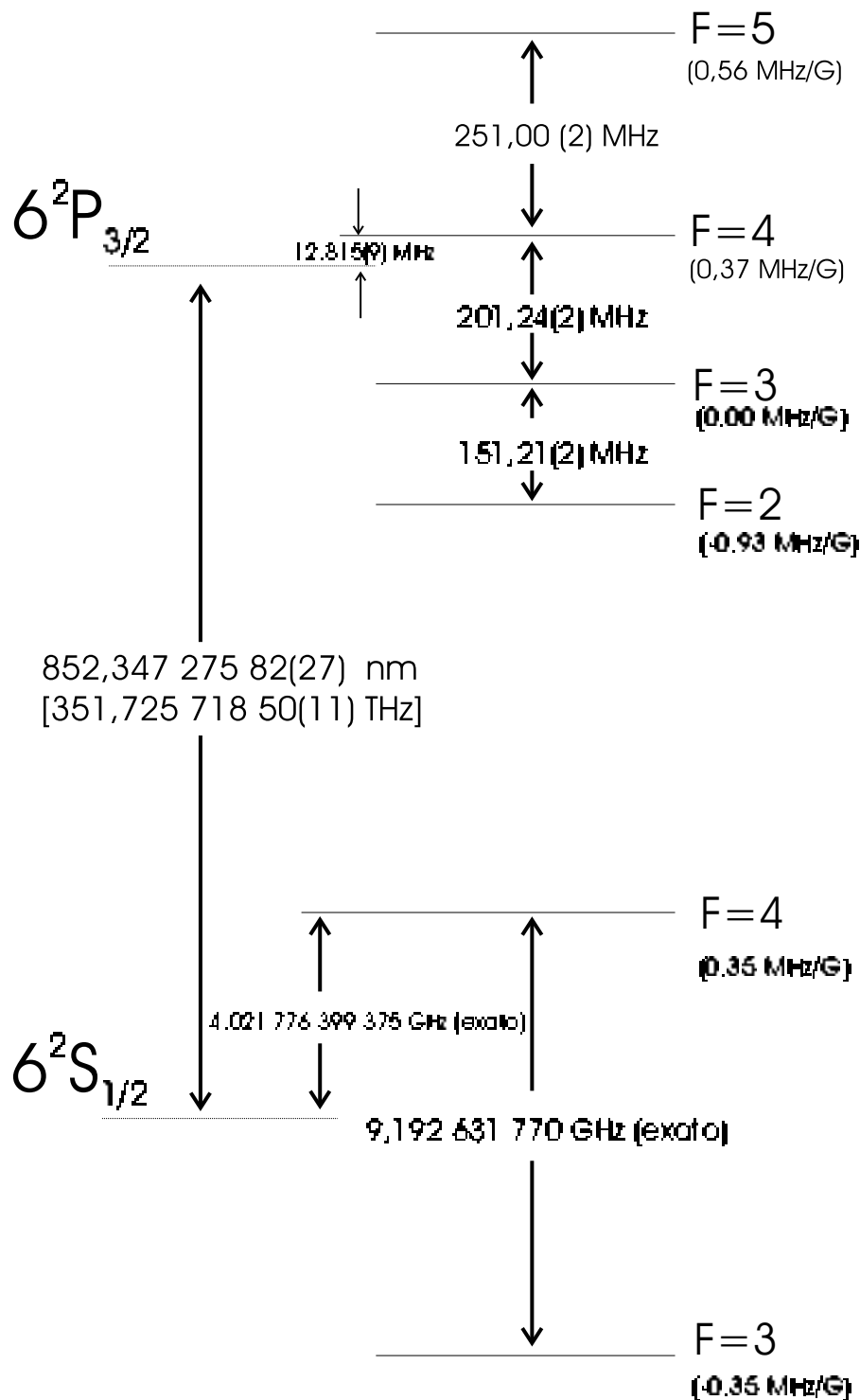


Figura 2.1: Níveis de energia da linha  $D_2$  do  $^{133}\text{Cs}$ . O diagrama está fora de escala.[120]

elétron opticamente ativo, com energias ligeiramente diferentes, conforme a Fig. 2.1, de forma que temos duas possibilidades de excitação óptica do átomo:

$$6^2S_{1/2} \rightarrow 6^2P_{1/2} \text{ (linha } D_1) \quad (2.2)$$

$$6^2S_{1/2} \rightarrow 6^2P_{3/2} \text{ (linha } D_2). \quad (2.3)$$

Essas transições compõem a estrutura fina do espectro, e são chamadas, respectivamente, de “linha  $D_1$ ” e “linha  $D_2$ ” do césio. Todos os átomos alcalinos apresentam as chamadas “linhas D” e são elas as transições mais fortes do espectro desses átomos. No césio correspondem a fótons de luz com comprimentos de onda de aproximadamente 895 nm (linha  $D_1$ ) e de 852 nm (linha  $D_2$ ). Nesta tese interessa-nos apenas a linha  $D_2$  do  $^{133}\text{Cs}$ , pois, entre as duas, é a única cuja estrutura hiperfina apresenta uma transição cíclica (fechada), necessária para o funcionamento da armadilha magneto-óptica. Vejamos agora a estrutura hiperfina da linha  $D_2$ .

Uma vez que o núcleo do átomo de  $^{133}\text{Cs}$  apresenta spin nuclear total  $I = 7/2$ , seu espectro se desdobra numa estrutura hiperfina devido ao acoplamento dos momentos angulares,  $\vec{F} = \vec{J} + \vec{I}$ .  $\vec{F}$  é o momento angular total do átomo, considerando-se apenas o elétron opticamente ativo. Usando a desigualdade triangular para soma de momento angular, temos que, para o estado excitado  $6^2P_{3/2}$ , a projeção do momento angular total no eixo de quantização, é proporcional a 2,3,4 ou 5; e para o estado fundamental, proporcional a 3 ou 4. O cálculo dos deslocamentos de energia devidos à estrutura hiperfina podem ser encontrados nas Refs. [9, 138]. Na Fig. 2.1 mostramos a linha  $D_2$  do  $^{133}\text{Cs}$ , com toda a sua estrutura hiperfina.

A interação com campos magnéticos traz um desdobramento adicional para cada nível hiperfino em  $(2F + 1)$  níveis distintos, separados em energia por

$$\Delta E = -\mu_B g_F m_F B_z, \quad (2.4)$$

onde  $\mu_B$  é o magneton de Bohr,  $g_F$  são fatores girromagnéticos,  $m_F$  são números quânticos magnéticos referentes à estrutura hiperfina, onde  $-F \leq m_F \leq F$ , e  $B_z$  é o campo magnético, e sua direção define o eixo de quantização. Esses deslocamentos de energia são o efeito Zeeman anômalo [138]. Na Fig. 2.1, mostramos, para cada valor de  $F$ , o coeficiente do deslocamento Zeeman linear como função do campo magnético aplicado.

Uma particularidade dos níveis de energia do átomo de césio, é que o desdobramento hiperfino do estado fundamental tem uma frequência definida. Isso acontece porque a unidade de medida

do tempo no MKS (segundo) é definida como sendo igual a 9 192 631 770 ciclos de um campo de microondas ressonante com a transição entre os níveis hiperfinos  $F = 3 \rightarrow F = 4$  do nível  $6^2S_{1/2}$  do césio ( $^{133}\text{Cs}$ ) [37]. Medir essa frequência de forma precisa e estável é o desafio daqueles que trabalham em metrologia de tempo e frequência. Para nossos propósitos, é apenas uma curiosidade.

## 2.3 A Armadilha magneto-óptica

A armadilha magneto óptica é capaz de resfriar e prender átomos neutros [28, 33, 73, 140]. O resfriamento permite temperaturas desde milikelvin a dezenas de microkelvin, dependendo dos parâmetros da armadilha e átomo utilizado. O confinamento se dá numa região da ordem de milímetros, na grande maioria das armadilhas.

Três conceitos básicos envolvem o funcionamento de uma armadilha magneto-óptica:

1. Absorção-emissão de luz por átomos
2. Efeito Doppler
3. Efeito Zeeman

O princípio de funcionamento da armadilha reside no fato de que um átomo, quando absorve um fóton, é excitado e sofre um recuo na direção de propagação do feixe de luz (conservação do momento). O átomo excitado decai espontaneamente, emitindo um fóton numa direção arbitrária e como consequência, sofre um recuo numa direção arbitrária. Quando o átomo absorve muitos fótons do mesmo feixe, os deslocamentos devido às emissões espontâneas têm média zero. Assim, o átomo é empurrado na direção de propagação do feixe. É necessário que se utilize uma transição atômica cíclica para que o processo de absorção de luz possa ocorrer um número muito grande de vezes para o mesmo átomo. Em primeira aproximação, a idéia é utilizar três pares de feixes contrapropagantes, e ortogonais entre si, para prender os átomos por absorção-emissão de fótons, na região onde os três pares de feixes se cruzam. Entretanto, faltam ainda vários detalhes. O primeiro deles é que as diferentes velocidades atômicas da distribuição térmica do vapor, fazem com que cada átomo veja uma frequência diferente para o mesmo laser de confinamento, devido ao efeito Doppler.

Ao absorver um fóton de energia  $E = \hbar\omega$  (e, conseqüentemente, momento  $\vec{p} = \hbar\vec{k}$ ), um átomo ganha toda a sua energia e momento linear. A absorção causa um recuo atômico, e o átomo passa de um nível de energia fundamental  $E_i$  para um nível excitado  $E_f$ . Os momentos lineares do átomo, antes ( $\vec{p}_i^0$ ) e depois ( $\vec{p}_f^0$ ) da absorção são dados por

$$\vec{p}_i = M\vec{v}_i \quad (2.5)$$

$$\vec{p}_f = \vec{p}_i + \hbar\vec{k}, \quad (2.6)$$

onde  $M$  é a massa do átomo. A energia relativística do átomo antes ou depois da absorção é dada por [37]

$$E_{j\text{tot}}^2 = p_j^2 c^2 + (M_0 c^2 + E_j)^2, \quad (2.7)$$

onde  $j = i$  (estado inicial) ou  $j = f$  (estado final),  $p_j$  é o módulo do momento linear do átomo,  $M_0$  é a massa de repouso do átomo,  $c$  é a velocidade da luz no vácuo e  $E_j$  a energia do estado atômico. Usando o fato de que a variação da energia total do átomo é igual à energia do fóton absorvido, temos que a energia do fóton absorvido é dada por:

$$\hbar\omega_k = E_{f\text{tot}} - E_{i\text{tot}}. \quad (2.8)$$

Substituindo a Eq. (2.7) na equação acima, e expandindo em potências de  $(1/c)^n$ , obtemos que o fóton é ressonante com um átomo em movimento quando tem a frequência

$$\omega_k = \omega_0 + \vec{k} \cdot \vec{v}_i - \frac{1}{2c^2} \left( \omega_0 v_i^2 + \frac{\hbar\omega_0^2}{M_0} \right) + \dots \quad (2.9)$$

O primeiro termo representa a frequência de absorção atômica  $\omega_0 = E_f - E_i$  de um átomo em repouso. O segundo termo é o efeito Doppler de primeira ordem, que muda a frequência de ressonância atômica quando um átomo está em movimento, e depende das direções do feixe de luz e do momento linear do átomo. O terceiro termo contém o efeito Doppler quadrático, que é independente da direção do movimento. Em geral esse termo é tão pequeno que só é levado em conta em alguns sistemas de espectroscopia para relógios atômicos.

Vimos no parágrafo anterior que um átomo em movimento “vê” a frequência da luz ligeiramente modificada. Se ele estiver se movendo contrapropagante ao feixe de luz, este feixe estará ressonante se estiver sintonizado para o vermelho (abaixo da frequência de ressonância). Nesse caso, para outros átomos com velocidades diferentes, o mesmo feixe não estará ressonante.

Na armadilha utilizam-se feixes sintonizados cerca de uma largura de linha ( $\sim$  MHz) abaixo da frequência de ressonância atômica, e existe uma certa velocidade atômica ( $\vec{v}$ ), para a qual os feixes exercem uma força de freamento. Assim, a fração dos átomos com distribuição de temperaturas de Maxwell-Boltzmann, que têm componentes de velocidade  $\vec{v}$  contrapropagantes a um dos seis feixes, será freada. E uma vez freada, sai de ressonância porque a velocidade atômica muda, mas



continua lenta. Esse efeito descoberto por S. Chu e colaboradores [28], é chamado de melação óptica. Esse nome foi dado porque o ciclo de absorção e emissão gera uma força sobre o átomo do tipo viscosa,  $F = -\alpha v$ , para átomos onde  $kv \ll \Gamma$  [28]. Apesar da diminuição da velocidade atômica, esse esquema não aprisiona, pois não proporciona uma força restauradora em direção ao centro, e assim não cria uma amostra densa de átomos frios. O problema foi resolvido usando os graus de liberdade internos do átomo, através do efeito Zeeman [28, 108]. Usando um campo magnético proporcionado por bobinas na configuração de anti-Helmholtz, o campo magnético é zero no centro e cresce radialmente em qualquer direção. Assim, à medida que um átomo se afasta do ponto central, os subníveis Zeeman se separam, de acordo com a Eq. (2.4). O campo magnético das bobinas de anti-Helmholtz sofre uma inversão ao passar pelo ponto central de valor nulo. Assim, feixes contrapropagantes e de polarizações circulares opostas, passando pelo centro de simetria do campo magnético, serão absorvidos de forma tão mais diferente quanto mais longe do centro estiver o átomo. Num modelo unidimensional, átomos à esquerda do centro absorverão mais fótons do feixe de polarização  $\sigma^+$ , por exemplo. A generalização para três dimensões é imediata. Através da escolha correta das polarizações circulares, é possível fazer com que esses feixes ajam como uma força restauradora que traz o átomo para o centro da armadilha [37]. Assim, encontrou-se uma solução para resfriar e aprisionar átomos neutros.

De forma resumida, a montagem da armadilha consiste no seguinte. Três pares de feixes contrapropagantes e de polarizações circulares e opostas, que se superpõem dentro de uma célula com o vapor atômico a ser aprisionado. Um par de bobinas de anti-Helmholtz mantém um campo magnético que é zero no centro da região de superposição dos feixes de armadilhamento, e cresce radialmente em todas as direções. Se os feixes da armadilha tiverem alinhamento perfeito e intensidades iguais, o ponto de campo magnético nulo será o centro da armadilha. Para evitar colisões com átomos do gás de fundo, um alto vácuo ( $\sim 10^{-9}$ Torr) é mantido dentro da célula de vapor. Um bomba iônica é usada para esse fim, e é mantida ligada continuamente para evitar aumento da pressão interna por percolação de átomos de hidrogênio através das paredes da célula. A armadilha que utilizamos em nossos experimentos, está descrita nas Refs. [27, 47].

## Capítulo 3

# Difração de Bragg em grade de população transferida. Aplicação em velocimetria de átomos frios e estudo de saturação

Neste capítulo estudamos o processo de transferência de uma grade de população por emissão espontânea, entre subníveis hiperfinais da linha  $D_2$  do Césio. Na primeira parte, fazemos uma breve revisão de velocimetria em armadilhas, e mostramos uma aplicação da grade transferida, num regime transitente, como uma técnica para fazer velocimetria de átomos frios. Ao final, apresentamos e discutimos a observação de uma anarmonicidade da grade transferida para altas intensidades dos feixes de excitação da grade, no regime contínuo (cw). Observamos difração de Bragg de primeira e segunda ordem. Explicamos a saturação na grade de população transferida a partir de um modelo de cinco níveis resolvido por matriz densidade, onde a grade de população saturada é simulada por um único campo modulado espacialmente [43].

### 3.1 Velocimetria de átomos frios

O grande desenvolvimento no campo de resfriamento e armadilhamento laser de átomos neutros suscitou a necessidade de medidas precisas de temperatura dos átomos resfriados. Uma das primeiras e mais tradicionais técnicas para medir a distribuição de velocidades em amostras de átomos frios é a

técnica do tempo de voo (TOF - Time-of-flight ) [45, 82, 111]. Esta foi a mais importante das técnicas utilizadas para mostrar que o limite inferior de temperaturas para vapores atômicos resfriados por laser está muito abaixo do limite Doppler [82]. Essa medida suscitou o desenvolvimento da teoria do resfriamento Sísifo [33] que, por sua vez, proporcionou um melhor entendimento da Física do resfriamento por luz. A técnica de TOF consiste em observar a fluorescência causada por um feixe de prova que é colocado passando próximo e fora da armadilha. Para que se meça a temperatura da amostra fria, é necessário desligar os feixes de armadilhamento para que a nuvem atômica se expanda. O tráfego dos átomos da nuvem em expansão cruzando o feixe de prova, provoca uma curva de fluorescência que é detetada por uma fotomultiplicadora. Considera-se que os átomos se movimentam balisticamente e de acordo com a distribuição de velocidades de Maxwell-Boltzmann [ver seção 3.3]. A temperatura é determinada comparando-se a curva de fluorescência com o cálculo da expansão da nuvem que considera a geometria da armadilha, a distância entre o feixe de prova e armadilha, o movimento balístico dos átomos [ver seção 3.3] obedecendo à distribuição de velocidades de Maxwell, e, para temperaturas abaixo de  $200\mu\text{K}$  [82], a gravidade. A desvantagem da técnica de tempo de voo é ser destrutiva, uma vez que as amostras devem ser liberadas da armadilha antes da determinação da temperatura. Além disso, esse método é sensível à distribuição espacial da nuvem atômica a qual não é bem conhecida na maioria dos casos.

O aumento do uso de átomos frios em uma variedade de experimentos de óptica quântica e não-linear [70, 74, 80, 128] incentivou o desenvolvimento de algumas outras técnicas de medida de temperatura, que apresentam algumas vantagens para configurações experimentais específicas [23, 78, 97]. Recentemente, Mitsunaga *et al.* [102] demonstraram que a mistura de quatro ondas (MQO) transiente pode ser empregada como uma ferramenta muito eficiente para medir a temperatura de átomos de sódio em uma armadilha magneto-ótica (MOT), e discutiram algumas das vantagens desta técnica quando comparada com a técnica de tempo de voo. Essa técnica tira proveito da alta eficiência da mistura de quatro ondas (MQO) em átomos frios devido à grande não-linearidade do meio quando próximo da ressonância óptica. No esquema da referência [102], depois do desligamento dos feixes da armadilha e de rebombamento, uma grade de população é criada no nível hiperfino fundamental superior da linha  $D_2$  do sódio por dois pulsos de luz de bombeamento com duração de 0.5 s. Mostrou-se que o tempo de decaimento da grade, monitorado através de difração de Bragg de um pulso de prova, e medido como função do atraso entre o feixe de bombeamento e o de prova, é diretamente associado com a temperatura da armadilha.

Na próxima seção, descrevemos em detalhes o esquema experimental correspondente à nossa

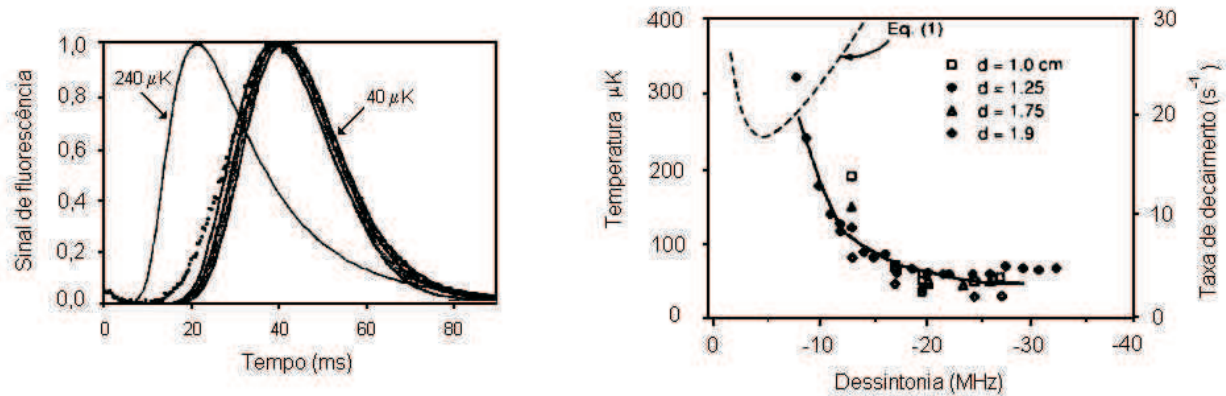


Figura 3.1: [Figs.1 e 2 da Ref. [82]] À esquerda: sinal de fluorescência em velocimetria de tempo de voo. Dados experimentais e calculados. A área sombreada indica o erro no cálculo do sinal da fluorescência supondo a amostra a  $40\mu\text{K}$ , por incerteza na determinação da geometria da armadilha. A pequena discrepância entre os dados experimentais e calculados pode ter origem em flutuações na armadilha entre os tempos de aquisição dos vários pontos. À direita: temperatura versus dessintonia  $\Delta$  dos feixes de armadilhamento, para várias distâncias entre a armadilha e o feixe de prova. A curva sólida representa a taxa de decaimento do melaço óptico. Sua escala foi escolhida para mostrar sua proporcionalidade com os dados de temperatura. A linha tracejada indica o que a teoria Doppler, que supõe resfriamento por absorção na direção dos feixes da armadilha e emissão espontânea, prevê para a temperatura ( $T_{\text{min}} = 240\mu\text{K}$ ).

sugestão para um método alternativo para velocimetria num ambiente de armadilha magneto-óptica. A técnica baseia-se na transferência de uma grade de população conforme já estudamos noutra ocasião para um caso estacionário de MQO [23].

## 3.2 O esquema experimental

Empregamos uma amostra de átomos frios obtidos em uma armadilha magneto-óptica de quatro feixes em célula de vapor [27]. Para aumentar o número de átomos armadilhados, um par adicional de feixes de melaço óptico foi adicionado a esta configuração da armadilha [27]. Os feixes da armadilha e do melaço são proporcionados por um laser estabilizado de Tisafira que está sintonizado cerca de 12 MHz abaixo da frequência de ressonância da transição cíclica do cálio  $6S_{1/2}, F = 4 - 6P_{3/2}, F' = 5$  em  $\lambda = 852$  nm. Um laser diodo de cavidade estendida (o laser de bombeamento) está sintonizado em ressonância com a transição  $6S_{1/2}, F = 3 - 6P_{3/2}, F' = 3$ , e recida a população perdida para o estado hiperfino fundamental  $6S_{1/2}, F = 3$  [Fig.3.2(a)]. Nossa técnica consiste em estudar o decaimento temporal de uma grade de população transferida como descrito previamente nas Refs. [22, 23].

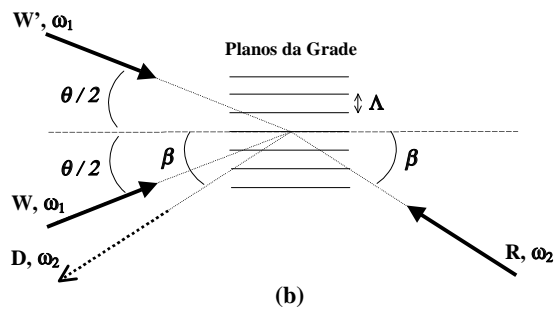


Figura 3.2: a) Níveis hiperfinos da linha  $D_2$  do césio. As setas indicam os diferentes campos de laser acoplados às transições correspondentes. b) Arranjo experimental dos feixes para a observação de difração de Bragg em uma grade de população transferida. Os feixes de escrita ( $W$  e  $W'$ ) têm ambos a mesma frequência  $\omega_1$ , enquanto o feixe de leitura e o feixe difratado ( $R$  e  $D$ ) têm frequência  $\omega_2$ . A frequência do laser de armadilhamento é  $\omega_T$ , e a do laser de rebombamento é  $\omega_R$ .

A grade é produzida por excitação da transição não cíclica  $6S_{1/2}, F = 4 - 6P_{3/2}, F' = 4$  por dois feixes de frequências iguais e polarizações lineares paralelas, produzidos por um segundo laser de diodo, que se interceptam na amostra de átomos frios formando um pequeno ângulo  $\theta$  (feixes de escrita da grade). A população no estado excitado, da grade criada por estes feixes, é transferida, através de emissão espontânea, para o nível hiperfino  $6S_{1/2}, F = 3$  do estado fundamental. A grade transferida é monitorada por um terceiro laser de diodo (o laser de leitura) que está com sua frequência travada em torno da frequência da transição cíclica  $6S_{1/2}, F = 3 - 6P_{3/2}, F' = 2$ , utilizando um sinal de absorção saturada como referência. A geometria dos feixes laser está desenhada na Fig. 3.2(b), onde os feixes estão alinhados satisfazendo a condição de Bragg, *i.e.*,  $(\beta) = \pi \frac{\omega_1}{\omega_2} (\theta/2)$ , com  $\omega_1$  e  $\omega_2$  sendo as frequências dos feixes de escrita e leitura, respectivamente, e  $\pi$  a ordem de difração. Usamos difração de Bragg de primeira ordem ( $\beta \approx \theta/2$ ), onde o feixe de leitura é aproximadamente contrapropagante a um dos feixes de escrita. Os feixes de escrita e de leitura da grade são proporcionados por dois lasers de diodo independentes, ambos com largura de linha estreitada para cerca de 1 MHz por uma cavidade tipo Littrow [10], e estabilizados em temperatura e corrente [10]. O sinal difratado é monitorado com um fotodiodo rápido, descrito no apêndice A. Quando todos esses feixes estão presentes na armadilha, uma grade de população é produzida no estado fundamental  $F = 3$ , que difrata continuamente o feixe de leitura. O contraste dessa grade estacionária de população é determinado pelas taxas de bombeamento óptico associadas com os feixes de escrita e de rebombeamento. O feixe de leitura não deteriora o contraste da grade porque está acoplado a uma transição cíclica. Por outro lado, observamos que o sinal difratado é extremamente dependente da potência do laser de rebombeamento e de sua desintonia.

Dois mecanismos contribuem para a deterioração do contraste da grade: o bombeamento óptico induzido pelo feixe de rebombeamento para o nível fundamental superior  $6S_{1/2}, F = 4$ , e o movimento térmico dos átomos ao longo da direção normal aos planos da grade. Lembramos aqui que o sinal difratado é proporcional ao contraste da grade transferida, como ocorre ordinariamente na difração de Bragg. Verificamos que para condições típicas de operação da armadilha, o efeito do bombeamento óptico é muito mais importante que o movimento atômico. Assim, para acessar apenas o efeito do movimento atômico no contraste da grade, o laser de rebombeamento foi desligado durante as medidas. Para isto os feixes de rebombeamento e de escrita passaram através de dois moduladores acusto-ópticos (MAO) independentes, os quais permitiam um desligamento rápido desses feixes. A forma de utilização de MAO's está descrita no Apêndice A. Nosso experimento consistiu em medir decaimento do sinal difratado, depois do desligamento simultâneo dos

dois MAQ's, cujos geradores de RF eram comandados por uma mesma onda retangular TTL de controle. Um exemplo da evolução temporal do sinal difratado após o desligamento dos MAQ's é mostrado na figura Fig. 3.4. Para esta curva, as intensidades do laser de leitura e de escrita são de aproximadamente  $4 \text{ mW/cm}^2$  e  $0,3 \text{ mW/cm}^2$ , respectivamente, e a eficiência da difração medida em relação ao feixe de leitura é da ordem de 0,1 %. A variação do número de átomos durante a medida é desprezível porque o sinal é medido em cerca de  $50 \text{ ns}$ , o que é muito menor que a meia-vida da armadilha desligada que é maior que  $1 \text{ ms}$ . O ângulo entre os feixes de escrita é  $\theta = 1,8^\circ$  e o período correspondente da grade,  $\Lambda = \lambda/[2(\theta/2)]$ , é  $27 \text{ }\mu\text{m}$ . O decaimento rápido observado imediatamente após o desligamento dos feixes está associado a uma peculiaridade da eletrônica do nosso sistema experimental, que gerou um atraso de  $0,5 \text{ }\mu\text{s}$  entre os instantes de desligamento dos dois moduladores. Esta é, de fato, uma evidência do rápido decaimento do sinal, associado com a presença do feixe de bombeamento. Quando ambos os feixes são extintos, o decaimento prossegue a uma taxa mais lenta, essencialmente devido ao movimento térmico dos átomos. Após religar os feixes de escrita e bombeamento, o sinal difratado cresce com uma constante de tempo determinada principalmente pela taxa total de bombeamento óptico associada com os feixes de escrita e de bombeamento. Devemos notar que os feixes de armadilhamento permanecem ligados durante todo o tempo, uma vez que têm um efeito desprezível no decaimento da grade. Determinamos, através de uma medida independente, que o tempo de bombeamento óptico associado aos feixes da armadilha é da ordem de  $50 \text{ }\mu\text{s}$ , muito maior do que o tempo de decaimento da grade. Enfatizamos que, diferente da técnica apresentada por Mitsunaga *et al.* Ref. [102], no nosso caso não é necessário incluir um tempo de construção da grade na sequência temporal das medidas, uma vez que a grade é continuamente produzida num estado hiperfino fundamental durante a operação da armadilha. Isso simplifica muito a eletrônica de controle dos feixes, resumindo-a a um simples gerador de ondas retangulares para controlar os geradores de RF dos moduladores acusto-ópticos. A medida do tempo de decaimento do sinal difratado dá acesso direto à temperatura da armadilha como será discutido na próxima seção. É válido mencionar que no caso de excitação contínua (c.w.) da população da grade, a dependência angular do processo não degenerado de MQO pode também dar informação da temperatura da armadilha, mas de forma mais indireta conforme apresentamos na Ref. [23].

### 3.3 Difusão térmica da grade de população

Para a densidade atômica típica de nossa armadilha ( $\leq 10^{10}$  átomos/cm<sup>3</sup>), pode-se desprezar os efeitos de colisão e considerar que o decaimento da grade, depois do desligamento dos feixes, é somente devido ao movimento balístico dos átomos. Mostraremos isso experimentalmente.

A expressão da evolução temporal do contraste de uma grade espacial com perfil senoidal de densidade, onde os elementos constituintes da grade obedecem à distribuição de velocidades de Maxwell-Boltzmann (M-B), é dada pela convolução  $C(t)$  [68] da expressão da grade  $g(\vec{x})$  pela distribuição de velocidades de M-B, conforme as equações abaixo.

$$g(\vec{x}) = \exp(i\vec{q} \cdot \vec{x}) = \exp(i\vec{q} \cdot \vec{v}t), \quad (3.1)$$

$$C(t) = \int \frac{1}{(u\sqrt{\pi})^3} \exp\left[-\frac{mv^2}{2k_B T}\right] \exp[i\vec{q} \cdot \vec{v}t] d^3v, \quad (3.2)$$

onde  $\vec{q}$  é o vetor de onda da grade ( $q = 2\pi/\Lambda$ ),  $\vec{v}$  é o vetor velocidade atômica,  $u = \sqrt{\frac{2k_B T}{m}}$ , e  $m$ ,  $k_B$  e  $T$  são respectivamente a massa atômica, a constante de Boltzmann e a temperatura. Resolve-se a integral acima completando-se os quadrados. Para simplificar o cálculo, supomos que o vetor  $\vec{q}$  está no plano x-y. Tem-se então o produto de duas integrais gaussianas, unidimensionais, idênticas. O resultado é [40, 1(2)]:

$$C(t) = \exp\left[-\frac{(uqt)^2}{2}\right]. \quad (3.3)$$

Que mostra que o tempo de decaimento da grade é  $\tau_D = \Lambda/(u\sqrt{2})$ , proporcional ao seu período espacial.

A Eq. (3.3) corresponde a um regime balístico de distribuição de velocidades (M-B). Caso as partículas formadoras da grade se movimentassem de forma difusiva, teríamos na Eq. (3.1) [20, 51]  $x \propto \sqrt{t}$ , e, conseqüentemente,

$$C(t) \propto \exp\left[-\frac{a(uq)^2 t}{2}\right], \quad (3.4)$$

onde  $a$  é uma constante de proporcionalidade que garante a dimensão correta. Das medidas experimentais, a serem discutidas na próxima seção, verificamos que o vetor de onda da grade de população e o tempo de decaimento da grade de população escalam linearmente entre si, como na Eq. (3.3). Portanto, na armadilha o movimento atômico é balístico, de acordo com resultados de



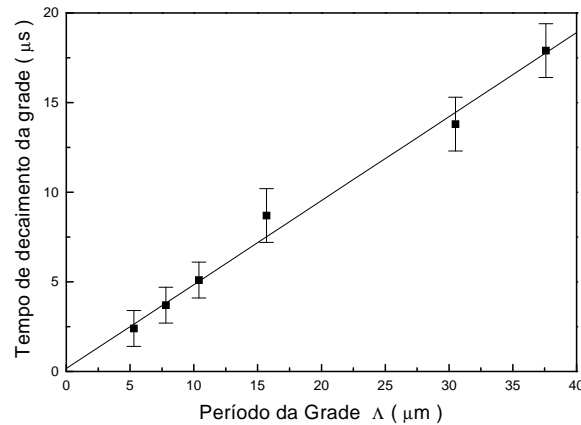


Figura 3.3: Tempo de decaimento da grade como função de seu período  $\Lambda$ , para uma desintonia  $\Delta$  fixa dos lasers de armadilhamento. Os ângulos correspondentes são  $\theta = 9.2^\circ, 6.2^\circ, 4.7^\circ, 3.1^\circ, 1.6^\circ$  e  $1.3^\circ$ .

simulações de Monte Carlo [48] para a dinâmica de átomos na armadilha, e de acordo com os resultados da Ref. [82], mostrados na Fig. 3.1 deste capítulo.

### 3.4 Resultados e Discussão

Na seção anterior, calculamos a dependência temporal de uma grade senoidal de passo  $\Lambda$  transferida. O feixe de leitura, como discutido na seção experimental, é difratado nessa grade transferida, de tal forma que o sinal difratado decai linearmente com o contraste da grade [46]. Supondo essa hipótese, temos que o sinal difratado na grade, que decai sob efeito apenas da distribuição de velocidades de Maxwell, é dado por

$$I_D(t) \propto \exp \left[ - \left( \frac{\sqrt{2} \pi v t}{\Lambda} \right)^2 \right]. \quad (3.5)$$

Medimos o tempo de decaimento da grade para vários ângulos ( $\theta$ ) dos feixes de escrita, e os resultados estão apresentados na Fig. 3.3. A dependência observada está em concordância muito boa com a dependência linear *tempo de decaimento vs. período da grade*, prevista pela equação acima. Isso valida a escolha da função gaussiana para ajustar o decaimento do sinal, como apresentado na Fig. 3.4.

Os dados da Fig. 3.4 mostram claramente o papel do movimento atômico no mecanismo de

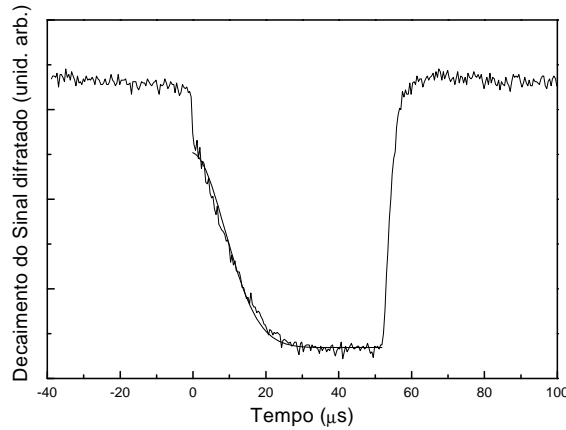


Figura 3.4: Sinal difratado após o desligamento dos lasers de escrita da grade e do laser de rebombamento. O decaimento rápido logo após  $t = 0$  está associado ao bombeamento óptico induzido pelo laser de rebombamento que é desligado  $0.5 \mu\text{s}$  após o desligamento dos lasers de escrita. A curva sólida é um ajuste usando a função gaussiana da Eq. (3.5). Os feixes de rebombamento e de escrita estão desligados no período  $0 < t < 50 \mu\text{s}$ .

decaimento da grade e podem ser usados para determinar a temperatura da amostra de átomos resfriados por laser. Para obter a temperatura da armadilha, basta fazer o ajuste da curva de decaimento com a função Gaussiana teórica dada pela Eq. (3.5). Na Fig. 3.5 apresentamos a variação da temperatura da armadilha, medida com esta técnica, como uma função da dessintonia do laser da armadilha  $\Delta$ . A temperatura medida é de alguns mK. No mesmo gráfico da Fig. 3.5 mostramos medidas independentes de temperaturas feitas com uma variação da técnica de tempo de voo. Para isso usamos um feixe de prova passando pela armadilha, ressonante com a transição  $F = 4 \rightarrow F = 5$ , com formato espacial de um retângulo com largura  $L$  muito maior que o diâmetro da armadilha, e altura  $h$  muito menor. Desligamos com um *chopper* mecânico os feixes de armadilhamento, e medimos o decaimento da absorção do feixe de prova, que é proporcional ao número de átomos  $N(R) = \rho \pi R^2 h$ , onde  $\rho$  é a densidade atômica inicial da armadilha e  $R$  é o seu raio. Supondo que a armadilha se expande como  $R(t) = R_0 + vt$ , após o desligamento dos feixes da armadilha temos que o número de átomos na frente do feixe de prova é  $N(t) \propto N_0 / (R_0 + vt)$ . Da imagem de armadilha estimamos  $R_0 = 0,7 \pm 0,1$  mm. Embora as incertezas sejam bem maiores, dadas as várias simplificações deste modelo, os ajustes das curvas de decaimento da absorção do feixe de prova dão temperaturas que coincidem com as medidas pelo tempo de decaimento da grade de

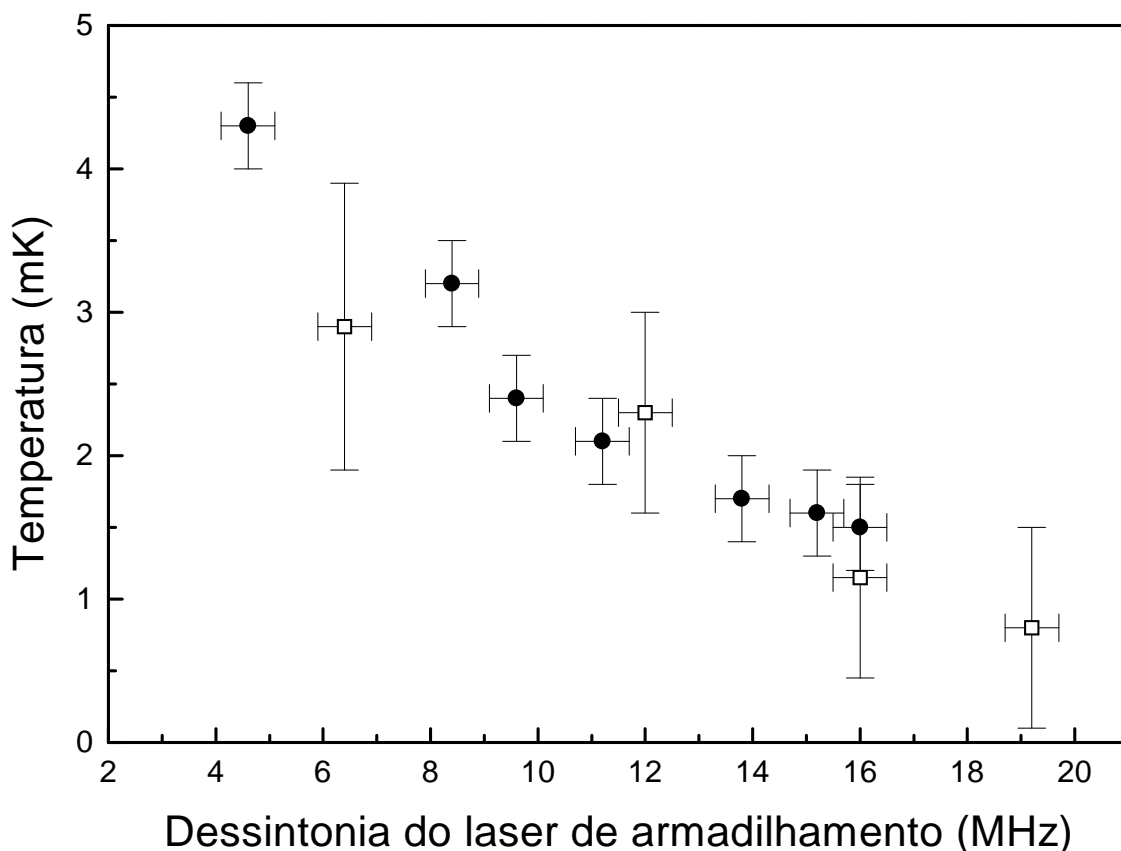


Figura 3.5: Bolas pretas: Variação da temperatura da armadilha com a dessintonia  $\Delta$  (para o vermelho) do laser de armadilhamento, medida pelo método do decaimento da grade de população transferida. Quadrados: mesma medida utilizando uma técnica modificada de tempo de voo.

população transferida (ver Fig. 3.5). Não tivemos sucesso com a técnica convencional de TOF por falta de um detector sensível o suficiente para detectar fluorescência, e pelo pequeno tamanho da célula onde a armadilha está construída.

As medidas auxiliares confirmaram a dependência da temperatura com a dessintonia obtida pelo método do decaimento da grade, e dá as temperaturas na mesma faixa de mK. É válido mencionar as diferentes escalas de tempo das medidas i.e., o tempo de decaimento típico prova-absorção fica na faixa de ms, enquanto a medida por difração na grade transferida ocorre em dezenas de  $\mu$ s. Embora as temperaturas medidas sejam muito maiores do que as usualmente obtidas para uma armadilha convencional, lembramos que trabalhos prévios de outros autores também obtiveram temperaturas na mesma faixa de mK [80, 115] para átomos de césio em uma armadilha. Além disso, a dependência da temperatura com  $\Delta$ , para as nossas condições experimentais típicas ( $I_{\text{avg}} \simeq 50 \text{ mW/cm}^2$ ,  $\Delta \simeq 1.5\Gamma$  e  $10^7 - 10^8$  átomos presos) são consistentes com a fórmula empírica

$T \sim 1.2N^{1/3}\Omega/\Delta$  ( $\Omega$  é a frequência Rabi por feixe) descrita na referência [39], a qual apresenta uma investigação extensiva da variação da temperatura de uma armadilha convencional com esses parâmetros. Para nossos experimentos de óptica não linear, densidade e número  $N$  de átomos têm sido parâmetros buscados mais frequentemente que temperaturas mais baixas. Isso porque utilizamos a armadilha para experimentos de óptica não-linear, onde os sinais são proporcionais a  $N^2$ , e na faixa de temperatura de mK, o efeito Doppler residual já não é tão importante para a grande maioria dos espectros.

Consideramos a possível influência da interação entre os átomos e o feixe de leitura na temperatura observada. Esta interação pode produzir um deslocamento de átomos numa direção quase paralela aos planos da grade mas que não irá afetar o decaimento da grade. Ainda assim, pode induzir um movimento atômico difusivo resultando em algum aquecimento do meio. Verificamos esta possibilidade variando a intensidade do feixe de leitura. Nenhuma evidência de tal aquecimento foi observada nas intensidades utilizadas. Finalmente, temos que considerar o bombeamento óptico fora de ressonância induzido pelo feixe de leitura para o estado fundamental  $F = 4$ , via o estado excitado  $F' = 3$ . Verificamos experimentalmente que quando o feixe de leitura é ressonante com o estado excitado  $F' = 3$ , o decaimento é completamente determinado pelo bombeamento óptico e é da ordem de  $0,5 \mu\text{s}$ . Assim, o tempo de decaimento da grade associado com o bombeamento fora de ressonância é maior que  $0,5\mu\text{s}$  por um fator da ordem de  $(\delta p_{F'-2} - p_{F'-2}/\Gamma)^2 \sim 10^3$ , que implica num tempo muito mais longo do que o observado para o decaimento da grade. Também verificamos que uma atenuação de 75% no feixe de leitura não introduz mudança apreciável no tempo de decaimento da grade.

### 3.5 Ordens superiores de difração

Vamos agora nos concentrar num aspecto diferente do problema: o espectro cw da difração de Bragg no limite de saturação pelos feixes de escrita da grade. Mesmo para feixes de escrita com intensidades da ordem da intensidade de saturação, podemos observar uma difração de Bragg de segunda ordem, que indica que a grade se tornou anarmônica devido à saturação pelos feixes de escrita. A saturação ocorre quando termos de alta ordem da suscetibilidade não-linear do meio começam a ser importantes. Uma ilustração desse efeito em termos de saturação de população atômica está mostrado na Fig. 3.6. Para observar difração de segunda ordem, os feixes foram alinhados de acordo com a geometria da Fig. 3.2(b), satisfazendo a condição de Bragg de segunda

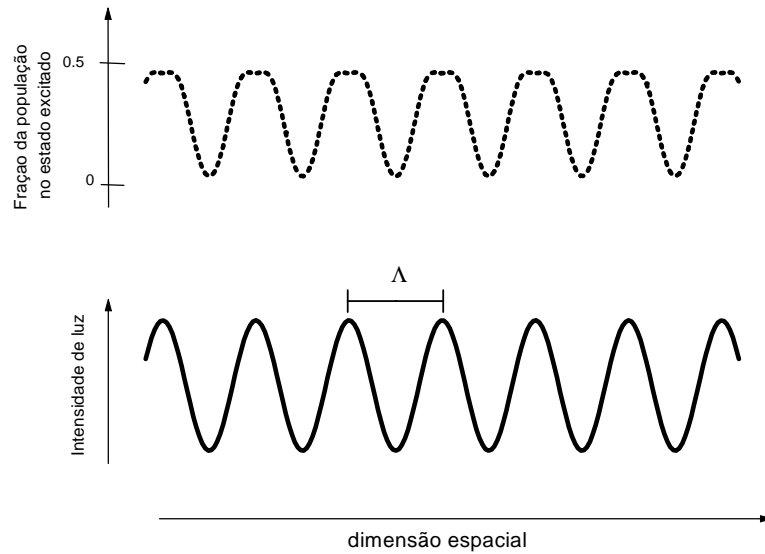


Figura 3.6: Representação da grade estacionária de luz, e da grade de população, que fica saturada para altas intensidades do campo de luz, uma vez que não pode existir inversão de população no sistema de dois níveis.

ordem ( $n = 2$ ) e o sinal difratado foi monitorado com um detector na direção onde  $\beta \approx \theta$  [36, 123]. A Fig. 3.7 apresenta, sob as mesmas condições experimentais e para intensidades dos feixes de escrita da ordem de  $1,4 \text{ mW/cm}^2$ , o espectro de difração de Bragg para os sinais de primeira e segunda ordem. Cada curva corresponde a uma média de oito varreduras e a menor largura de linha observada é limitada pelas flutuações de frequência do laser. Das razões medidas entre as intensidades dos sinais de primeira e segunda ordem, e do conhecimento das intensidades dos lasers de escrita da grade, podemos estimar a razão entre susceptibilidades não-lineares efetivas  $\chi_{ef}^{(3)}$  e  $\chi_{ef}^{(5)}$  da amostra de átomos resfriados. Para isso usamos o fato de que [118]

$$\mathcal{E}^{(5)} \propto \chi^{(5)} \mathcal{E}_W^2 \mathcal{E}_W^* \mathcal{E}_R, \quad (3.6)$$

$$\mathcal{E}^{(3)} \propto \chi^{(3)} \mathcal{E}_W \mathcal{E}_W^* \mathcal{E}_R, \quad (3.7)$$

onde  $\mathcal{E}^{(5)}$ ,  $\mathcal{E}^{(3)}$  são respectivamente os campos elétricos das ondas devido às susceptibilidades não-lineares  $\chi^{(5)}$  e  $\chi^{(3)}$ ,  $\mathcal{E}_W$ ,  $\mathcal{E}_R$  são as amplitudes dos campos de escrita e de leitura da grade, respectivamente. A intensidade média  $I$  de uma onda eletromagnética se relaciona com a amplitude  $\mathcal{E}$  de seu campo elétrico, através de [37]

$$I = c\epsilon_0 \mathcal{E}^2, \quad (3.8)$$

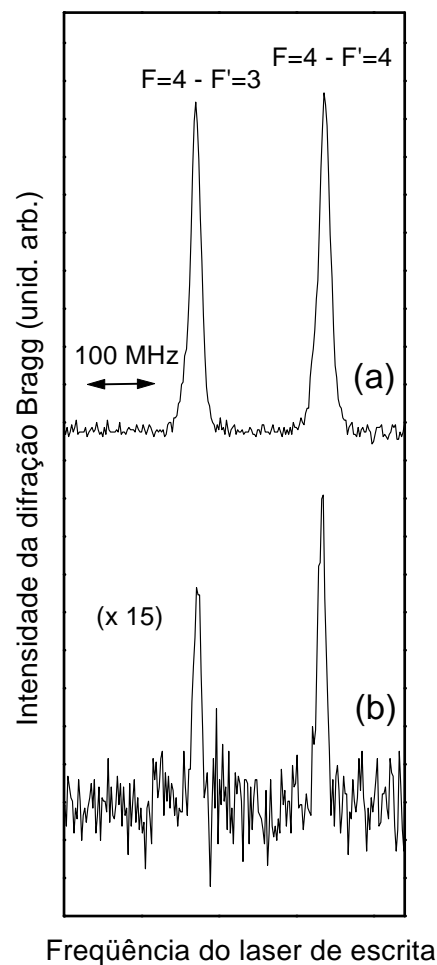


Figura 3.7: (a) Espectro do sinal de primeira ordem de difração em torno da transição  $6S_{1/2}, F = 4 \rightarrow 6P_{3/2}, F' = 3, 4$  para uma intensidade de  $1,1 \text{ mW/cm}^2$  em cada feixe de escrita. b) Espectro de difração de segunda ordem em torno das mesmas transições e para as mesmas intensidades dos feixes de escrita usadas em a).

onde  $c = 3 \times 10^8$  m/s é a velocidade da luz no vácuo e  $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12}$  F/m é a constante de permissividade dielétrica do vácuo. Escrivendo todas as intensidades no MKS e usando as relações entre as Eqs. (3.7) e (3.8) acima, encontramos a relação procurada:  $|\chi_{ef}^{(5)}/\chi_{ef}^{(3)}| \approx 5 \times 10^{-6}$  (unidades do SI).

O campo de segunda ordem de difração, que está associado a  $\chi^{(5)}$  quando no regime de baixas potências, é também chamado de mistura de seis ondas. Em geral, os campos devidos à susceptibilidade  $\chi^{(n)}$  são chamados de mistura de  $(n + 1)$  ondas.

Para intensidades ainda maiores dos feixes de escrita, observamos que o espectro de difração de Bragg de primeira ordem alarga e desdobra-se em uma forma de linha de pico duplo conforme apresentado na Fig. 3.8. Este resultado apresenta alguma similaridade com o espectro previsto para sinais de conjugação de fase na aproximação do limite Doppler, em quatro níveis, num meio gasoso [44], com um feixe de saturação. Uma análise das formas de linha saturadas será feita nas seções seguintes.

### 3.6 Saturação das susceptibilidades e anarmonicidades da grade

Para estudar o efeito de saturação da grade de população escrita no sistema atômico, decidimos usar uma idéia de Ducloy e Bloch [42] que consiste em visualizar a conjugação de fase óptica como um processo de difração num meio com absorção saturada, onde o feixe de bombeamento é espacialmente modulado. Essa idéia tem a vantagem de ser simples e operacional, particularmente no caso onde temos uma única grade de população envolvida no problema, como no problema de transferência de grade de população que estamos estudando. Vamos voltar a chamar de  $F$  e  $P$  os feixes de escrita da grade ( $W$  e  $W$ , respectivamente), como é usual em MQO, para distinguir facilmente um do outro. Podemos escrever o campo elétrico resultante da combinação dos campos dos feixes  $F$  e  $P$  como:

$$\mathcal{E}_0(\vec{r}) = \mathcal{E}_F + \mathcal{E}_P \exp[i\vec{q} \cdot \vec{r}] + c.c., \quad (3.9)$$

onde,  $\vec{q} = \vec{k}_F - \vec{k}_P$  é o vetor de onda da grade. O perfil espacial de intensidade é:

$$S_0 = S_F + 2\sqrt{S_F S_P} \cos(\vec{q} \cdot \vec{r}) + \mathcal{O}(\mathcal{E}_P^2), \quad (3.10)$$

onde usamos  $S_i = \Omega_i^2/\Gamma^2$ ,  $i = F, P$ .

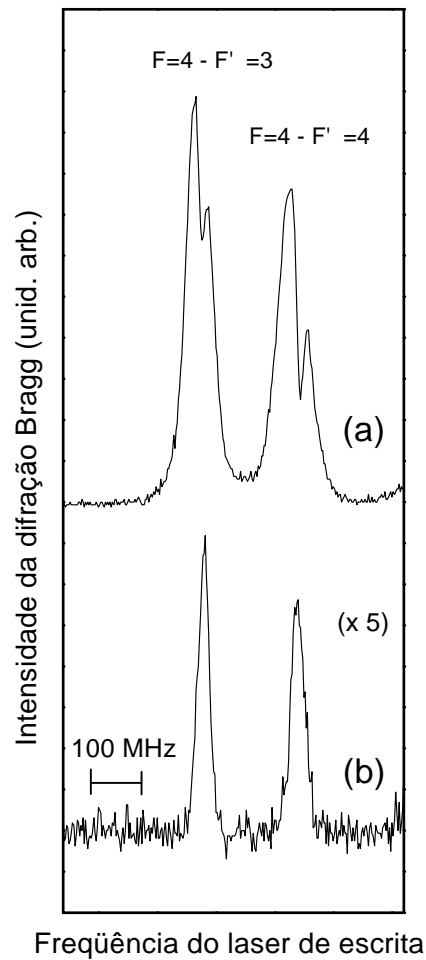


Figura 3.8: (a) Espectro do sinal de primeira ordem de difração em torno da transição  $6S_{1/2}, F = 4 - 6P_{3/2}, F' = 3, 4$  para uma intensidade de  $5 \text{ mW/cm}^2$  em cada feixe de escrita. b) Espectro de difração de segunda ordem em torno das mesmas transições e para as mesmas intensidades dos feixes de escrita usadas em a).



Por ora, vamos desprezar os termos de ordem superior em  $\mathcal{E}_P$  na expressão de  $S_a$ , pois representam grades com períodos espaciais múltiplos de  $q$ . A equação acima dá o perfil de intensidade que gera a grade de população  $f(S_a(\vec{r}))$  na transição  $F = 4 \rightarrow F' = 4$ .  $f(S)$  é a função que depende das características do sistema atômico. Essa grade é transferida por emissão espontânea para o nível hiperfino fundamental  $F = 3$ , onde será lida pelo feixe de frequência  $\omega_B$  de acordo com a Fig. 3.2(a) (feixe B na linguagem da MQO). Isso nos permite dizer que em primeira ordem no campo B, o sinal difratado é do tipo:

$$\mathcal{E}_g \propto \mathcal{E}_B f(S_0(\vec{r})). \quad (3.11)$$

Expandindo a equação acima em série de Taylor<sup>1</sup>, em torno de  $S_a - S_P$ , temos:

$$\mathcal{E}_g(S_0) = \mathcal{E}_B \left[ f(S_P) + 2 \frac{\partial \mathcal{E}_g}{\partial S_0} \Big|_{S_0=S_P} \frac{\Omega_P \Omega_B}{\Gamma^2} \cos(\vec{q} \cdot \vec{r}) + \dots \right]. \quad (3.12)$$

Identificamos o primeiro termo como absorção saturada e o segundo termo como o campo conjugado de fase. Nos termos não mostrados da série acima (reticências), existem potências do tipo  $[\cos(\vec{q} \cdot \vec{r})]^\pi$ ,  $\pi > 1$ . Para identificar esses termos, que são de ordem superior nos campos aplicados, vamos trabalhar no problema por outra direção, e escrever o sinal  $\mathcal{E}_g$  explicitamente como uma série de Fourier. Isso nos permitirá inclusive, calcular o sinal devido às outras grades de periodicidades espaciais múltiplas de  $q$ . Escreve-se:

$$\mathcal{E}_g \propto \sum_{n \geq 0} \mathcal{E}_n \cos(n\vec{q} \cdot \vec{r}). \quad (3.13)$$

Redefinindo  $\vec{q} \cdot \vec{r} = x$ , vamos calcular os coeficientes  $\mathcal{E}_n$  usando a ortogonalidade das funções cosseno:

$$\int_0^{2\pi} \mathcal{E}_g \cos(n'x) dx = \int_0^{2\pi} \sum_{n \geq 0} \mathcal{E}_n \cos(nx) \cos(n'x) dx. \quad (3.14)$$

Podemos agora usar uma identidade trigonométrica para resolver a integral da direita. Temos então, para as diversas componentes espaciais de Fourier:

$$\mathcal{E}_n = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \mathcal{E}_g \cos(nx) dx. \quad (3.15)$$

---

1

$$f(x) = f(x_0) + \frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{x=x_0} (x-x_0) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \Big|_{x=x_0} (x-x_0)^2 + \dots$$

A diferença entre as Eqn. (3.13) e (3.12), é que o  $n$ -ésimo termo da série de Fourier dá a  $n$ -ésima ordem de difração de Bragg na grade de população, incluindo todas as ordens da susceptibilidade não-linear, enquanto o  $p$ -ésimo termo da série de Taylor [Eq. (3.12)] dá a contribuição para a difração total devido ao termo de  $\chi^{(2p+1)}$  efetivo da susceptibilidade não linear. Em ordem mais baixa no campo  $\mathcal{E}_p$ , o feixe de difração de Bragg de ordem  $n$  é formado pelo campo devido à susceptibilidade  $\chi^{(2n+1)}$ , onde para  $n = 1$  temos o sinal conjugado de fase, conforme se pode verificar operando com as expansões mostradas em Eq. (3.12) e Eq. (3.13).

Portanto, para ver efeitos de saturação no campo difratado de ordem  $n$  para intensidades não desprezíveis do feixe de prova, temos que calcular  $\mathcal{E}_n$  segundo a Eq. (3.15). Nesse caso, o termo de difração  $n = 1$  já não representa mais simplesmente o termo de  $\chi^{(3)}$ , mas será um  $\chi^{(3)}$  efetivo, com contribuições de susceptibilidades de ordens superiores.

### 3.6.1 Saturação das susceptibilidades para único campo modulado espacialmente

Para introduzir o problema, vamos inicialmente considerar um sistema aberto ou fechado de dois níveis ( $|a\rangle$  e  $|b\rangle$ ) na presença de um campo de intensidade arbitrária  $S_0$ , mas campo de prova muito fraco. O cálculo de polarização induzida tem uma solução bem conhecida [118]

$$\mathcal{E}_g \propto \frac{S_0(x)}{1 + \Delta + aS_0(x)}, \quad (3.16)$$

onde  $\Delta = (\omega_g - \omega_0)/\Gamma_{ab}$ , e  $\Gamma_{ab}$  é a relaxação da coerência entre os níveis  $|a\rangle$  e  $|b\rangle$ ;  $\omega_0$  é a frequência de ressonância do sistema de dois níveis, e  $S_0(x)$  é a intensidade do campo saturante aplicado ao sistema,  $a$  é um fator cuja forma não é relevante para a análise que segue. Tomando  $S_0(x)$  como na Eq. (3.10), teremos que o segundo e terceiro termos da série de Taylor da Eq. (3.12) serão proporcionais a:

$$\mathcal{E}_g^{[\chi_n^{(2)}]} \propto m(\mathcal{E}_g - a\mathcal{E}_g^2), \quad (3.17)$$

$$\mathcal{E}_g^{[\chi_n^{(4)}]} \propto -m^2(a\mathcal{E}_g^2 - a^2\mathcal{E}_g^3), \quad (3.18)$$

onde  $m = 2\sqrt{I_P I_P} \cos(\vec{q} \cdot \vec{r})$ . Das expressões acima, vemos claramente a saturação do termo de  $\chi^{(3)}$  efetivo, dada pelo termo  $a\mathcal{E}_g^2$  que diminui o valor do  $\chi^{(3)}$  efetivo, transferindo energia para o termo de  $\chi^{(5)}$  efetivo. Uma vez transferida para o termo de  $\chi^{(5)}$ , essa energia vai se propagar na direção correspondente à difração na grade dada por  $\cos(2\vec{q} \cdot \vec{r})$ , como se pode ver pelo termo  $m^2$ . Isso nos faz esperar que o surgimento de uma ordem superior de difração por aumento da potência, gere

uma diminuição na região central ( $\Delta = 0$ ) do espectro da ordem imediatamente anterior. Veremos novamente esse efeito nos cálculos feitos nas seções seguintes usando séries de Fourier. As equações acima deixam bem claro que na Eq. (3.12) estamos tratando de  $\chi^{(n)}$  efetivos que são diferentes daqueles dados pela Eq. (2.1) para as susceptibilidades.

### 3.6.2 Saturação na escrita da grade transferida

No problema da transferência da grade de população de que trata este capítulo, temos que o sinal difratado é dado por <sup>2</sup>

$$\mathcal{E}_g \propto \Omega_B \frac{\gamma_R + \Gamma}{\gamma_R} \frac{2\Omega_B^2 \Gamma_{ab}}{\Gamma} \frac{1}{\Gamma_{ab}^2 + \Delta^2 + \frac{2\Omega_B^2 \Gamma_{ab}}{\Gamma} \left(4 + \frac{\Gamma}{\gamma_R}\right)}, \quad (3.19)$$

onde  $\Gamma_{ab}$  é a taxa de decaimento da coerência entre os níveis  $a$  e  $b$ . O campo dado pela Eq. (3.19) corresponde à coerência induzida entre os níveis  $F = 3$  e  $F' = 2$ , quando a transição  $F = 4 \rightarrow F' = 4$  está acoplada por um campo  $\Omega_B$  de intensidade arbitrária e desintonizado de  $\Delta$ , e a transição  $F = 3 \rightarrow F' = 2$  é lida por um campo  $\Omega_g$  de intensidade muito menor que a intensidade de saturação da transição.  $\gamma_R$  é uma taxa de bombeamento que simula o laser de rebombeamento. Essas aproximações foram feitas tendo em mente o esquema apresentado na Fig. 3.2(a) e a facilidade para obtenção da solução analítica do problema. Supomos que as taxas de decaimento da população e da coerência ( $\Gamma$  e  $\Gamma_{ab}$ ) são iguais para as transições  $F = 4 \rightarrow F' = 4$  e  $F = 3 \rightarrow F' = 2$ .

A forma da Eq. (3.19) é a mesma da Eq. (3.16) porque na transferência de grade de população temos dois sistemas de dois níveis acoplados apenas por emissão espontânea. O parâmetro  $a$  que controla a saturação de  $\chi^{(2n+1)}$ , de acordo com as Eqs. (3.17) e (3.18) e discussão que as segue, está relacionado aqui com o parâmetro  $\gamma_R$ . Isso significa que, em princípio, para o sinal difratado na grade transferida, podemos controlar, no curso do experimento, o valor do parâmetro de saturação. Um experimento de controle da saturação usando tal princípio poderia ser feito mais adequadamente em mistura de ondas num sólido, como os das Refs. [60], [63], porque em nosso caso o laser de rebombeamento tem também o papel de controlar o número de átomos armadilhados e é um parâmetro muito crítico para ser variado.

As intensidades das diversas ordens de difração são calculadas substituindo-se a Eq. (3.19) na Eq. (3.15) das diversas componentes de Fourier, onde o campo saturante deve ser escrito com a modulação espacial para simular a grade,  $\Omega_B^2 = \Omega_P^2 + \Omega_P^2 + 2\Omega_P \Omega_P \cos(x)$ ,  $x = \vec{q} \cdot \vec{r}$  e  $\Omega_B = \mu E_B / 2\hbar$ .

<sup>2</sup>O cálculo está feito no Apêndice B

Para relacionar esses termos com o experimento, usamos  $\Omega^2/\Gamma^2 = I/2I_0$ , onde  $I$  é a intensidade do campo,  $I_0$  é a intensidade de saturação do sistema aberto onde a grade é escrita, e  $\Gamma$  é a largura de linha (HWHM) de transição. É importante lembrar que associar as diversas ordens de difração com os diversos termos da série de Fourier, é válido para qualquer valor de  $I_p$ ,  $I_p$ .

Vamos usar a receita especificada no parágrafo acima para mostrar o efeito do  $\gamma_R$  no controle da saturação dos sinais difratados. Não temos análogo experimental para esse efeito porque a armadilha não é adequada para esse tipo de experimento, como já comentamos. Na Fig. 3.9 vemos que, para  $\gamma_R$  pequeno, o sinal difratado tem intensidade de saturação muito baixa, porque há acúmulo de átomos no nível fundamental para onde a grade é transferida. Isso prejudica a harmonicidade da grade. Quando  $\gamma_R \rightarrow \infty$  a intensidade para saturação da grade aumenta e se aproxima de uma constante. Na próxima seção manteremos  $\gamma_R$  constante e com um valor  $\gamma_R \gg 1$ , como ocorre para o funcionamento da armadilha. Vamos comparar as previsões do modelo que acabamos de discutir com alguns experimentos e mostrar sua validade.

### 3.6.3 Saturação das grades de população: resultados dos modelos e dos experimentos

Usando o mesmo diagrama experimental utilizado no experimento de velocimetria, mantivemos agora os feixes de escrita da grade e o feixe de rebombamento sempre presentes e varremos simultaneamente as frequências dos feixes de escrita da grade (feixes F e P da MQO). A frequência do feixe B (de leitura da grade transferida) foi mantida fixa em torno da frequência de ressonância da transição cíclica  $F = 3 \rightarrow F' = 2$ . O modelo apresentado na seção anterior só é válido para os picos da direita dos espectros da Fig. 3.7, que correspondem aos feixes de leitura acoplados na transição aberta  $F = 4 \rightarrow F' = 4$ , e o feixe de leitura acoplado na transição cíclica  $F = 3 \rightarrow F' = 2$  da linha  $D_2$  do césio. Nesta seção vamos nos restringir apenas a esses picos de difração.

Na Fig. 3.10, mostramos os espectros experimentais para difração de ordem um e de ordem dois. A intensidade do laser de rebombamento é mantida constante e igual a cerca de  $5 \text{ mW/cm}^2$ , em ressonância com a transição aberta  $F = 3 \rightarrow F' = 3$ . A intensidade dos lasers de escrita da grade foi mudada através do uso de filtros neutros de potência e variada entre cerca de  $5 \text{ mW/cm}^2$  [Fig. 3.10(a)] a cerca de  $0,5 \text{ mW/cm}^2$  [Fig. 3.10(e)]. Enquanto isso a potência do feixe B foi mantida em torno de  $4 \text{ mW/cm}^2$ . Verificamos que, para análise da largura de linha e desdobramento do espectro em dois picos, a potência do feixe B exercia muito pouca influência. Mostramos isso no *inset* da Fig. 3.12, onde a intensidade do feixe B foi reduzida pela metade e a largura de linha

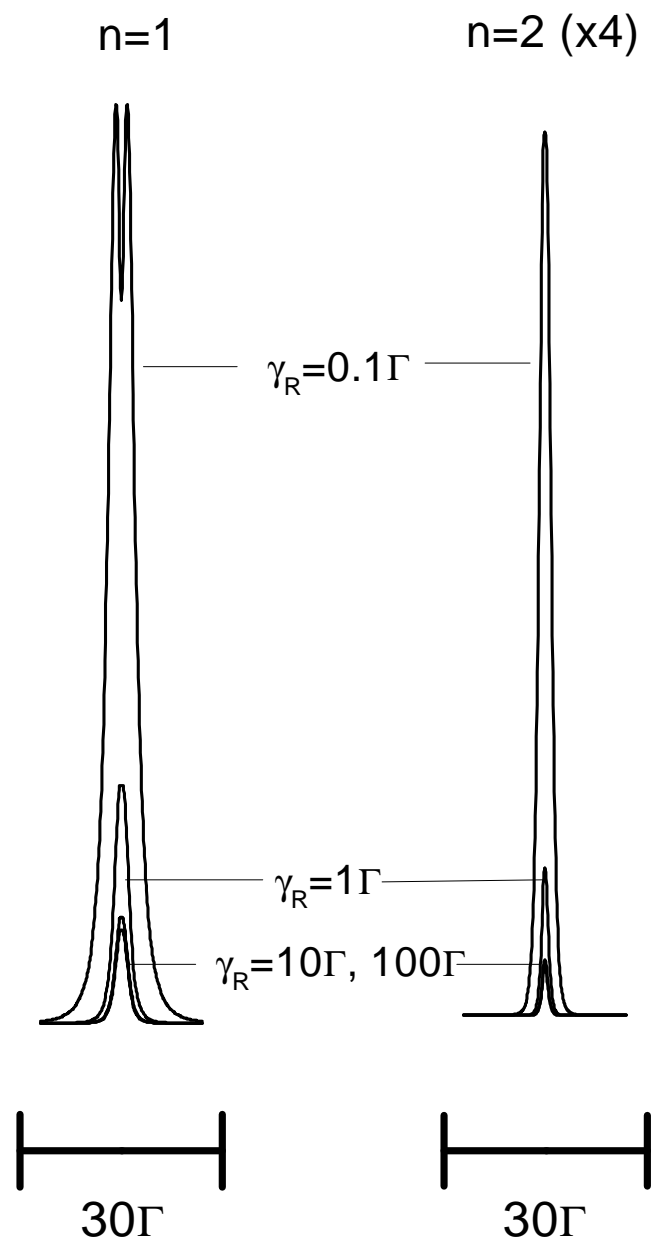


Figura 3.9: Controle da saturação da grade pelo laser de bombeamento

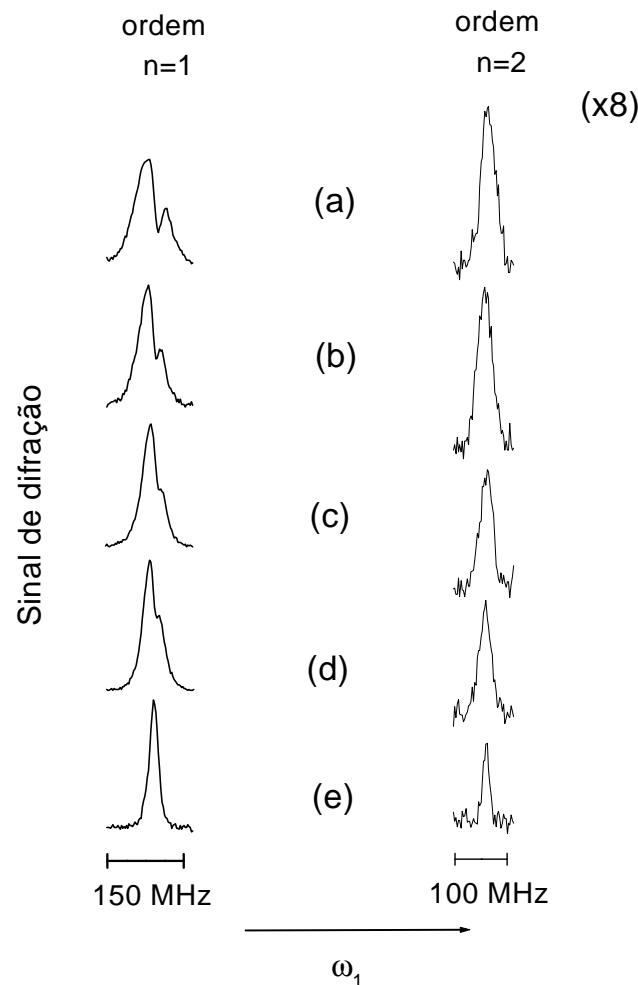


Figura 3.10: Espectros de difração na grade de população transferida segundo descrito no texto. De cima para baixo, as intensidades médias dos feixes de escrita  $((I_P + I_R)/2)$  são: (a)  $5,3 \text{ mW/cm}^2$ , (b)  $4,1 \text{ mW/cm}^2$ , (c)  $3,3 \text{ mW/cm}^2$ , (d)  $2,1 \text{ mW/cm}^2$  e (e)  $0,56 \text{ mW/cm}^2$ . A intensidade do feixe de leitura é mantida constante e igual a  $1 \text{ mW/cm}^2$ . Na coluna da esquerda, temos a ordem  $n = 1$  de difração mostrando saturação para as intensidades mais altas. Na coluna da direita, estão os sinais correspondentes à ordem  $n = 2$  de difração, onde os sinais são mais estreitos e com intensidades cerca de oito vezes menores.

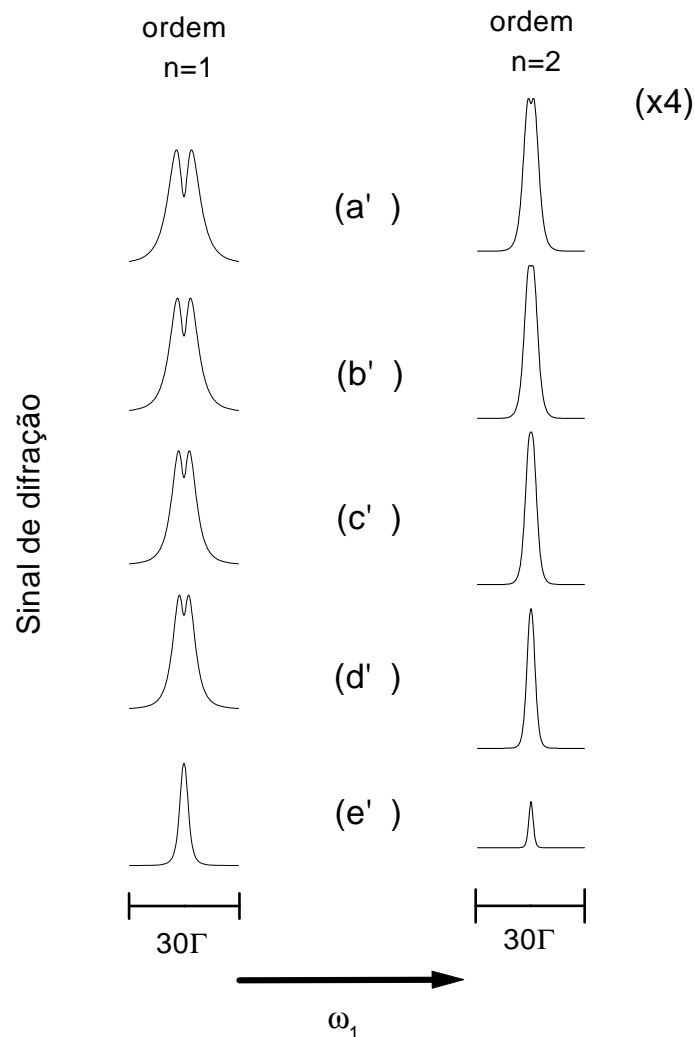


Figura 3.11: Espectros de difração na grade de população transferida calculados a partir das Eqs. (3.19) e Eq. (3.15), usando parâmetros experimentais para comparar com a Fig. 3.10. De cima para baixo, os parâmetros de saturação ( $S_F = S_F$ ) dos feixes de escrita são: (a) 3,0 (b) 2,1 (c) 1,8 (d) 1,5 e (e) 0,3.  $\gamma\pi = 5$ , em todos os casos. Supõe-se que o feixe de leitura tenha intensidade desprezível. Na coluna da esquerda, temos a ordem  $n = 1$  de difração mostrando saturação para as intensidades mais altas. Na coluna da direita, estão os sinais correspondentes à ordem  $n = 2$  de difração.

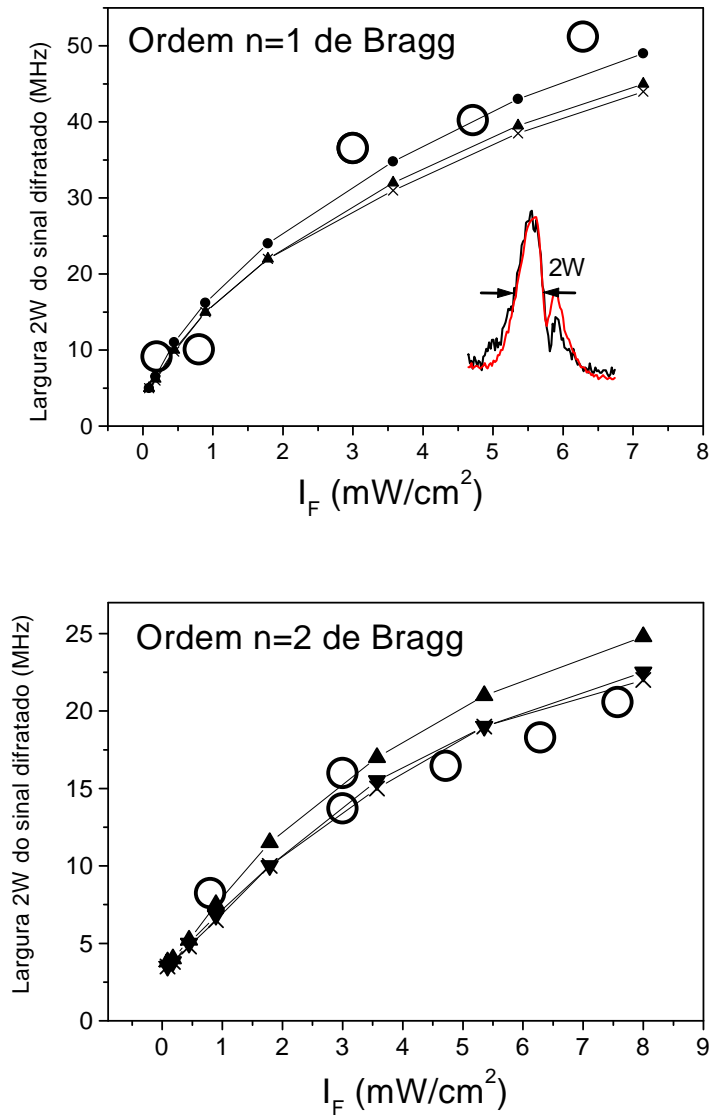


Figura 3.12: Largura de linha dos sinais difratados, como função da intensidade dos feixes de escrita da grade. Os círculos abertos representam as medidas experimentais. As curvas teóricas foram feitas para três taxas de recombateamento  $\gamma_R$ : 1, 4 e 8 (de cima para baixo). O inset da figura de cima mostra como as larguras de linha 2W foram medidas, e que o efeito da intensidade do laser de leitura é muito pequeno para a largura de linha do sinal difratado. O espectro mais ruidoso do inset foi gravado para  $I_R = 2\text{mW/cm}^2$ , que é a metade do valor usado na outra curva do inset.



continuou a mesma, apesar da intensidade variar bastante. O diâmetro dos feixes de escrita era cerca de 2,5 mm, o que é muito maior que o diâmetro da armadilha e facilita o alinhamento dos feixes para obtenção do sinal. Na mudança da configuração experimental para observar difração de ordem um e de ordem dois, foi tomado o cuidado de reproduzir aproximadamente as mesmas potências dos feixes para facilitar a comparação dos espectros. Observamos que o sinal de primeira ordem de difração começa a se desdobrar para intensidades inferiores a  $2 \text{ mW/cm}^2$ , enquanto o sinal de segunda ordem de difração aparentemente não se desdobra mesmo para intensidades de  $5 \text{ mW/cm}^2$  dos feixes de escrita da grade. Veja a Fig. 3.10 e legenda. A falta de simetria dos espectros de ordem  $n = 1$  de difração poderia ser devido à falta de alinhamento perfeito dos feixes para satisfazer à condição de Bragg, que corresponde à condição de casamento de fase para a MQO. Entretanto, é provável que seja um efeito de destruição parcial da armadilha devido aos lasers de escrita da grade. O efeito é muito mais marcante nos espectros de ordem  $n=1$  de difração porque estes são os mais largos. Poderia-se argumentar que o vale central do desdobramento é devido à destruição da armadilha, mas isso não seria totalmente verdade porque os espectros de ordem dois não estão desdobrados.

Na Fig. 3.11 mostramos espectros de difração calculados segundo os modelos desenvolvidos na seção anterior. Essa figura é para ser comparada com a figura Fig. 3.10, que é experimental. A maior discrepância entre os resultados calculados e experimentais é um erro por um fator de dois na previsão da razão de intensidades entre os espectros de ordem um e dois. Isso parece bastante aceitável dadas as várias aproximações feitas no modelo. O modelo reproduz de forma muito boa o desdobramento das linhas. Detalhes sobre os parâmetros utilizados se encontram na legenda da Fig. 3.11. Isso serve como prova adicional da validade de se considerar o problema tratado neste capítulo como uma grade de população transferida.

A título de ilustração, fizemos mais duas curvas para comparar os resultados do modelo com resultados experimentais. Medimos a largura de linha dos sinais de primeira e segunda ordem de difração, como função das intensidades dos feixes de escrita da grade. Utilizamos a teoria desenvolvida para calcular resultados análogos usando os dados das condições experimentais. Os resultados do modelo concordaram muito bem com os resultados experimentais, reforçando as hipóteses do modelo.

### 3.7 Conclusão

Neste capítulo apresentamos uma nova técnica de medida de temperaturas em amostras frias gasosas de átomos alcalinos. A técnica consiste em escrever uma grade de população numa transição atômica, que decai espontaneamente para um nível atômico que contém uma transição cíclica. Uma vez desligados os feixes de escrita da grade, garante-se que não há outros campos acoplados ao subnível atômico para onde a grade foi transferida [feixe de rebombamento da armadilha, por exemplo], senão o feixe de leitura. Nessas condições, o decaimento do sinal difratado é gaussiano, cuja constante de tempo é inversamente proporcional à temperatura da amostra gasosa.

Estudamos a saturação da grade de população pelos feixes de escrita. Ordens superiores de difração correspondentes ao sinal de  $\chi^{(6)}$  foram observadas em nossos experimentos e explicadas através de uma técnica desenvolvida por Martial Ducloy [43], que consiste em tratar o problema da saturação em grade de população como se fosse uma absorção saturada modulada espacialmente. As várias ordens de difração correspondem às várias ordens de uma série de Fourier em que se expande o sinal. O sinal foi calculado usando matriz densidade e um modelo de cinco níveis para explicar a transferência de grade de população, incluindo o laser de rebombamento de nosso experimento como um bombeamento incoerente. Houve excelente concordância dos sinais previstos com os sinais observados. Verificamos adicionalmente, a partir do modelo teórico, que num sistema com transferência de grade de população como o que estudamos, é possível controlar o limiar de saturação do sistema por meio de um laser de rebombamento. Isso talvez possa ser realizado num sistema de níveis de energia num cristal dopado com terras raras como o utilizado na Ref. [133].

## Capítulo 4

# Mistura de Quatro Ondas em Átomos Frios Vestidos

O tema deste capítulo é um experimento de mistura de quatro ondas quase degenerada (MQO-QD), no sistema de dois níveis representado pela transição  $6S_{1/2}, F=4 \rightarrow 6P_{3/2}, F'=5$  do  $^{133}\text{Cs}$ , numa armadilha magneto óptica. Os fortes campos de armadilhamento estão acoplados na mesma transição do césio. Observamos ressonâncias largas e estreitas, e mostramos que as ressonâncias largas revelam diretamente a estrutura de níveis do sistema atômico vestido pelo campo do laser de armadilhamento. Como introdução, descrevemos o formalismo do átomo vestido e daremos um exemplo de aplicação do átomo vestido para calcular o espectro de Mollow, que é um sinal bem conhecido. Finalmente, aplicamos o formalismo do átomo vestido para o estudo do nosso experimento.

### 4.1 Átomos Vestidos

No limite de altas intensidades do campo, a interação átomo-campo pode ser convenientemente descrita em termos dos estados vestidos associados ao sistema composto *átomo + laser* [31, 32]. Um dos primeiros trabalhos que demonstrou essa possibilidade, mostrou que tanto o espectro de fluorescência, quanto o espectro de absorção de um átomo de dois níveis, na presença de um laser de alta intensidade, podem ser facilmente entendidos usando a estrutura de energia dos níveis de átomo vestido [32]. A facilidade vem da diminuição do número de campos de luz associados ao problema: o campo que veste passa a ser parte dos níveis de energia vestidos. Um problema de absorção e fluorescência devido à interação de um único campo com um átomo passa a ser visto,

na base vestida, como um simples problema de fluorescência entre os estados vestidos. O problema da interação de um feixe forte e um fraco com um sistema atômico, sendo o feixe forte o que veste, passa a ser tratado, na base vestida, como um campo fraco interagindo com os níveis vestidos de energia. A diminuição do número de campos associados com o problema facilita a visualização da situação. O que a teoria do átomo vestido faz é determinar quais são as populações e coerências entre os diversos níveis vestidos, a partir do conhecimento do campo que veste o sistema atômico. O caso mais simples é aquele em que a intensidade do campo que veste é muito maior que a intensidade de saturação da transição atômica. Os demais campos devem ser fracos o suficiente para não perturbar os níveis vestidos. Nesse limite, chamado de limite secular, os níveis vestidos podem ser tratados como níveis de uma verdadeira *molécula de átomo-luz*, onde as populações e as coerências são bem conhecidas e totalmente desacopladas. Essa *molécula* tem regras de seleção próprias, muito bem determinadas, e as conseqüências espectrais de seus níveis de energia saltam aos olhos. Detalharemos este caso na seção seguinte.

Para campos todos fracos, o formalismo do átomo vestido não facilita muito. Convém mencionar que a teoria dos átomos vestidos é apenas a conseqüência de uma mudança de base do hamiltoniano. Facilita a visualização e a intuição física do problema. Ainda assim, problemas que são complicados quando tratados diretamente com os níveis atômicos “pelados”, continuam complicados no formalismo do átomo vestido.

Nos últimos anos houve um considerável interesse em investigar a resposta espectroscópica de um sistema atômico, produzida por um campo bicromático [50, 52, 53] e a abordagem por átomos vestidos tem se mostrado muito útil para interpretar as características principais no espectro correspondente [77, 88, 101, 144]. Em particular, mais recentemente Yu [142] descreveu a observação do espectro de fluorescência de um átomo de dois níveis em um campo bicromático e explicou suas principais características com base na estrutura de níveis de átomos vestidos. O modelo de estados vestidos tem sido empregado para investigar a mistura de quatro ondas (MQO), que é uma técnica muito útil para testar a resposta atômica para diferentes regimes de saturação induzidos pelos lasers de mistura de quatro ondas. Boyd [19], por exemplo, mostrou teoricamente que, para excitações fortes de campos de MQO, os átomos constituem um meio conveniente para o aumento ressonante do processo de MQO. A maioria dos experimentos anteriores de MQO foram realizados utilizando vapor atômico à temperatura ambiente, onde o alargamento Doppler não-homogêneo complica a interpretação em termos de estados vestidos. Contudo, o modelo teórico para o processo de MQO em um sistema com alargamento não homogêneo foi desenvolvido por Verkerk et al. [135]. Apesar

de que uma amostra homogênea de átomos frios pode ser agora facilmente produzida em muitos laboratórios, um número limitado de trabalhos investigou o processo de MQO nestes sistemas, especificamente, no que diz respeito aos efeitos de saturação [71, 128]. Entretanto, vale a pena mencionar que a MQO foi empregada com sucesso para investigar a dinâmica de átomos em uma rede óptica, e em particular para revelar a quantização dos graus de liberdade externos de átomos confinados no potencial óptico [70, 93]. Neste capítulo apresentamos nossos experimentos [87, 126] onde observamos a mistura de quatro ondas quase degenerada em uma amostra de átomos frios de césio confinados numa armadilha. Os feixes fortes de armadilhamento desempenham o papel do campo que veste, enquanto feixes fracos independentes são usados para o processo da MQO-QD. Antes de mostrar os resultados experimentais, nas próximas seções faremos uma breve revisão sobre átomos vestidos.

## 4.2 Vestindo o átomo

O hamiltoniano de interação de um campo de radiação monocromático quantizado com um sistema atômico, pode ser escrito como a soma de três termos:

$$H = H_A + H_L + V_{AL}, \quad (4.1)$$

onde  $H_A$  descreve os níveis de energia do átomo,  $H_L$  descreve os modos do campo de radiação e  $V_{AL}$  descreve a interação do campo de radiação com o átomo. Para simplificar, a dissipação não está sendo levada em conta. Para um átomo de dois níveis, temos :

$$H_A = \frac{\hbar\omega_a}{2} (|\beta\rangle\langle\beta| - |\alpha\rangle\langle\alpha|), \quad (4.2)$$

onde  $|\alpha\rangle$ , e  $|\beta\rangle$  são os níveis fundamental e excitado, respectivamente.

Para um campo eletromagnético quantizado, temos:

$$H_L = \hbar\omega_L \left( a^\dagger a + \frac{1}{2} \right), \quad (4.3)$$

onde  $\omega_L$  é a frequência do campo e  $a^\dagger$ ,  $a$  são respectivamente os operadores criação e destruição de fótons. O termo  $a^\dagger a = N$  é o operador número de fótons do campo. Embora não seja rigorosamente necessário, para construir a base vestida, vamos supor que o campo de radiação é muito intenso, de tal forma que  $H_L \gg V_{AL}$ . Essa aproximação, onde  $V_{AL}$  é uma pequena perturbação, é chamada aproximação secular. Os hamiltonianos  $H_A$  e  $H_L$  nos dão dois números quânticos: um associado

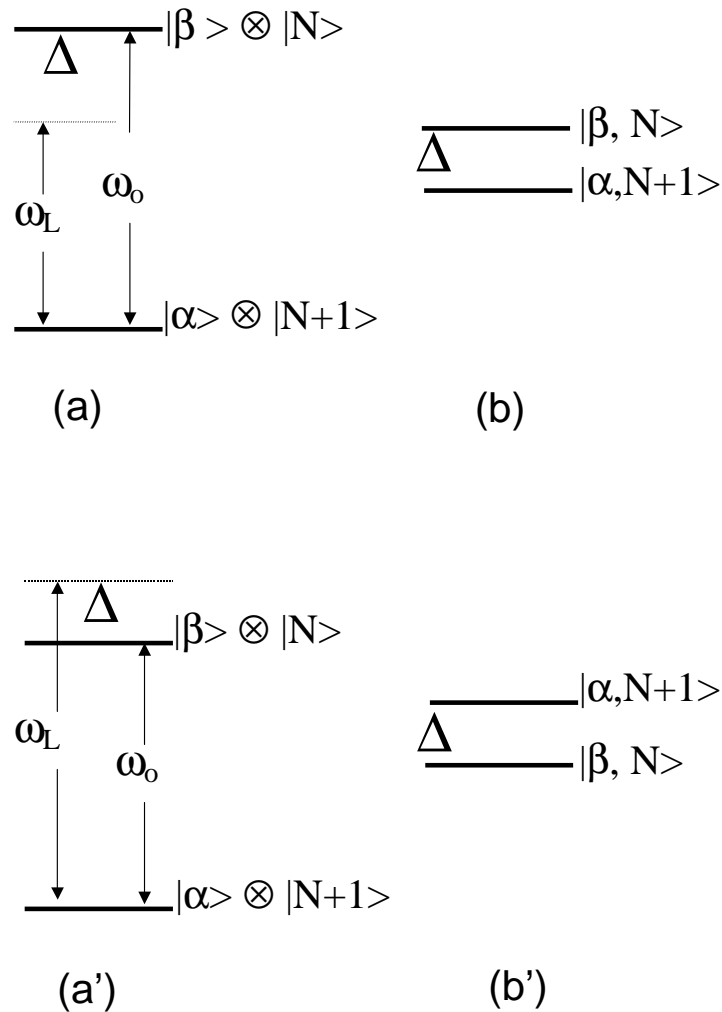


Figura 4.1: Estados do átomo e do campo de luz. No lado esquerdo [(a), (a')] temos os estados atômicos e do campo de luz vistos separadamente. Quando o átomo é excitado, absorve um fóton e o número de fótons do campo diminui de um. No lado direito, [(b), (b')] temos uma multipletidade  $N$  dos níveis de energia de uma base num referencial girante, que é dada pelo produto direto  $|\hat{\epsilon}\rangle \otimes |N\rangle$ ,  $\hat{\epsilon} = \alpha, \beta$ . Em (a), (b)  $\omega_L < \omega_0$ , e em (a'), (b)  $\omega_L > \omega_0$ . Note-se a inversão dos níveis de energia entre os dois casos quando  $\Delta \neq 0$

ao estado do átomo ( $|\alpha\rangle$  ou  $|\beta\rangle$ ) e o outro é o número de fótons do campo  $|N\rangle$ ,  $N = 0, 1, \dots, \infty$ . Átomo vestido é o sistema formado pela base composta  $|i\rangle \otimes |N\rangle = |i, N\rangle$ , com  $i = \alpha, \beta$ , onde níveis atômicos e níveis de energia do campo (número de fótons) são tratados com o mesmo status [327]. Na Fig. 4.1 temos uma caricatura dessa idéia. No lado esquerdo da figura temos as bases onde átomo e campo são entidades distintas; no lado direito temos uma base formada pelo produto direto de estados do átomo de fótons, que devidamente rotacionada para diagonalizar o hamiltoniano total, representará uma base vestida. Observe-se a diferença entre as figs. 4.1(a) e 4.1(a'): dependendo do sinal (+ ou -) da diferença de frequências entre o campo e a ressonância atômica, a ordem dos níveis de energia se inverte. Para diferentes  $N$ , temos a cascata de níveis de energia apresentada na Fig. 4.2. Cada multiplicidade  $\mathcal{E}(N)$  (*manifold*, em inglês) é gerada pela base  $|\alpha, N+1\rangle, |\beta, N\rangle$ . Nessa base ordenada, para cada multiplicidade  $N$ , o hamiltoniano  $H = H_A + H_L$ , conforme definido pelos operadores dados nas Eqs. (4.1) e (4.2), é dado por:

$$H = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} -\Delta & 0 \\ 0 & \Delta \end{pmatrix} + \hbar\omega_L \begin{pmatrix} N+1/2 & 0 \\ 0 & N+1/2 \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

A última matriz da equação acima é uma constante que indica simplesmente a que multiplicidade  $N$  da cascata infinita de níveis de energia o hamiltoniano  $H$  se refere. Vamos desprezar essa constante baseada no fato de que supomos  $N \gg 1$  e nesse limite  $N$  e  $N+1$  são multiplicidades com propriedades equivalentes. O hamiltoniano de interação é escrito como:

$$V_{AL} = -d_{\alpha\mu}\mathcal{E} = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & \Omega_1 \\ \Omega_1^* & 0 \end{pmatrix}, \quad (4.5)$$

onde  $\Omega_1$  é a frequência de Rabi do campo com frequência óptica  $\omega_L$ , que veste o átomo. Nesses termos, o hamiltoniano total [Eq. (4.1)] fica escrito como:

$$H = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} -\Delta & \Omega_1 \\ \Omega_1^* & \Delta \end{pmatrix}. \quad (4.6)$$

Vamos agora encontrar uma base na qual o hamiltoniano da Eq. (4.1) fique na forma diagonal. Para isso vamos usar a transformação

$$H_{diag} = THT^{-1}, \quad (4.7)$$

onde  $T$  é uma matriz unitária de rotação. A nova base se escreve, em termos da antiga, como:

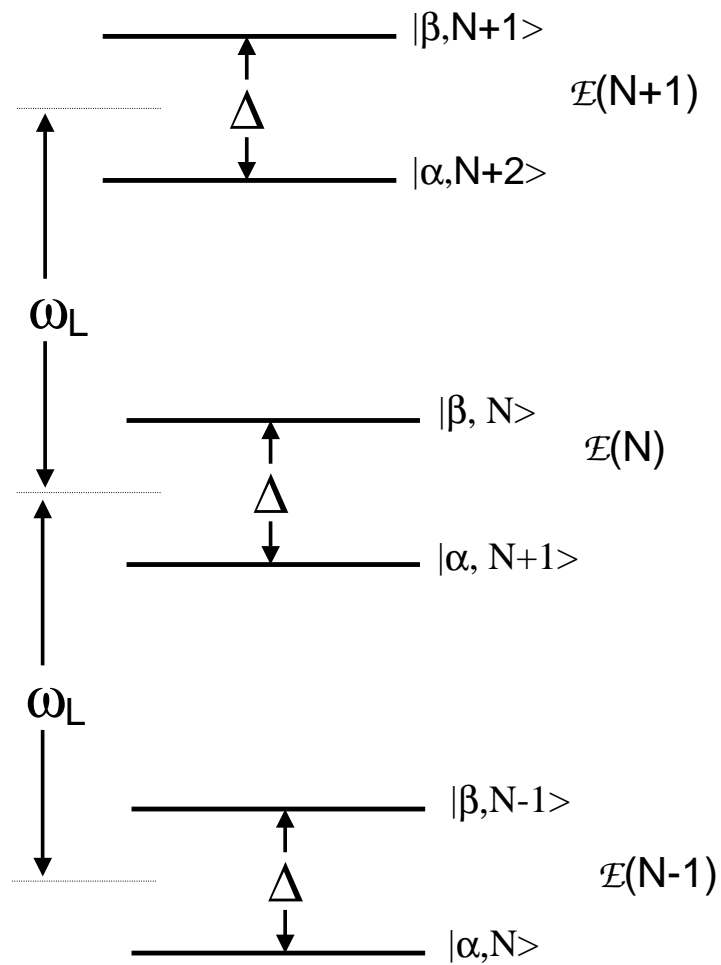


Figura 4.2: Diagrama de níveis de energia, mostrando três multiplicidades  $\mathcal{E}$  de um conjunto infinito. É uma generalização da Fig. 4.1 e o hamiltoniano correspondente não está diagonalizado, portanto essa figura não corresponde ainda a base vestida.



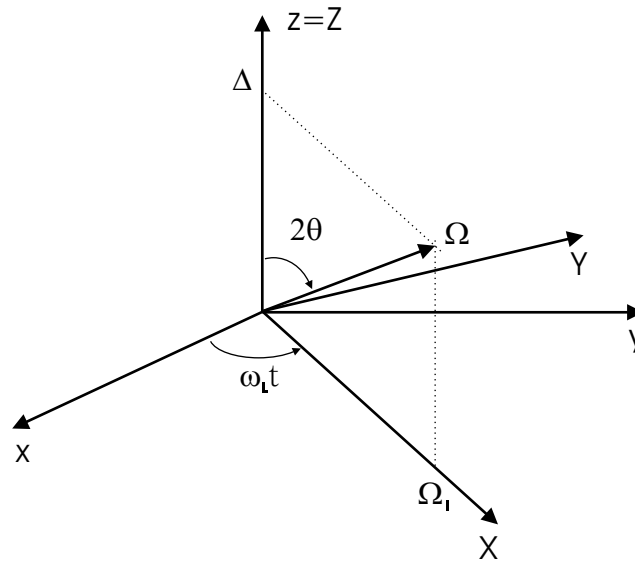


Figura 4.3: Diagrama de Bloch para a frequência de Rabi generalizada. O sistema X, Y e Z é o referencial da onda girante.  $\Omega_1$  é a frequência de Rabi do laser que veste o átomo.

$$|1(N)\rangle = \cos\theta|\beta, N\rangle + \sin\theta|\alpha, N+1\rangle \quad (4.8)$$

$$|2(N)\rangle = -\sin\theta|\beta, N\rangle + \cos\theta|\alpha, N+1\rangle \quad (4.9)$$

onde, para  $\tan 2\theta = -\Omega_1/\Delta$ ,  $\Delta = \omega_0 - \omega_L$ , o hamiltoniano fica na forma diagonal, como abaixo.

$$H_{\text{diagonal}} = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} \Omega & 0 \\ 0 & -\Omega \end{pmatrix}, \quad (4.10)$$

onde  $\Omega = \sqrt{\Omega_1^2 + \Delta^2}$ . Vamos que é um hamiltoniano de um sistema estacionário e o ângulo  $\theta$  fica melhor entendido em termos do vetor de Bloch no espaço das frequências, como mostrado na Fig. 4.3. O diagrama de energia dos níveis vestidos é mostrado na Fig. 4.4.

#### 4.2.1 Acoplamentos entre os níveis vestidos

Vamos determinar quais são as transições permitidas entre os níveis vestidos. Para o átomo de dois níveis, as transições permitidas são dadas pelo operador dipolo elétrico:

$$\vec{d} = \vec{d}_{\alpha\beta}(\mathcal{P}_1 + \mathcal{P}_2), \quad (4.11)$$

onde,  $\vec{d}_{\alpha\beta} = \langle \alpha | \vec{d} | \beta \rangle = \langle \beta | \vec{d} | \alpha \rangle$ , que é assumido como real e:

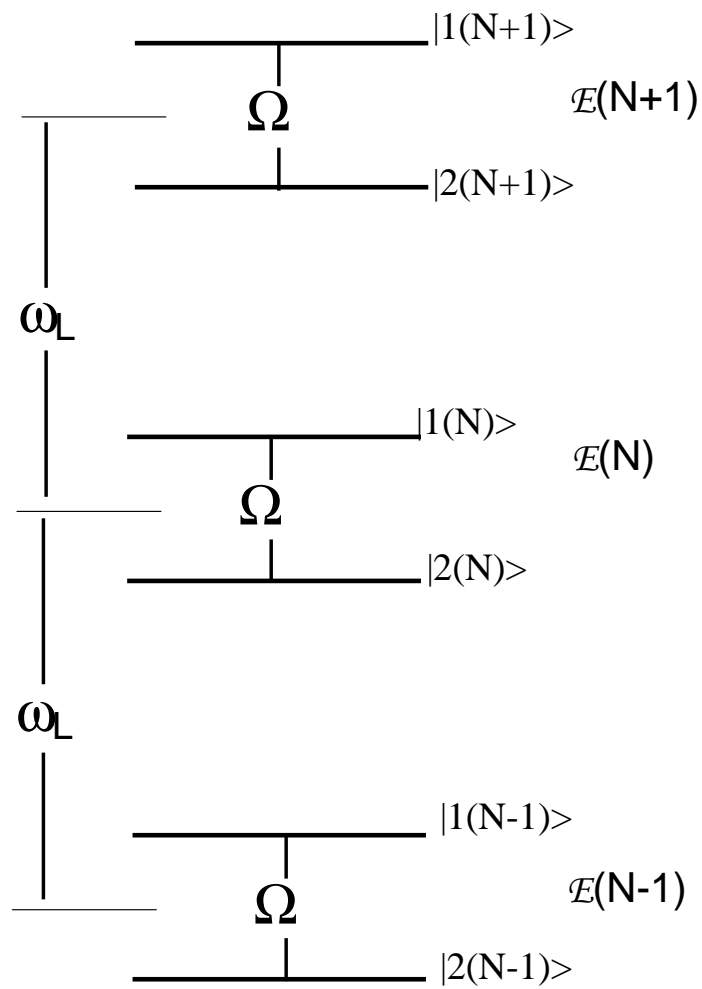


Figura 4.4: Níveis vestidos de energia.  $\Omega^2 = \Omega_L^2 + \Delta^2$  é a frequência de Rabi generalizada.  $|1(N)\rangle$  tem energia maior que  $|2(N)\rangle$ , por definição.

$$\mathcal{P}_1 = |\beta\rangle\langle\alpha| \quad (4.12)$$

$$\mathcal{P} = |\alpha\rangle\langle\beta| \quad (4.13)$$

Para encontrar as transições permitidas entre os níveis vestidos, precisamos encontrar os pares de níveis entre os quais o dipolo atômico  $\vec{d}$  tem elemento de matriz não-nulo. Usando Eqs. (4.8), (4.9) e (4.11) temos que as únicas transições permitidas entre estados vestidos são dadas por:

$$\langle 1(N+1)|\mathcal{P}_1|1(N)\rangle = (\mathcal{P}_1)_{11} = \kappa\pi\theta\cos\theta \quad (4.14)$$

$$\langle 2(N+1)|\mathcal{P}_1|2(N)\rangle = (\mathcal{P}_1)_{22} = \kappa\pi\theta\cos\theta \quad (4.15)$$

$$\langle 1(N+1)|\mathcal{P}_1|2(N)\rangle = (\mathcal{P}_1)_{12} = \cos^2\theta \quad (4.16)$$

$$\langle 2(N+1)|\mathcal{P}_1|1(N)\rangle = (\mathcal{P}_1)_{21} = -\kappa\pi^2\theta \quad (4.17)$$

Todas as demais transições são proibidas. Transições entre diferentes multiplicidades  $\mathcal{E}(N) \rightarrow \mathcal{E}(N \mp p)$ , onde  $p \neq 1$  são proibidas. Vejamos um exemplo:

$$\langle 1(N)|\beta\rangle\langle\alpha|2(N-2)\rangle = \cos\theta^2\langle N|N-1\rangle = 0$$

As taxas de transição entre os níveis vestidos são dadas por:

$$\Gamma_{i \rightarrow j} = \Gamma |(\mathcal{P}_1)_{ij}|^2 \quad (4.18)$$

onde  $\Gamma$  é a largura de linha natural da transição do átomo. No limite secular, i.e., quando  $\Omega \gg \Gamma$ , não há acoplamentos entre populações dos estados vestidos e coerências entre os mesmos [31]. É neste limite que o formalismo do átomo vestido mais facilita a visualização rápida dos efeitos de interação entre átomos e fótons. No limite secular, pode-se calcular as populações reduzidas  $\Pi_i$  e as coerências reduzidas  $\sigma_{12}$ , associadas com a cascata de todos os níveis vestidos.

$$\Pi_i = \sum_N \Pi_{i(N)} \quad i = 1, 2 \quad (4.19)$$

$$\sigma_{12} = \sum_N \langle 1(N)|\Gamma|2(N)\rangle \quad (4.20)$$

com  $\sigma_{12}$  obedecendo à equação de evolução  $\dot{\sigma}_{12} = -(i\Omega + \Gamma_{\text{casc}})\sigma_{12}$ , onde  $\sigma$  é a matriz densidade na base do átomo vestido. O cálculo das Eqs. (4.19) e (4.20) usa a equação mestra e está mostrado

no livro de Cohen-Tannoudji *et al* [31]. As soluções para o estado estacionário ( $\dot{\Pi}_1 = \dot{\Pi}_2 = 0$ ) são, para  $\Delta < 0$ ,

$$\Pi_1^{ss} = \frac{\Gamma_{2 \rightarrow 1}}{\Gamma_{1 \rightarrow 2} + \Gamma_{2 \rightarrow 1}} = \frac{\kappa \pi^4 \theta}{\cos^4 \theta + \kappa \pi^4 \theta} \quad (4.21)$$

$$\Pi_2^{ss} = \frac{\Gamma_{1 \rightarrow 2}}{\Gamma_{1 \rightarrow 2} + \Gamma_{2 \rightarrow 1}} = \frac{\cos^4 \theta}{\cos^4 \theta + \kappa \pi^4 \theta} \quad (4.22)$$

$$\Gamma_{\text{obs}} = \Gamma \left( \frac{1}{2} + \cos^2 \theta \kappa \pi^2 \theta \right) \quad (4.23)$$

As Eqs. (4.21) a (4.23) são tudo que se precisa, além de um diagrama das transições entre os níveis vestidos de energia, para calcular espectros simples de interação de campos de luz com o átomo vestido ou mesmo para visualizar a fluorescência do átomo vestido [31, 118]. Na próxima seção daremos um exemplo simples de uso dos átomos vestidos para calcular o espectro de Mollow.

### 4.3 Espectro de Mollow

O espectro de Mollow [104] representa a absorção de um feixe de prova, quando o sistema atômico de dois níveis está na presença de um outro campo quase ressonante, sendo este forte. Os cálculos originais de Mollow consideraram um sistema de dois níveis e foram feitos usando o formalismo da matriz densidade, e mostraram que o feixe de prova é absorvido para algumas regiões do espectro, mas é amplificado para outras, sem que haja inversão de população nos níveis atômicos. Por ser o caso mais simples de interação de um campo forte e um campo fraco com um sistema atômico, o espectro de Mollow é citado [56, 118] para mostrar a simplicidade que o formalismo do átomo vestido é capaz de permitir. Nesta seção, vamos obter o espectro de Mollow a partir do formalismo do átomo vestido.

Na Fig 4.5 mostramos uma medida que realizamos de absorção de um feixe de prova na transição  $6S_{1/2}, F = 4 \rightarrow 6P_{3/2}, F' = 5$  do césio na presença dos feixes fortes de armadilhamento acoplados na mesma transição cíclica. O experimento está descrito na seção 4.4. Não corresponde ao espectro de Mollow, mas a absorção e o ganho simetricamente dispostos em torno da frequência do laser forte são características do famoso espectro de Mollow. A estrutura dispersiva central não corresponde ao resultado de Mollow e está associada ao fato do sistema de dois níveis que usamos experimentalmente ser degenerado, isto é, cada um dos dois níveis é composto por uma sub-estrutura Zeeman. No cálculo que faremos aqui, vamos supor um átomo de dois níveis não-degenerados (sem sub-estrutura nos níveis), e não calcularemos a estrutura central do espectro de absorção.

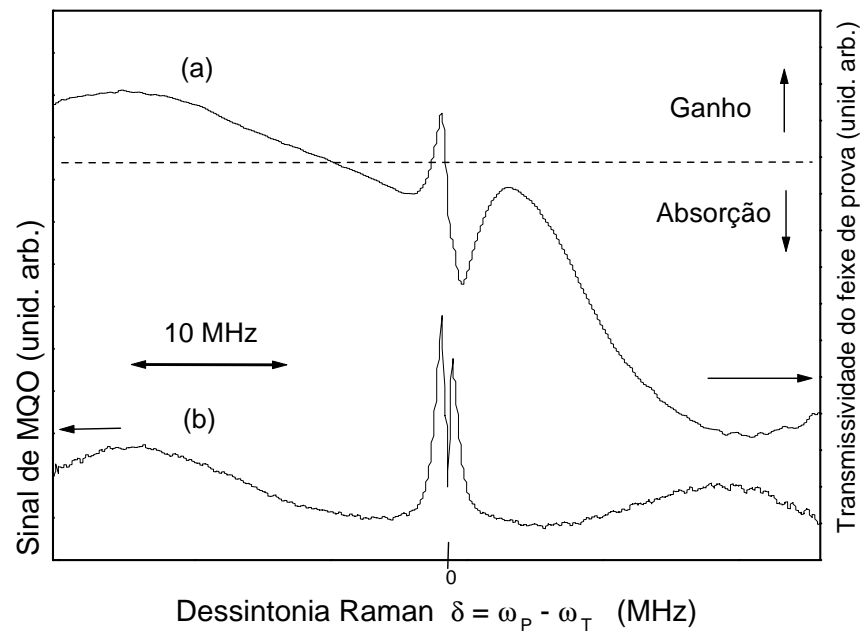


Figura 4.5: Espectros simultâneos da MQO-QD e da transmissão do feixe de prova. (a) Transmissão do feixe de prova na presença dos feixes  $F$  e  $B$  de bombeamento e dos feixes de armazilhamento. No lado esquerdo observa-se ganho e no direito, absorção. Essas duas características estão também presentes em um sistema de dois níveis (Espectro de Mollow). A linha tracejada mostra o nível do sinal transmitido quando o feixe de prova está longe de ressonâncias ( $\delta \gg 0$ ). (b) Sinal de MQO.

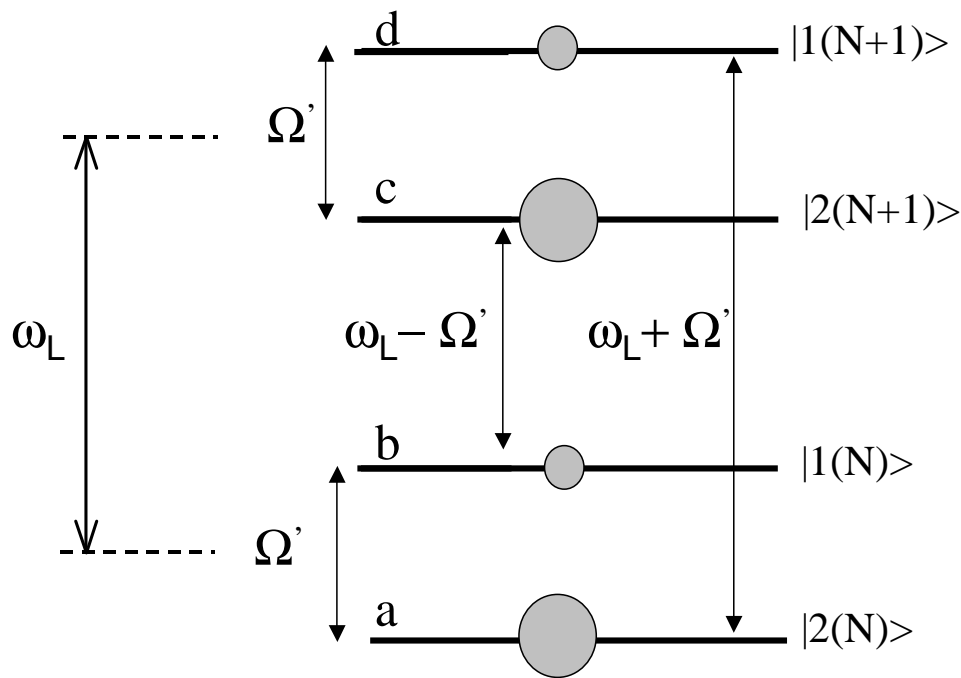


Figura 4.6: Diagrama de níveis vestidos de um átomo de dois níveis. As bolas representam as populações dos níveis vestidos, para o caso  $\Delta = \omega_r - \omega_b < 0$ . As linhas verticais acoplando os níveis vestidos representam um campo de prova. Quando a frequência do feixe de prova está acoplada a uma transição como a  $|1(N)\rangle \rightarrow |2(N+1)\rangle$ , a população vestida está invertida e o feixe de prova é amplificado (ganho de Mollow); quando a frequência do feixe de prova está acoplada a uma transição como a  $|2(N)\rangle \rightarrow |1(N+1)\rangle$ , o feixe de prova é absorvido (absorção de Mollow).

Para calcular o espectro de Mollow a partir da base vestida, vamos considerar um átomo de dois níveis vestido por um campo forte, como na Fig. 4.6, onde  $\Delta < 0$ . Quando o feixe de prova, de frequência  $\omega_P$ , estiver acoplado à transição  $|2(N)\rangle \leftrightarrow |1(N+1)\rangle$ , que corresponde a  $\omega_P = \omega_L + \Omega'$ , onde  $\omega_L$  é a frequência do laser forte que veste o átomo, haverá absorção. Quando o feixe de prova estiver acoplado na transição  $|1(N)\rangle \leftrightarrow |2(N+1)\rangle$ , i.e.,  $\omega_P = \omega_L - \Omega'$ , haverá ganho. Isso pode ser visto imediatamente da Fig. 4.6, onde as populações vestidas são representadas pelos círculos grandes e pequenos. Essa inversão nas populações vestidas pode ser vista a partir das Eqs. (4.21) a (4.23). Há ganho nas transições onde as populações vestidas estão invertidas. É importante frisar que as frequências do feixe de prova onde ocorrem a absorção e o ganho se invertem se a desintonia  $\Delta$  do campo forte em relação à ressonância atômica se inverter. No caso do átomo vestido pelos campos de armadilhamento, essa desintonia  $\Delta$  é sempre negativa (para o vermelho), porque só assim a armadilha funciona.

De acordo com o que discutimos no parágrafo anterior, para calcular a interação do feixe de prova com o meio em torno das frequências  $\omega_P = \omega_0 - \Omega'$  e  $\omega_P = \omega_0 + \Omega'$ , basta encontrar os elementos da matrix densidade  $\rho_{bd}$  e  $\rho_{bc}$ , que sabemos serem dados por

$$\tilde{\rho}_{ij} = -\frac{i\tilde{V}_{ij}(\Pi_i - \Pi_j)}{\gamma_{ij} + i\delta_{ij}}, \quad (4.24)$$

onde  $i, j = a, d$  ou  $i, j = b, c$ ,  $\Pi_i$  é a população vestida do nível  $i$ ,  $\gamma_{ij}$  é taxa de relaxação da coerência entre os níveis vestidos  $i$  e  $j$ , e

$$\delta_{ij} = \begin{cases} \omega_P - (\omega_L - \Omega') = \delta + \Omega', & \text{se } ij = bc \\ \omega_P - (\omega_L + \Omega') = \delta - \Omega', & \text{se } ij = ad \end{cases} \quad (4.25)$$

onde  $\delta = \omega_P - \omega_L$ , o sinal (+) corresponde à frequência onde há ganho, e o sinal (-), absorção. Para calcular os potenciais de interação dipolares,

$$\tilde{V}_{ij} = \frac{\mu_{ij} \mathcal{E}_{ij}}{2\hbar} \quad (4.26)$$

precisamos usar o operador momento de dipolo elétrico,  $\mathcal{P}_1 = |\beta\rangle\langle\alpha|$ . Associamos os elementos de dipolo  $\mu_{ij}$  com as transições permitidas entre os níveis vestidos, descritas pelas Eqs. (4.14) a (4.17).

Nos interessam:

$$\mu_{bc} = \mu_{\alpha\beta} \langle 2(N+1) | \mathcal{P}_1 | 1(N) \rangle = -\mu_{\alpha\beta} c n \pi^2 \theta \quad (4.27)$$

$$\mu_{da} = \mu_{\alpha\beta} \langle 1(N+1) | \mathcal{P}_1 | 2(N) \rangle = \mu_{\alpha\beta} c n \pi^2 \theta \quad (4.28)$$

Usando as Eqs. (4.24) a (4.26) e as expressões para populações e coerências reduzidas dadas pelas Eqs. (4.21) a (4.23), da seção anterior, podemos calcular  $\rho_{ad}(\delta)$  e  $\rho_{bc}(\delta)$ .

Como os elementos de matriz densidade em torno das transições onde há absorção e onde há ganho estão sendo analisados separadamente, a estrutura dispersiva central do espectro de Mollow, que aparece no cálculo original completo de Mollow [103, 104] não será reproduzida aqui.

A absorção de um sistema é proporcional à parte imaginária da polarização induzida,

$$P = \mu_{cb}\rho_{bc} + \mu_{da}\rho_{ad}. \quad (4.29)$$

Substituindo as Eqs. (4.24) a (4.28) na equação acima, obtemos:

$$P \propto -i\mu_{cb}\beta \left( \frac{\kappa\kappa\pi^4\theta - \cos^4\theta}{\kappa\kappa\pi^4\theta + \cos^4\theta} \right) \left( \frac{\cos^4\theta}{\Gamma_{cb\dot{a}} + i(\delta + \Omega')} - \frac{\kappa\kappa\pi^4\theta}{\Gamma_{cb\dot{a}} + i(\delta - \Omega')} \right). \quad (4.30)$$

Isolando a parte imaginária da expressão acima, obtemos o perfil de absorção  $\alpha(\delta)$  do feixe de prova, que é dado por

$$\alpha(\delta) \propto \Gamma_{cb\dot{a}} \left( \frac{\cos^4\theta - \kappa\kappa\pi^4\theta}{\cos^4\theta + \kappa\kappa\pi^4\theta} \right) \left[ \frac{\cos^4\theta}{\Gamma_{cb\dot{a}}^2 + (\gamma + \Omega')^2} - \frac{\kappa\kappa\pi^4\theta}{\Gamma_{cb\dot{a}}^2 + (\gamma - \Omega')^2} \right] \quad (4.31)$$

onde  $\delta = \omega_p - \omega_L$ , sendo  $\omega_L$  a frequência do campo que veste. Quando os campos que vestem são muito fortes ( $\Omega_L \gg \Gamma$ ), onde é realmente válida a aproximação que usamos, as populações vestidas desacoplam totalmente das coerências vestidas (consideramos este caso no desenvolvimento das expressões). Temos então  $\theta \rightarrow \pi/4$  e o ganho e absorção com pesos iguais no espectro. Extrapolando um pouco esse limite, na Fig 4.7 mostramos um gráfico da Eq. 4.31 para  $\Omega_L = 1.7\Gamma$ , calculado usando a equação acima.

O formalismo do átomo vestido permite-nos ver de antemão a posição dos picos de ganho e absorção, bem como calcular facilmente a razão entre eles. A estrutura dispersiva central ( seja ela a original de Mollow ou a de nosso espectro experimental) não é calculada facilmente pelo uso dos átomos vestidos. Um trabalho relativamente recente de Grynberg e Cohen-Tannoudji [58] discute a origem da ressonância central do espectro de Mollow nas bases dos níveis de energia atômicos e na base vestida. Nessa estrutura central há um exemplo de ganho onde a população não está invertida nem mesmo na base vestida. Um exemplo do perfil original gerado pelo cálculo de Mollow está mostrado no Capítulo 6, na Fig. 6.6 (a).

Na próxima seção, vamos descrever um experimento de MQO que será interpretado em termos dos níveis vestidos, de forma muito parecida com o cálculo do espectro de Mollow apresentado nesta seção.



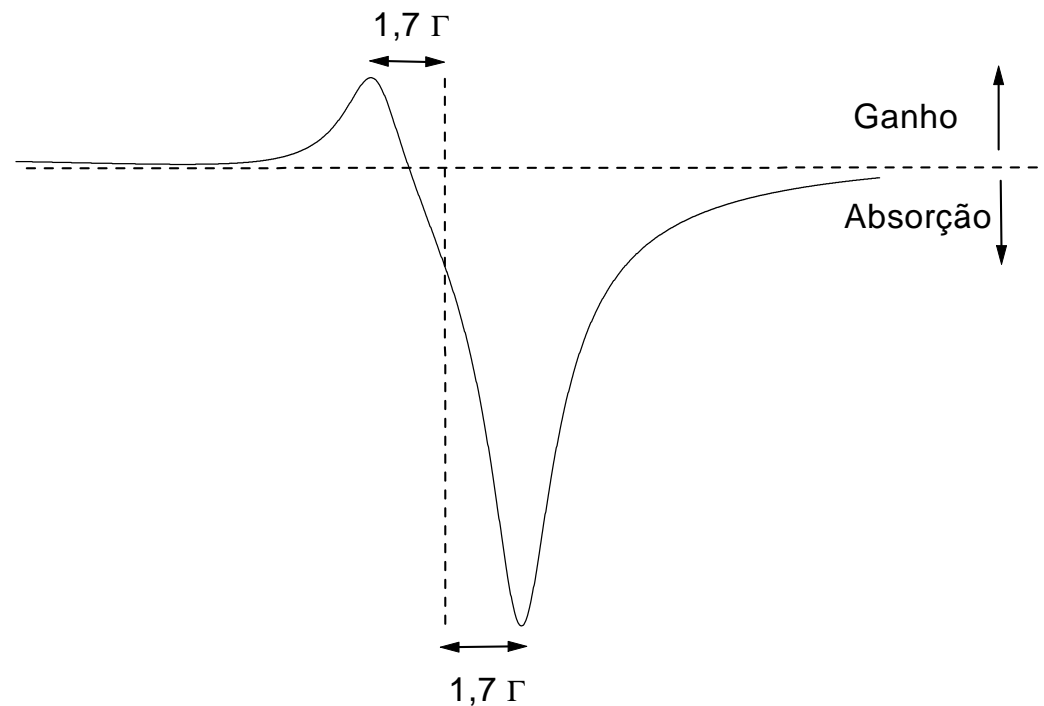


Figura 4.7: Espectro de interação de um feixe fraco com o sistema de níveis vestidos, como função da frequência do laser de prova. A linha vertical tracejada representa a região onde a frequência do campo que veste é igual à frequência do campo de prova. As expressões que usamos para calcular o espectro não são válidas nessa região, porque nunca consideramos simultaneamente os quatro níveis vestidos da Fig. 4.6, de forma que as estruturas centrais que apareceriam experimentalmente estão ausentes aqui. As bandas laterais de ganho (na esquerda) e de absorção (na direita) devem ser comparadas com as do espectro experimental da Fig. 4.5. Usamos  $\Omega_{probe} = 1,7\Gamma$ ,  $\Delta = \Gamma$ .

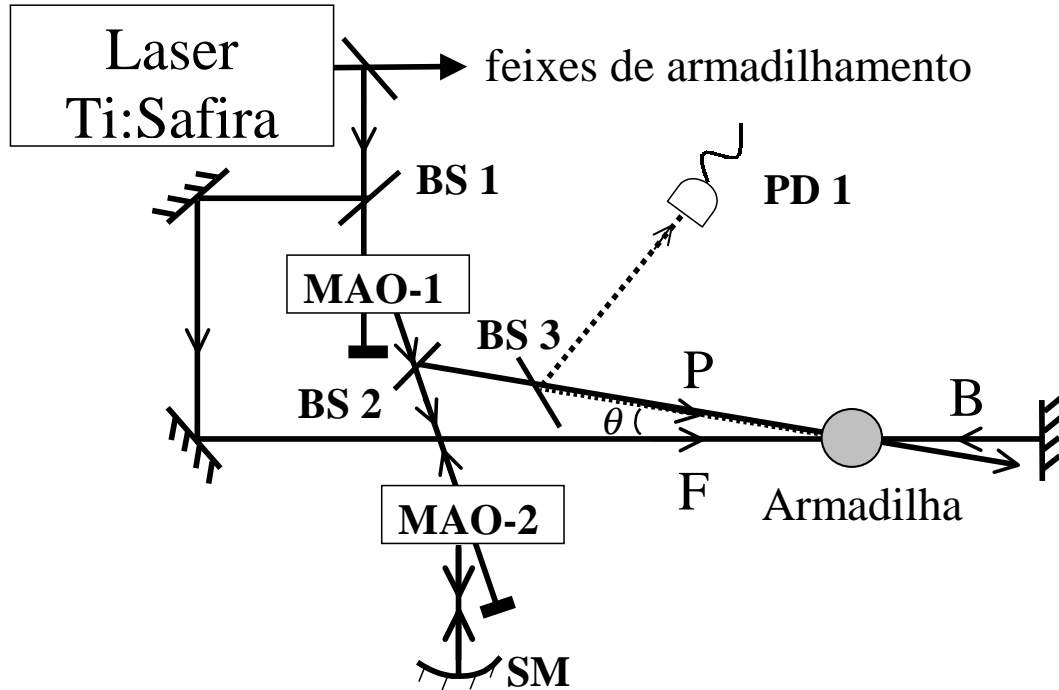


Figura 4.8: Esquema experimental. Os feixes da MQO  $F, P$  e  $B$ , e os feixes da armadilha são obtidos do mesmo laser de Ti:safira. Os feixes de bombeamento, para a frente ( $F$ ) e para trás ( $B$ ), e os feixes de armadilhamento, têm todos a mesma frequência  $\omega$ , enquanto a frequência  $\omega_p$  do feixe de prova, é varrida em torno de  $\omega$ , através de dois moduladores acusto-ópticos (MAO-1 e MAO-2), como descrito no texto. BS são divisores de feixe e SM é um espelho esférico. Vê-se apêndice A.

#### 4.4 Experimento de Mistura de Quatro Ondas

O sistema experimental utilizado para observar o sinal de MQO-QD é mostrado esquematicamente na Fig. 4.8. Um laser de Ti:Safira é utilizado para produzir a amostra fria de átomos de césio na armadilha (AMO) e para gerar os feixes da MQO. Os feixes da MQO têm a mesma polarização linear. O número medido de átomos armadilhados é da ordem de  $10^7$  e a temperatura estimada está na faixa de mK. Os lasers da armadilha são sintonizados 12 MHz abaixo da frequência de ressonância da transição cíclica  $6S_{1/2}, F=4 \rightarrow 6P_{3/2}, F'=5$  com  $\lambda = 852$  nm do césio. Um laser de diodo rebombeador, não mostrado na figura, traz de volta para a transição cíclica a população perdida para o estado fundamental  $6S_{1/2}, F = 3$  devido a bombeamento óptico. Em pregamos MQO na configuração para trás onde os feixes de bombeamento de frente ( $F$ ) e para trás ( $B$ ) tem a mesma frequência  $\omega$ , que é igual à frequência dos feixes da armadilha. O feixe de prova ( $P$ ) tem

ma frequência variada em torno da frequência dos feixes de bombeamento através do uso de dois moduladores acusto-ópticos (AOM), como mostrado na Fig. 4.8. O primeiro modulador (AOM-1) desloca a frequência do feixe de prova 200 MHz para baixo, enquanto o segundo modulador (AOM-2), que tem frequência RF ajustável em torno de 100 MHz, operando com dupla passagem, desloca a frequência do feixe de prova para um valor próximo da frequência de bombeamento  $\omega$ . Deste modo, a diferença entre as frequências dos feixes de prova e de bombeamento,  $\delta = \omega_p - \omega$ , pode ser variada em um intervalo de 80 MHz. O feixe de prova incide formando um pequeno ângulo ( $\theta \sim 4^\circ$ ) com o feixe de bombeamento  $F$ . A intensidade total dos feixes da MQO é da ordem de  $1 \text{ mW/cm}^2$ . O sinal de conjugação de fase gerado, que se propaga na direção oposta ao feixe de prova, é refletido por um divisor de feixes 50/50 e é detectado por um fotodiodo. Na Fig. 4.9 mostramos o espectro da MQO-QD como função da diferença de frequência  $\delta$  entre os feixes de bombeamento  $\omega$  e o feixe de prova  $\omega_p$ . A seta indica a posição da frequência dos feixes de bombeamento. Essa posição foi determinada através da incidência simultânea do sinal de MQO-PC e de uma fração dos feixes de bombeamento no fotodiodo PD1. A saída do fotodiodo foi ligada a um analisador de espectro para monitorar a frequência de batimento, que é zero quando as frequências de  $F$ ,  $B$  e  $P$  são iguais. Para o espectro da Fig. 4.9, a potência dos feixes da armadilha é da ordem de  $40 \text{ mW}$ . Como pode ser observado, o espectro apresenta duas bandas laterais ressonantes, simétricas, em torno da frequência de bombeamento  $\omega$  e correspondem à MQO-QD ressonante com os estados de átomos vestidos. São essas bandas laterais que motivaram nosso trabalho descrito neste capítulo. A parte do espectro em torno da frequência de bombeamento consiste de dois picos estreitos principais, com larguras de aproximadamente 500 kHz, e dispostos simetricamente em relação à frequência de bombeamento. Como mostrado no detalhe da Fig. 4.9, nesta região do espectro pode-se identificar a presença de outras ressonâncias mais estreitas localizadas entre os dois picos principais. A refletividade máxima medida do sinal de MQO é da ordem de 0,2%. A MQO foi realizada no plano  $xy$  da armadilha, sendo o campo de anti-Helmholtz orientado na direção  $z$ . Cada eixo ( $xy$ ) corresponde à direção de um par contrapropagante de feixes de armadilhamento. Para evitar contribuições dos feixes  $xy$  de armadilhamento para a MQO, introduzimos num desses pares um pequeno desalinhamento ( $\approx 1 \text{ mrad}$ ) entre os feixes. Confirmamos que, dessa forma, os feixes de armadilhamento e de prova sozinhos, são incapazes de gerar um sinal de MQO observável por nosso aparato.

Realizamos algumas medidas chaveando os campos magnéticos de anti-Helmholtz e não notamos mudança no perfil do espectro de MQO, nem mesmo na estrutura estreita. Isso é diferente do que observamos nos resultados obtidos na ausência dos campos da armadilha (ver capítulo 6). Isso

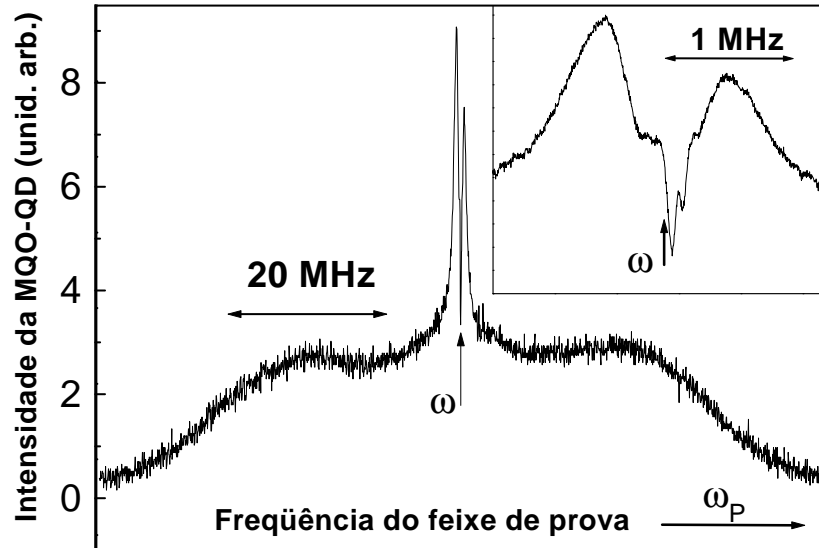


Figura 4.9: Espectro observado da MQO-QD, como função da diferença entre as frequências do feixes de prova e de bombeamento. Todos os feixes da MQO têm a mesma polarização linear e paralela. Detalhe: Espectro expandido em torno da frequência  $\omega$  do campo de bombeamento.

sugere que o efeito Stark dinâmico devido aos feixes da armadilha domina sobre o efeito Zeeman devido ao campo magnético das bobinas de anti-Helmholtz.

As posições das bandas laterais largas dependem da intensidade da armadilha e da dessintonia. Verificamos experimentalmente esta dependência com a intensidade da armadilha. Na Fig 4.10, é apresentado o gráfico da posição da banda lateral, medida em relação à frequência de bombeamento  $\omega$ , como função da frequência de Rabi generalizada, definida por  $\Omega' = \sqrt{\Omega_T^2 + \Delta^2}$ . Nesta expressão  $\Omega_T$  é a frequência de Rabi associada com todos os feixes da armadilha e  $\Delta = \omega - \omega_a$  é a dessintonia entre a frequência da armadilha  $\omega$  e a frequência de ressonância  $\omega_a$  da transição  $|6S_{1/2}, F=4\rangle \rightarrow |6P_{3/2}, F'=5\rangle$ . A frequência de Rabi média associada com os feixes da armadilha é calculada por  $\Omega_T = \Gamma \sqrt{a I_T / I_s}$ , onde  $I_T$  é a intensidade total dos feixes da armadilha,  $\Gamma/2\pi = 5,3$  MHz é a largura de linha natural,  $I_s = 2,5$  mW/cm<sup>2</sup> é a intensidade de saturação média, tomada sobre os coeficientes de Clebsch-Gordan da transição  $F=4 - F=5$  [75] e  $a$  é um fator de escala que leva em consideração a incerteza na determinação da intensidade dos lasers na região da armadilha. Para os dados apresentados na Fig 4.10, o valor estimado do fator de escala foi  $a = 0,33$ , obtido usando o ponto de maior intensidade. Nestas medidas variamos a intensidade total dos feixes da armadilha, enquanto os feixes da MQO e a dessintonia  $\Delta$  foram mantidos fixos. Como discutiremos na próxima seção,

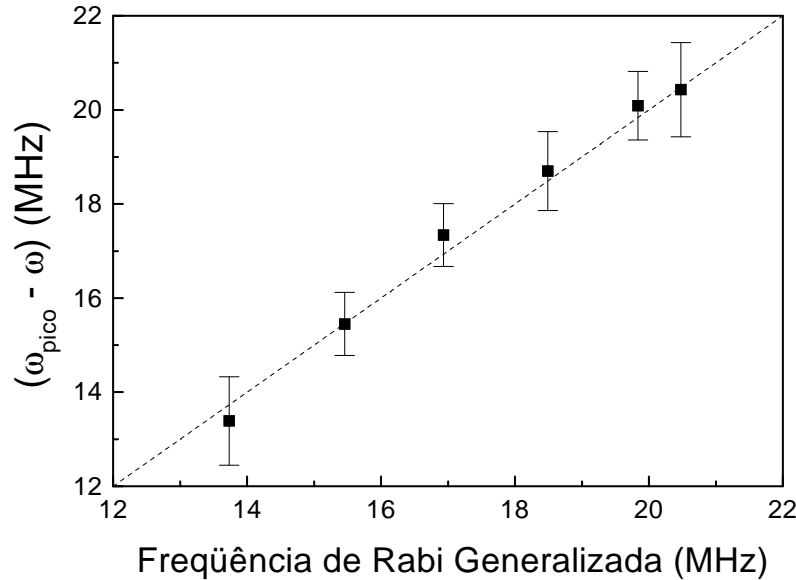


Figura 4.10: Variação da posição dos picos das bandas laterais como função da frequência de Rabi generalizada, associada com os feixes de armadilhamento, para feixes da MQO com intensidade fixa em cerca de  $1 \text{ mW/cm}^2$ . A desintonia entre o laser de armadilhamento e a frequência da transição atômica é  $\Delta/2\pi = 12 \text{ MHz}$ , e a intensidade do feixe de armadilhamento foi multiplicada por um fator  $a = 0.33$ , como descrito no texto.

esta dependência linear observada é característica do efeito Stark dinâmico introduzido nos níveis de energia dos átomos, induzido pela presença dos campos fortes de armadilhamento. As larguras observadas das bandas laterais, que são maiores do que  $\Gamma$ , também são devidas à distribuição não homogênea das frequências de Rabi associadas com os feixes da armadilha sobrepostos na região de armadilhamento. Verificamos experimentalmente, desligando o campo magnético de quadrupolo, que o deslocamento Zeeman associado tem um efeito desprezível no espectro. Na próxima seção vamos calcular as amplitudes das bandas laterais da MQO, de forma muito similar ao que foi feito para calcular o espectro de Mollow.

## 4.5 Mistura de quatro ondas nos níveis vestidos: Modelo

O campo que vemos é proporcionado pelos lasers de armadilhamento. Cada par contrapropagante, dos seis feixes de armadilhamento, tem polarizações dos feixes circulares e opostas, de tal forma que o campo elétrico resultante num ponto  $(x, y, z)$  no interior da armadilha é dado por [120]:

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}, t) &= \frac{E_0}{2} \varepsilon^{-i\omega t} \left[ \varepsilon^{ik_x} \left( \frac{\hat{x} - i\hat{y}}{\sqrt{2}} \right) + \varepsilon^{-ik_x} \left( \frac{\hat{x} + i\hat{y}}{\sqrt{2}} \right) + \right. \\ &\left. \varepsilon^{ik_x} \left( \frac{\hat{y} + i\hat{z}}{\sqrt{2}} \right) + \varepsilon^{-ik_x} \left( \frac{\hat{y} - i\hat{z}}{\sqrt{2}} \right) + \varepsilon^{iky} \left( \frac{\hat{z} + i\hat{x}}{\sqrt{2}} \right) + \varepsilon^{-iky} \left( \frac{\hat{z} - i\hat{x}}{\sqrt{2}} \right) \right] + c.c. \quad (4.32) \\ &= \sqrt{2} E_0 \varepsilon^{-i\omega t} [(\cos kz - \varepsilon \sin ky)\hat{x} + (\varepsilon \sin kz + \cos ky)\hat{y} + (\cos ky - \varepsilon \sin kz)\hat{z}] \end{aligned}$$

onde  $x, y, z$  são as três dimensões do espaço,  $k$  é o número de onda do campo de armadilhamento, e  $E_0$  é a amplitude do campo elétrico de cada um dos seis feixes, que supomos ser igual para todos. Vemos que o campo resultante num ponto qualquer no interior da armadilha tem polarização linear, mudando apenas a sua orientação para cada ponto. Uma vez que a polarização linear do campo da armadilha varia muito rapidamente com a posição sobre as dimensões de interação dos feixes da MQO, temos que, efetivamente, o campo que veste será uma mistura homogênea de campos de polarizações  $\pi$ ,  $\sigma^+$  e  $\sigma^-$ .

Para nossas análises de átomo vestido, vamos simplificar o problema supondo que o sistema é um átomo não-degenerado de dois níveis, vestido pelo campo de frequência de Rabi  $\Omega_P$  e dessintonia  $\Delta$  para o vermelho em relação à frequência de ressonância atômica. Como o campo que veste acopla os três tipos de transições possíveis ( $\pi$ ,  $\sigma^+$  e  $\sigma^-$ ), a intensidade de saturação da linha é um valor médio, igual a  $2,5 \text{ mW/cm}^2$  [75]. Assumimos que os campos da MQO são fracos e não perturbam a estrutura de níveis vestidos formada pelo sistema *átomo + campo de armadilhamento*. Nesse contexto, os acoplamentos entre os campos da MQO e o sistema de níveis vestidos de energia ocorre como mostrado na Fig. 4.11. Estando o átomo num estado vestido de energia bem definida, a MQO não muda esse estado porque é um processo paramétrico. As Figs. 4.11(a),(b) mostram os feixes da MQO em ressonância com os níveis vestidos, quando  $\omega_P = \omega \mp \Omega'$ . Correspondem, respectivamente, aos picos das bandas laterais esquerda e direita do espectro experimental da Fig. 4.9.

#### 4.5.1 Um cálculo da mistura de quatro ondas nos níveis vestidos

Considerando os acoplamentos dos campos com os níveis vestidos como mostrado na Fig. 4.11, queremos calcular a componente da polarização  $\vec{P}$  que acopla os níveis  $|a\rangle$  e  $|d\rangle$  quando os campos  $F, P$  e  $B$  são considerados em ordem mais baixa de perturbação e quando consideramos que não existe coerência entre  $|a\rangle$  e  $|d\rangle$  senão aquela proporcionada pelos feixes  $F, P$  e  $B$ . A polarização desejada é dada por:

$$|\vec{P}\rangle = \text{tr}(\hat{\mu}\hat{\rho}) \quad (4.33)$$

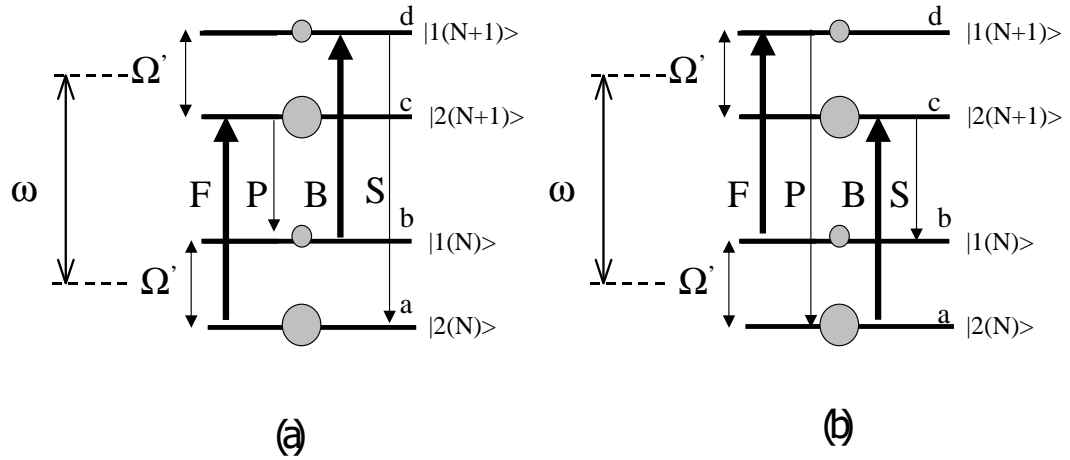


Figura 4.11: Níveis de energia de átomo vestido, com diagrama mostrando as ressonâncias de MQO-QD, associadas com as duas bandas laterais em (a)  $\omega_P = \omega - \Omega'$  e (b)  $\omega_P = \omega + \Omega'$ . As letras a, b, c, d são a nomenclatura para os os níveis vestidos que utilizaremos para simplificar a notação nos cálculos perturbativos.

onde,

$$\hat{\mu} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \mu_{ac} & \mu_{ad} \\ 0 & 0 & \mu_{bc} & \mu_{bd} \\ \mu_{ca} & \mu_{cb} & 0 & 0 \\ \mu_{da} & \mu_{db} & 0 & 0 \end{pmatrix}. \tag{4.34}$$

Então, o termo que nos interessa é:

$$P = \mu_{ad} \rho_{ad} \tag{4.35}$$

que oscila na frequência  $\omega_P = \omega_P - \omega_P + \omega_P$ , do sinal gerado .

Precisamos calcular  $\rho_{ad}$  do sistema vestido, e, para isso, utilizaremos a técnica de matriz densidade, que obedece à equação de Liouville:

$$\dot{\rho} = \frac{1}{i\hbar} [H, \rho] - \frac{d\rho}{dt} \Big|_{relax}. \tag{4.36}$$

onde,

$$H = \hbar \begin{pmatrix} 0 & 0 & V_{ac} & V_{ad} \\ 0 & \omega_{ab} & V_{bc} & V_{bd} \\ V_{ca} & V_{cb} & \omega_{ac} & 0 \\ V_{da} & V_{db} & 0 & \omega_{ad} \end{pmatrix}. \tag{4.37}$$

$V_{ij}$  são as frequências de Rabi levando em conta o termo oscilatório no tempo:

$$V_{ij} = \tilde{V}_{ij} \exp(i\omega_{ij}t), \quad (4.38)$$

$$\tilde{V}_{ij} = -\frac{\mu_{ij}\tilde{E}_{ij}}{2\hbar}. \quad (4.39)$$

Usando a Eq. (4.38), temos que o termo correspondente a  $\rho_{ad}$  é dado por:

$$\dot{\rho}_{ad} = -i\omega_{ad}\rho_{ad} - \gamma_{ad}\rho_{ad} - i[V_{ac}\rho_{cd} + V_{ad}\rho_{bd} - V_{ad}\rho_{ba} - \rho_{ab}V_{bd}] \quad (4.40)$$

O segundo termo do lado direito da igualdade é a relaxação introduzida *ad hoc*. Os demais termos vieram diretamente de  $\dot{\rho} = \frac{1}{i\hbar}[H, \rho]$ . Os termos  $V_{ad}$  e  $V_{da}$  serão desprezados em nosso cálculo porque no cálculo perturbativo só surgirão após o aparecimento do sinal. Nossa técnica de solução perturbativa será a seguinte. Vamos expandir cada elemento da matriz densidade em uma série de Fourier da forma:

$$\rho_{ij} = \sum_{L,M,N} \tilde{\rho}_{ij}^{LMN} \exp[i\omega_{LMN}t], \quad (4.41)$$

onde,  $\tilde{\rho}_{ij}^{LMN}$  são as amplitudes que variam lentamente no tempo em relação à frequência óptica, e correspondem às frequências  $\omega_{LMN} = L\omega_P + M\omega_P + N\omega_R$ , com  $L, M, N$  inteiros. A linha  $i$  no somatório indica que devemos somar somente uma vez frequências do tipo  $\omega_{LMN}$  ou  $-\omega_{LMN}$ , porque as energias em ambos os casos são iguais.

O termo que nos interessa oscila com frequência:

$$\omega_g = \omega_P - \omega_P + \omega_R \quad (4.42)$$

Precisamos calcular  $\rho_{ad}^{(1, -1, 1)}$ , que vamos expressar como  $\rho_{ad}^{111}$  para simplificar a notação.

De acordo com a Eq. (4.41) temos:

$$\rho_{ad} = \tilde{\rho}_{ad}^{111} \exp[i(\omega_P - \omega_P + \omega_R)t]. \quad (4.43)$$

Finalmente, após realizar os cálculos usando a aproximação da envoltória que varia lentamente, obtemos para a polarização vestida que oscila na frequência  $\omega_g = \omega_P - \omega_P + \omega_R$ :

$$P = \frac{i}{8\hbar^3} \tilde{E}_P \tilde{E}_R \tilde{E}_P \frac{\mu_{ac}\mu_{bd}\mu_{cd}\mu_{ad}}{\gamma_{cd}\gamma_{cb}} \left( \frac{1}{\gamma_{cd}} + \frac{1}{\gamma_{cb}} \right) (\rho_{bb}^{000} - \rho_{aa}^{000}) \quad (4.44)$$



onde os termos  $\rho_{ii}^{000}$ , são as populações reduzidas dos estados vestidos  $i = b, c$ ,  $\mu_{ij}$  são os momentos de dipolo entre os estados  $i$  e  $j$ , e  $\gamma_{ij}$  são as coerências reduzidas entre estados vestidos  $i$  e  $j$ . Relembrando as definições iniciais:

$$\begin{aligned} |d\rangle &= |1(N+1)\rangle = \pi \sin\theta |\alpha, N+2\rangle + \cos\theta |\beta, N+1\rangle \\ |c\rangle &= |2(N+1)\rangle = \cos\theta |\alpha, N+2\rangle - \pi \sin\theta |\beta, N+1\rangle \\ |b\rangle &= |1(N)\rangle = \pi \sin\theta |\alpha, N+1\rangle + \cos\theta |\beta, N\rangle \\ |a\rangle &= |2(N)\rangle = \cos\theta |\alpha, N+1\rangle - \pi \sin\theta |\beta, N\rangle \end{aligned}$$

Com  $|i, N\rangle = |i\rangle \otimes |N\rangle$ ,  $i = \alpha, \beta$  onde  $\{|\alpha\rangle\}, \{|\beta\rangle\}$  são respectivamente os estados fundamental e excitado do átomo cujo hamiltoniano é dado por:  $H_A = \hbar\omega_a |\beta\rangle\langle\beta|$ ,  $\tan 2\theta = -\frac{\Omega_1}{\Omega_2}$ ,  $\Omega_1 = -\frac{\mu_{ab} \mathcal{E}}{\hbar}$ ,  $\delta_L = \omega_L - \omega_a$ .

Os momentos de dipolo entre os diversos níveis vestidos ( $\mu_{ac}^*$ ,  $\mu_{bd}^*$ ,  $\mu_{cb}$  e  $\mu_{ad}$ ) estão dados pelas Eqn. (4.17) e valem

$$\begin{aligned} \mu_{ac}^* &= -\mu_{ab} \cos\theta \\ \mu_{bd}^* &= \mu_{ab} \pi \sin\theta \cos\theta \\ \mu_{cb} &= -\mu_{ab} \pi \sin^2\theta \\ \mu_{ad}^* &= \mu_{ab} \cos^2\theta \end{aligned}$$

As coerências reduzidas  $\gamma_{ij}$  são todas iguais e dadas pela Eq. (4.23). A diferença de população é dada pelas Eqn. (4.21) e (4.22) e vale:

$$\rho_{bb}^{000} - \rho_{cc}^{000} = \Pi_1^{ss} - \Pi_2^{ss} = \frac{\pi \sin^4\theta - \cos^4\theta}{\pi \sin^4\theta + \cos^4\theta} \quad (4.45)$$

Assim, a solução, que está detalhada no apêndice C, fica:

$$P = \frac{2i}{8\hbar^3} \frac{\mathcal{E}_P \mathcal{E}_B \mathcal{E}_P}{\Gamma^3} \frac{\pi \sin^4\theta \cos^4\theta}{\left(\frac{1}{2} + \pi \sin^2\theta \cos^2\theta\right)^3} \left( \frac{\cos^4\theta - \pi \sin^4\theta}{\cos^4\theta + \pi \sin^4\theta} \right) \quad (4.46)$$

Na Fig. 4.12 mostramos um gráfico da intensidade do sinal das bandas laterais como função da frequência de Rabi do campo que veste. No mesmo gráfico, mostramos alguns pontos experimentais para comparar. Esses pontos experimentais foram obtidos de espectros como o da Fig. 4.9. As escalas verticais da curva teórica e experimental são arbitrárias e independentes, escolhidas de forma a facilitar a visualização da posição do máximo. É possível que o número de átomos na armadilha tenha variado como função do campo que veste, mas não investigamos esses parâmetros.

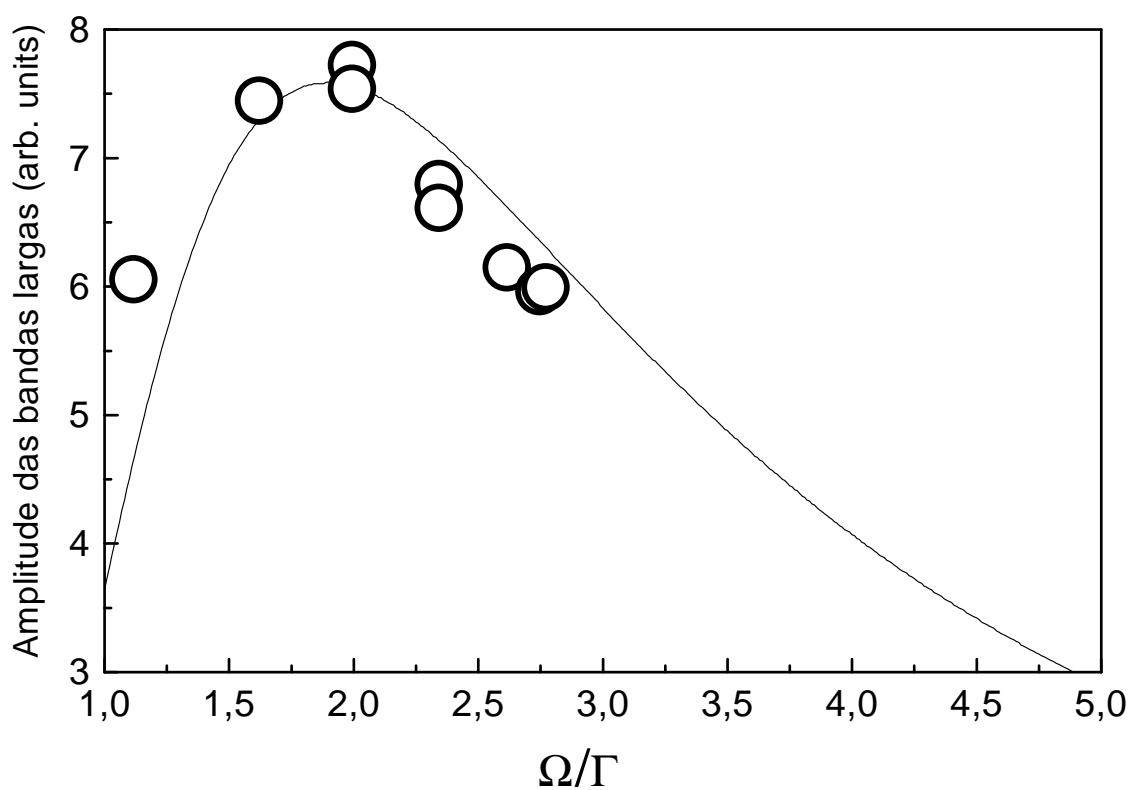


Figura 4.12: Intensidade das bandas laterais como função da frequência de Rabi do campo que veste. Linha cheia: Cálculo a partir da Eq. 4.46. Bolas: intensidades medidas de espectros experimentais (Ver texto).

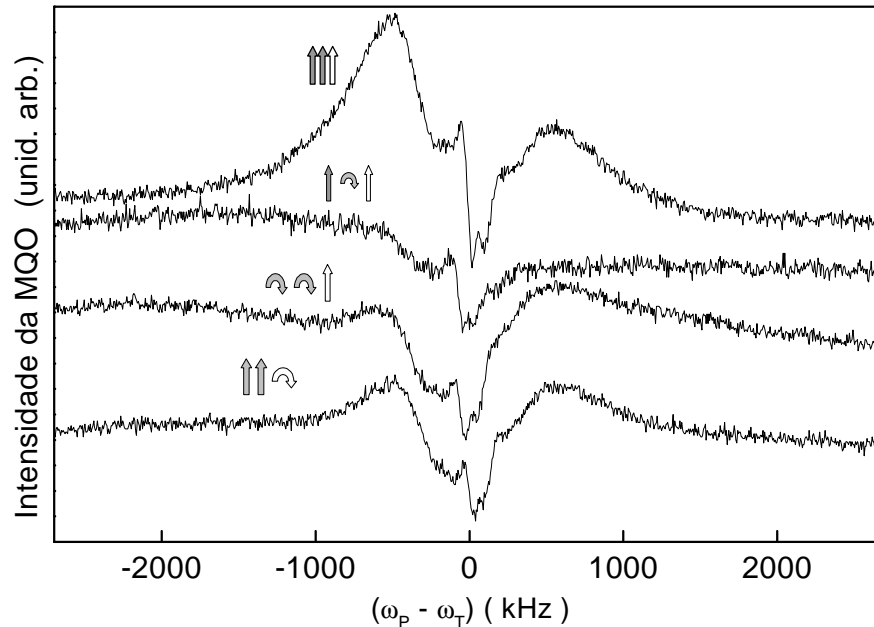


Figura 4.13: Ressonância central para diferentes polarizações dos feixes da MQO. As setas indicam as polarizações dos feixes F,B e P, respectivamente.

O que a figura indica é que parece bastante razoável o uso dos níveis atômicos vestidos pelo campo de armadilhamento, como base para MQO, mesmo com as várias aproximações que fizemos.

Assim como para o espectro de Mollow, aqui não estudamos a estrutura central porque não é simples de ser analisada. Este modelo não é válido para a região central do espectro da MQO, onde experimentalmente observamos ressonâncias estreitas.

#### 4.6 Ressonâncias estreitas

As ressonâncias estreitas que se observam na região central do espectro da MQO-QD [Fig. 4.13], estão associadas à estrutura central dispersiva que se pode observar no espectro de absorção da Fig. 4.5. Tudo isso está relacionado com a degenerescência Zeeman do sistema [57, 125]. Aqui vamos sair da base vestida porque para transições entre níveis de mesma população vestida, a análise vestida não simplifica o problema. Os dois picos com largura da ordem de 0,5 MHz e as várias ressonâncias mais estreitas entre eles, com larguras da ordem de dezenas de kHz, têm origem similar.

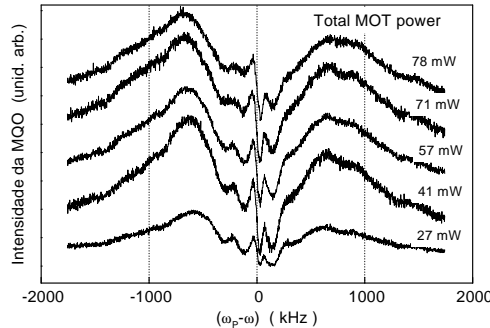


Figura 4.14: Comportamento da ressonância central como função da potência total dos feixes de armadilhamento, para potência de 3,4 mW para os feixes de bombeamento  $F$  e  $P$  e  $25 \mu\text{W}$  para o feixe de prova.

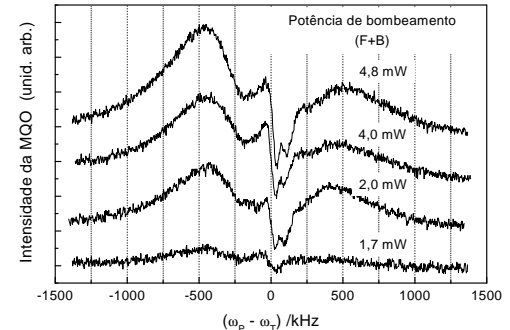


Figura 4.15: Comportamento da ressonância central como função da potência dos feixes de bombeamento  $F$  e  $P$ , para potência dos feixes de armadilhamento fixa em 78 mW, e do feixe de prova fixa em  $25 \mu\text{W}$ .

Os dois picos mais proeminentes, com largura de linha de cerca de 0,5 MHz, parecem estar associados diretamente com a estrutura central dispersiva do espectro de absorção da Fig. 4.5, de forma análoga à que o ganho e a absorção de Mollow dão origem às bandas laterais largas estudadas na seção anterior. Mas a própria estrutura central do espectro de Mollow é causada por ressonâncias Raman entre níveis Zeeman, como fica evidente na Fig. 6.4 do Capítulo 6. Na ausência de campos magnéticos, os feixes da MQO não seriam capazes de dar contribuições Raman porque são todos lineares e paralelos. Mas vemos uma pequena dependência da posição tanto das estruturas largas quanto das estreitas com a potência dos feixes de bombeamento  $F$  e  $B$ . Da mesma forma, as várias estruturas com larguras de linhas de dezenas de kHz podem estar ligadas a transições Raman devido à MQO proporcionada pelo próprio campo que veste, conforme discutido na Ref. [71] (ver Fig. 4.14). Os vários picos pequenos seriam causados pelos diferentes deslocamentos Stark dinâmicos devido à variedade dos coeficientes de Clebsch-Gordan da transição degenerada. Observamos que tanto os picos mais largos (0,5 MHz) quanto os picos mais estreitos (kHz) têm forte dependência com a polarização [Fig. 4.13], e são sensíveis à intensidade do campo dos feixes de armadilhamento [Fig. 4.14] e de bombeamento [Fig. 4.15]. Isso mostra que suas origens residem na estrutura Zeeman.

Um estudo experimental cuidadoso dessas estruturas estreitas exige o desligamento do campo magnético da armadilha e compensação do campo magnético terrestre. Esse último item ainda não foi implementado em nosso laboratório.

## 4.7 Conclusão

Investigamos experimentalmente mistura de quatro ondas na transição cíclica da linha  $D_2$  do césio numa armadilha magneto-óptica, na presença dos feixes de armadilhamento que estão quase ressonantes com a mesma transição. Os feixes de bombeamento da MQO tinham a mesma frequência dos feixes de armadilhamento, enquanto a frequência do feixe de prova varia em torno da frequência desses feixes. Observamos ressonâncias estreitas, com larguras de linha subnaturais, na região central, quase-degenerada do espectro, e bandas laterais largas. Descrevemos as bandas laterais largas como resultado de um processo de MQO ressonante de quatro fótons nos níveis vestidos de energia, onde consideramos o átomo vestido pelos campos fortes de armadilhamento. Obtivemos boa concordância com a teoria dos átomos vestidos. Esse foi o aspecto mais importante deste capítulo. Calculamos as intensidades das bandas laterais usando a teoria dos átomos vestidos e comparamos com os dados experimentais, obtendo também boa concordância. Especulamos sobre as estruturas centrais estreitas que devem estar associadas a transições Raman entre subníveis Zeeman, onde os fortes campos de armadilhamento causam efeito Stark dinâmico. A diversidade dos coeficientes de Clebsch-Gordan dos vários subníveis Zeeman faz com que os deslocamentos Stark dinâmicos sejam diferentes, gerando vários picos estreitos. A estrutura central observada está também associada à estrutura dispersiva observada no espectro de absorção de um feixe fraco na presença de um feixe forte para um átomo de dois níveis, onde cada nível apresenta degenerescência. Um estudo teórico mais detalhado desse sinal requer que se leve em conta a degenerescência Zeeman da transição  $F = 4 \rightarrow F' = 5$ , enquanto um estudo experimental em detalhe requer um controle cuidadoso do campo magnético na região da armadilha.

## Capítulo 5

# Transparência e grades eletromagneticamente induzidas

Neste capítulo estudamos a dinâmica de diferentes grades eletromagneticamente induzidas num sistema degenerado de dois níveis que apresenta transparência eletromagneticamente induzida (EIT) [8, 66]. Para tal, utilizamos a técnica de mistura de quatro ondas com conjugação de fase óptica (MQO-CF) e, através de mudança na polarização dos feixes, acessamos diferentes tipos de grades induzidas na transição  $6S_{1/2}(F=4) \rightarrow 6P_{3/2}(F'=4)$  dos átomos de  $^{133}\text{Cs}$  resfriados na armadilha magneto-óptica (MOT). Antes de entrar no mérito do capítulo, faremos uma breve revisão do fenômeno de EIT. Os resultados experimentais são discutidos à luz de modelos de matriz densidade para sistemas tipo  $\Lambda$  e de dois níveis. Realizamos então integrações numéricas em velocidades e a partir desses modelos encontramos que, para sistemas abertos e com relaxação lenta no estado fundamental, mesmo as baixas temperaturas da MOT são importantes na determinação da forma de linha dos sinais de difração nas grades induzidas. Os resultados indicam que esse tipo de estudo pode ter aplicações como uma técnica espectroscópica para determinar a temperatura de átomos ultra-frios.

### 5.1 Transparência eletromagneticamente induzida e estados escuros

A transparência eletromagneticamente induzida (Electromagnetically Induced Transparency - EIT) [66], como definida por Harris em 1991, consiste num fenômeno quântico coerente num sistema de

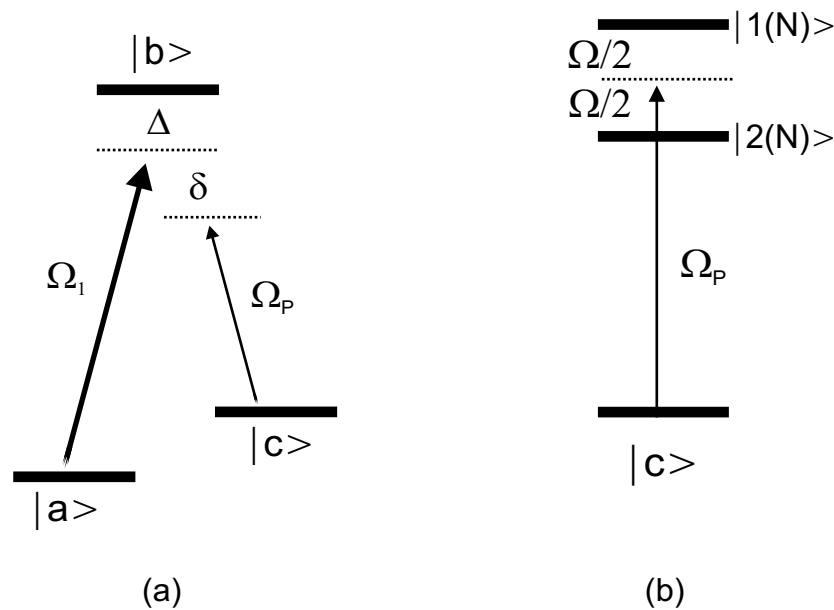


Figura 5.1: (a) Sistema A com campo de bombeamento ( $\Omega_1$ ) e de prova ( $\Omega_p$ ). (b) Sistema A vestido pelo campo de bombeamento  $\Omega_1$  para  $\Delta = \delta = 0$ .

três níveis, normalmente do tipo A, onde um meio opaco pode ser feito completamente transparente para um feixe de prova, quando um feixe de bombeamento coerente com o de prova está acoplado à outra “perna” do sistema A. Essa transparência não é causada por saturação nem por efeito Stark, mas é ligada à criação de um estado escuro, que não absorve luz, devido a uma superposição coerente de estados acoplados pelos campos de luz. O processo pode também ser entendido como sendo devido a uma interferência quântica destrutiva entre dois caminhos quânticos, levando à ausência de absorção do feixe de prova. Várias aplicações já foram implementadas para EIT, tais como luz lenta [76, 133] e “luz congelada” [92], magnetômetros extremamente sensíveis [113], resfriamento sub-Doppler [110], lasers de dois-fótons [106], proposta de processo para criar estados comprimidos de luz [116] e outros estudos sobre controle de coerência atômica [59]. Investigações recentes foram realizadas usando tanto vapores quentes [143], quanto frios [134], assim como sólidos [61, 62, 64, 133].

Na Fig. 5.1(a) mostramos um sistema A. Vamos mostrar o aparecimento da transparência para o feixe de prova interagindo com a transição  $|b\rangle \rightarrow |c\rangle$  quando o feixe de bombeamento  $\Omega_1$  está acoplado na transição  $|a\rangle \rightarrow |b\rangle$ . Para simplificar a explicação, vamos considerar primeiro o caso em que não há relaxações de população ou coerência, ou em que a frequência de Rabi do feixe de bombeamento é muito maior que as taxas de relaxação do sistema. Depois, discutiremos o que muda

com a introdução das relaxações. Vamos supor também que o feixe de prova seja fraco. Na visão do átomo vestido, o campo de bombeamento  $\Omega_1$  cria dois estados vestidos  $|1(N)\rangle$  e  $|2(N)\rangle$  conforme discutido no Capítulo 4. De acordo com a Fig. 5.1(b), para campos em ressonância ( $\Delta = \delta = 0$ ), esses estados vestidos são

$$|1(N)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|b, N\rangle - |a, N+1\rangle), \quad (5.1)$$

$$|2(N)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|b, N\rangle + |a, N+1\rangle). \quad (5.2)$$

Temos dois caminhos para o feixe de prova ser absorvido. Sua probabilidade de absorção é proporcional a [141]

$$P \propto \left| \frac{\langle c, N | \mathbf{d} \cdot \mathbf{E}_p | 1(N) \rangle}{\Omega/2} + \frac{\langle c, N | \mathbf{d} \cdot \mathbf{E}_p | 2(N) \rangle}{-\Omega/2} \right|^2 = 0. \quad (5.3)$$

Nesse caso ideal, exatamente na ressonância atômica, a probabilidade de absorção do feixe de prova é absolutamente zero. Esse resultado pode ser visto como uma interferência quântica destrutiva, uma vez que a absorção é nula porque é nula a soma das probabilidades de absorção nos dois caminhos  $|c, N\rangle \rightarrow |1(N)\rangle$  e  $|c, N\rangle \rightarrow |2(N)\rangle$ , de acordo com a Fig. 5.1(b).

Supor um campo forte e um fraco para explicar a EIT, como feito acima, é um recurso simples muito comumente utilizado [114, 141]. Embora isso seja conveniente, além de ser o modelo que vamos aplicar mais adiante neste capítulo, esse modo de explicar a EIT trata apenas um caso particular e deixa de mostrar claramente o efeito de armadilhamento coerente de população (coherent population trapping - CPT) em estados escuros. Na realidade, a base do fenômeno de EIT se apóia na existência de CPT e na criação de estados escuros, que são superposições de estados atômicos fundamentais que não estão acoplados ao estado excitado pelos campos de luz incidentes. A EIT pode existir para valores arbitrários dos feixes de bombeamento e de prova. Nosso objetivo agora é mostrar que pode existir naturalmente, num sistema  $\Lambda$ , uma condição que garanta que dois campos coerentes entre si possam gerar um estado escuro de tal forma que nenhum deles seja absorvido pelo meio. Vamos utilizar a notação estabelecida na Fig. 5.2(a), onde  $\Delta$  é a dessintonia de um fóton (de bombeamento) e  $\delta$  é a dessintonia de dois fótons, também chamada de dessintonia Raman. Vamos considerar os campos de luz classicamente como

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2}[\mathbf{E}_1(\mathbf{r})e^{-i\omega_1 t} + c.c.] + \frac{1}{2}[\mathbf{E}_p(\mathbf{r})e^{-i\omega_p t} + c.c.]. \quad (5.4)$$



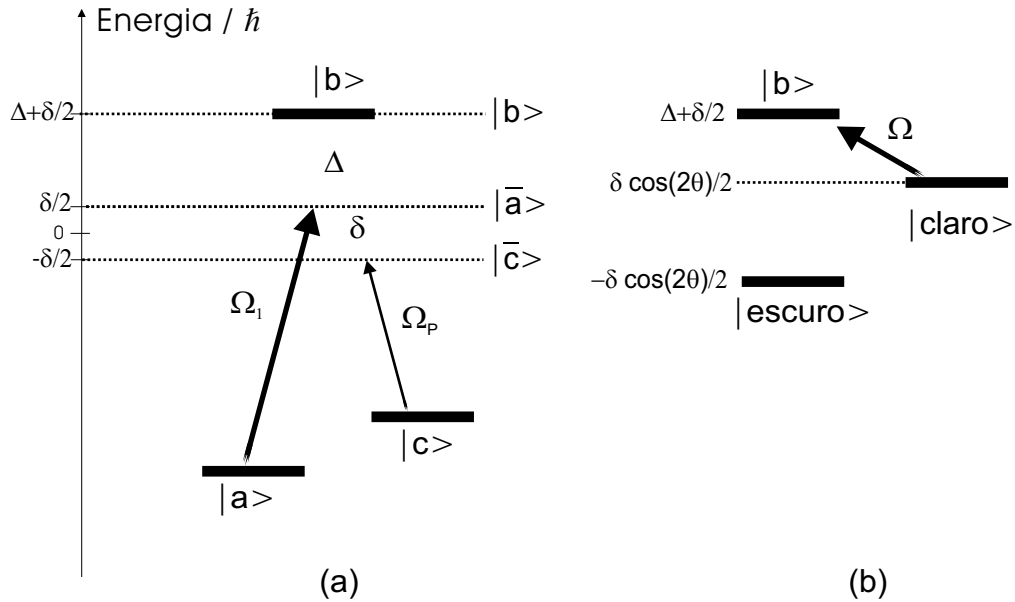


Figura 5.2: Diagrama de energia de um sistema A sob excitação Raman. (a)  $|a\rangle, |b\rangle, |c\rangle$  é a base atômica usual e  $|\bar{a}\rangle, |\bar{b}\rangle, |\bar{c}\rangle$  é uma base formada por  $|\bar{a}\rangle$  e  $|\bar{c}\rangle$  girando com as frequências ópticas  $\omega_1$  e  $\omega_P$ , respectivamente. (b) Sistema A + campos descrito numa base que mostra a existência do estado escuro. O diagrama (b) representa o mesmo sistema físico de (a); note-se que não há campo de luz acoplado ao estado escuro.

Com frequências de Rabi dadas por  $\Omega_i = \frac{\mu E_i}{\hbar}$ ,  $i = 1, P$ . Utilizando uma base girante com as frequências ópticas  $\{|\bar{a}\rangle = e^{i\omega_1 t}|a\rangle, |\bar{b}\rangle, |\bar{c}\rangle = e^{i\omega_P t}|c\rangle$  (ver cap. 4), o hamiltoniano do sistema interagindo com os dois campos é escrito como [117]:

$$H = \hbar \begin{bmatrix} \delta/2 & -\Omega_1 & 0 \\ -\Omega_1^* & (\Delta + \delta/2) & -\Omega_P \\ 0 & -\Omega_P^* & -\delta/2 \end{bmatrix}. \quad (5.5)$$

Os elementos  $H_{mn}$  não diagonais do hamiltoniano representam os acoplamentos entre os estados  $m$  e  $n$ , propiciados pelos campos de luz. Os dois campos de frequências de Rabi  $\Omega_1$  e  $\Omega_P$  interagindo com o sistema, e acoplados ao nível  $|b\rangle$  comum, permitem a criação de estados de superposição dos níveis fundamentais. Vamos fazer uma rotação no subespaço dos estados fundamentais  $|\bar{a}\rangle$  e  $|\bar{c}\rangle$ , de forma a encontrar uma nova base em que exista um estado que não é acoplado aos demais pelos campos de luz. Uma base girada é escrita como:

$$|\text{claro}\rangle = \cos(\theta)|\bar{a}\rangle - \sin(\theta)|\bar{b}\rangle, \quad (5.6a)$$

$$|b\rangle = |b\rangle, \quad (5.6b)$$

$$|\text{escuro}\rangle = \sin(\theta)|\bar{a}\rangle + \cos(\theta)|\bar{b}\rangle. \quad (5.6c)$$

Nessa base  $\{|\text{claro}\rangle, |b\rangle, |\text{escuro}\rangle\}$ , vamos fazer com que o estado  $|\text{escuro}\rangle$  não seja acoplado aos demais pelos campos de luz. Isso significa que o subespaço gerado por ele deverá ser diagonal no hamiltoniano do sistema. Aplicando a matriz de rotação

$$R = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & -\sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix}, \quad (5.7)$$

ao hamiltoniano da Eq. (5.5), obtemos o hamiltoniano rotacionado  $H' = RHR^{-1}$ ,

$$H' = \hbar \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\delta\cos(2\theta) & -\Omega_1\cos(\theta) + \Omega_P\sin(\theta) & \frac{1}{2}\delta\sin(2\theta) \\ -\Omega_1^*\cos(\theta) + \Omega_P\sin(\theta) & (\Delta + \delta/2) & -\Omega_1^*\sin(\theta) - \Omega_P\cos(\theta) \\ \frac{1}{2}\delta\sin(2\theta) & -\Omega_1\sin(\theta) - \Omega_P^*\cos(\theta) & -\frac{1}{2}\delta\cos(2\theta) \end{bmatrix}, \quad (5.8)$$

que representa a interação dos campos de luz com o sistema  $A$  descrito na base ordenada

$\{|\text{claro}\rangle, |b\rangle, |\text{escuro}\rangle\}$ . Do hamiltoniano acima, podemos ver que existe um valor de  $\theta$  para o qual o elemento de matriz  $\langle\text{escuro}|H'|b\rangle$  é zero, i.e., o estado  $|\text{escuro}\rangle$  fica desacoplado do estado  $|b\rangle$ . Isso acontece quando

$$-\Omega_1\sin(\theta) - \Omega_P^*\cos(\theta) = 0, \quad (5.9)$$

cuja possível solução é

$$\sin(\theta) = -\frac{\Omega_P}{\Omega}, \quad (5.10)$$

$$\cos(\theta) = \frac{\Omega_1}{\Omega}, \quad (5.11)$$

com  $\Omega = (\Omega_1^2 + \Omega_P^2)^{1/2}$ . Para esse ângulo  $\theta$  o estado  $|\text{escuro}\rangle$  não consegue absorver luz dos campos com frequências de Rabi  $\Omega_1$  e  $\Omega_P$ .

Mas há ainda o estado  $|\text{claro}\rangle$ , que permite absorção de luz para o estado excitado  $|b\rangle$ . Isso pode ser visto no elemento de matriz  $\langle b|H'|\text{claro}\rangle = -\Omega_1^*\cos(\theta) + \Omega_P\sin(\theta) = \Omega$ , sempre que a Eq. (5.9)

for satisfeita. Esse estado claro se comunica com o estado escuro através do elemento da matriz  $\langle \text{escuro} | H' | \text{claro} \rangle$ . Isso faz com que o estado escuro tenha uma via de comunicação com os outros estados a menos que,

$$\langle \text{claro} | H' | \text{escuro} \rangle = \frac{1}{2} \delta \sin(2\theta) = 0. \quad (5.12)$$

Assim, para que exista um estado escuro que seja autovetor do hamiltoniano do sistema (estado estacionário) basta que seja atendida uma das seguintes condições:

1.  $\Omega_P = 0$ , que implica em toda a população ser bombeada opticamente para o estado  $|c\rangle$ , ou
2.  $\delta = 0$ , i.e., ressonância Raman.

Diante de uma das condições acima, nem o campo de bombeamento, nem o campo de prova são absorvidos. A condição 1 trata do caso simples que foi apresentado em termos de níveis vestidos no início desta seção, onde a intensidade do feixe de prova é desprezível. A condição 2 é a mais importante delas porque permite EIT para um feixe de prova de intensidade arbitrária, como pode acontecer na prática. Como na condição de CPT nem o campo de prova nem o de bombeamento são absorvidos, é possível estabelecer uma condição onde a população do nível excitado é nula, o que suprime a fluorescência do sistema. A observação experimental desse efeito trouxe a denominação “ressonância escura” para o estado de CPT [6]. Podemos mostrar que a interferência quântica destrutiva entre os acoplamentos através dos dois caminhos diferentes  $|a\rangle - |b\rangle$  e  $|c\rangle - |b\rangle$ , na base original da Fig. 5.1(a) existe por causa de um balanço entre as intensidades dos campos acoplados e as populações de  $|a\rangle$  e de  $|c\rangle$ . Uma forma simples de ver isso é tomar o hamiltoniano da Eq. (5.5), usar a equação de Liouville, e fazer  $\rho_{aa} = 0$ . Temos que, no estado estacionário,

$$\Omega_I^2 \rho_{aa} = \Omega_P^2 \rho_{cc}. \quad (5.13)$$

Assim, quaisquer que sejam as intensidades dos feixes acoplados, a CPT/EIT pode existir. A definição dos feixes de bombeamento e de prova é, portanto, arbitrária. Enquanto as condições 1 e 2 acima são os parâmetros físicos relevantes, o ângulo  $\theta$  é um mero artifício matemático que usamos para facilitar a visualização da possibilidade do estado escuro. A Fig. 5.2(b) mostra uma representação dos níveis de energia e campos acoplados na base  $\{|\text{claro}\rangle, |b\rangle, |\text{escuro}\rangle\}$ . Mesmo que tenhamos definido inicialmente os estados  $|a\rangle$  e  $|c\rangle$  como distintos, quando o estado escuro se estabelece, os estados  $|a\rangle$  e  $|c\rangle$  estão numa superposição e não mais se distinguem.

Para simplificar a discussão acima, omitimos os fenômenos de relaxação e descoerência. Por se tratar de um fenômeno envolvendo bombeamento óptico, as populações estacionárias dos estados claro e escuro se estabelecem somente após um tempo transitente  $\sim 1/\Gamma$ , onde  $\Gamma$  é o inverso do tempo de vida do estado excitado, depois dos campos de interação terem sido ligados. Na prática, em termos quantitativos, a EIT ocorre em condições tais que [1]

$$\Omega_1 \gg \Omega_2 \frac{\gamma}{\Gamma}, \quad (5.14)$$

onde  $\Omega_1$  é a frequência de Rabi do feixe de bombeamento (feixe mais intenso),  $\Omega_2$  é a frequência de Rabi de saturação da transição,  $\gamma$  é a taxa de descoerência entre os níveis fundamentais, e  $\Gamma$  é o inverso do tempo de vida do estado excitado  $|\delta\rangle$ . A intensidade do campo de acoplamento tem que ser tanto maior quanto maior a descoerência entre os níveis fundamentais do sistema, para que o pico de EIT seja observado. Noutras palavras, os estados vestidos ilustrados na Fig. 5.1(b) perdem a simetria e a interferência quântica não é mais tão efetiva para proporcionar EIT se existir uma grande descoerência entre os níveis fundamentais. Na discussão dos parágrafos anteriores, supomos também que a coerência entre os lasers era perfeita. Como se trata de um processo de interferência quântica, os campos devem estar coerentes entre si. Uma diminuição na coerência entre os campos de bombeamento e de prova é equivalente a um aumento da descoerência entre os níveis fundamentais [1], o que destrói o estado escuro. A geração experimental de campos de frequências diferentes e coerentes entre si é normalmente feita usando-se travamento de frequência, via um gerador eletrônico de rádio-frequência preciso, que consegue coerência entre os campos com flutuações menores que 1 kHz entre as frequências ópticas de bombeamento e de prova. Os campos podem ser oriundos do mesmo laser e apenas deslocados em frequência por moduladores acusto-ópticos, ou provenientes de lasers diferentes, e através da injeção de um sinal de luz “semente” a correlação é feita com o laser mestre. A largura de linha absoluta dos lasers não é tão importante pois está relacionada com a dessintonia  $\Delta$ , que não faz parte dos critérios para o estabelecimento da CPT. O importante é que não existam flutuações de fase ou frequência em  $\delta$ , a dessintonia Raman.

Mostraremos espectros experimentais de EIT na Seção 5.4. Na Seção (5.5), deduziremos uma expressão analítica e mostraremos espectros calculados de EIT.

Um sistema de dois níveis, ambos degenerados, pode ser representado como um conjunto de sistemas A se  $F_e \leq F_g$  [119]. Nesse caso existe CPT e pode-se observar EIT. É num tal sistema que realizamos os experimentos, como discutido abaixo.

## 5.2 Grades induzidas em sistemas degenerados de dois níveis: uma revisão

Como vimos na seção anterior, uma das principais características da EIT é a presença de uma superposição coerente de estados. A criação de superposições coerentes de estados atômicos às vezes está associada com a indução de uma grade de coerência que pode ser usada para difração Bragg de um terceiro feixe laser. Sob condições apropriadas, e dependendo de qual dos feixes incidentes terá sua frequência varrida, o próprio sinal difratado poderá revelar a presença de fenômenos de EIT e CPT.

Experimentos de difração laser em grades puramente de coerência foram realizados em vapor quente de sódio por Hemmer et. al. [89]. Eles utilizaram uma configuração de mistura de quatro ondas com conjugação de fase (MQO-CF) e observaram uma eficiência muito alta, devido à presença de CPT. Por outro lado, uma grade de estados escuros também pode ser criada quando o feixe de bombeamento utilizado na EIT convencional é modulado espacialmente, dando origem a uma EIT modulada espacialmente que também pode difratar outro feixe incidente. Esse efeito foi proposto teoricamente por Yuan Ling et al. [90] e recentemente observado por Mitsunaga et al. [100] usando MQO na configuração “para frente” em átomos frios, como mostrado esquematicamente na Fig. 5.3. De acordo com as referências [90] e [100], de agora em diante vamos chamar esses tipos de grades de coerências simplesmente como grades eletromagneticamente induzidas (EIG). A observação do espectro de EIG, por ser um sinal que aparece livre de *background*, tem maior contraste do que o sinal de EIT.

Embora a maioria dos experimentos realizados em EIT empreguem os dois níveis hiperfines dos estados fundamentais de átomos alcalinos, experimentos recentes demonstraram esse efeito usando os subníveis Zeeman de átomos de dois níveis degenerados [8,14,15]. De fato, vários trabalhos têm estudado CPT e EIT em sistemas degenerados [2, 3, 89, 98, 99, 105]. Um dos resultados mais importantes desses trabalhos é mostrar que para uma transição entre os níveis fundamental e excitado, com momentos angulares iguais a  $F_g$  e  $F_e$ , respectivamente, só existirá EIT se  $F_e \leq F_g$ ; caso contrário, pode-se ter apenas uma absorção eletromagneticamente induzida (EIA), como observado pela primeira vez por Leshama et al. [3]. Recentemente, Wang et al. [137] relataram a observação de MQO para a frente usando os subníveis Zeeman da transição  $F_g = 2 \rightarrow F_e = 1$ , com alargamento Doppler, num vapor quente de rubídio, e mostrou que a emissão de MQO é aumentada na presença de CPT.

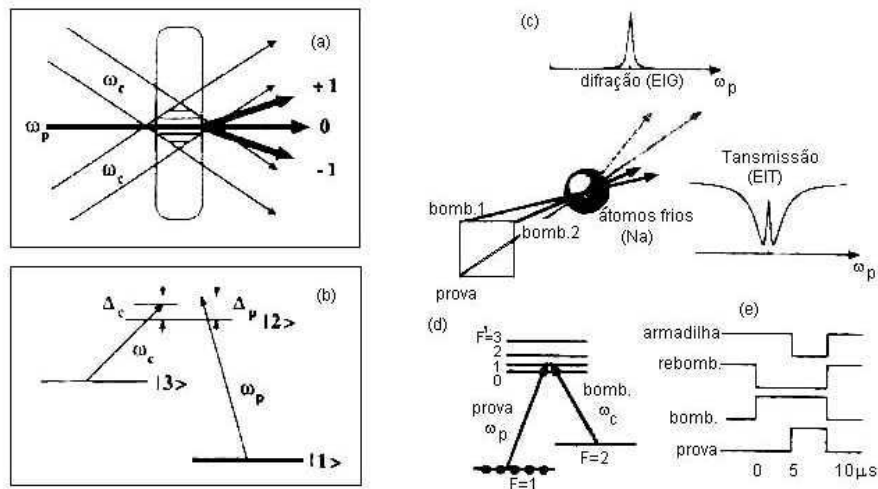


Figura 5.3: (a),(b) Proposta de difração em grade eletromagneticamente induzida (EIG) de Yuan Ling et al [90]. (c),(d), (e) Observação experimental de EIG por Miltomaga et. al [100].

Normalmente, a observação de EIT está associada a ressonâncias subnaturais muito estreitas, cujas larguras de linha estão determinadas pelos tempos de vida dos estados fundamentais. A recíproca não é verdadeira. No caso de um sistema aberto de dois níveis não-degenerados, ressonâncias estreitas podem ser encontradas tanto na absorção como na MQO [Fig. (5.4)], desde que os tempos de relaxação de estado excitado sejam muito mais rápidos que os tempos de relaxação do estado fundamental. A Fig. (5.4) foi calculada para uma transição  $F_g = 0 \rightarrow F_e = 0$  usando o mesmo programa utilizado pra calcular os espectros no Capítulo 6. As ressonâncias estreitas são características de sistema aberto com taxa de relaxação lenta no estado fundamental.

Para o caso de sistemas degenerados de dois níveis, onde  $F_e \leq F_g$ , dependendo da polarização relativa dos feixes incidentes, sistemas A ou conjuntos de sistemas de dois níveis não-degenerados poderão ser acessados [Fig. 5.5(b)-5.5(c)]. Para a MQO, grades de coerência e população poderão ser induzidas simultaneamente e ambas podem apresentar estruturas estreitas subnaturais. No caso das polarizações dos campos serem lineares e paralelas teremos ressonâncias estreitas e a “falsa EIT”. Denominamos “falsa EIT” porque sistemas de dois níveis não degenerados, como o da Fig. 5.4(a), não podem ser descritos em termos de estados escuros. A Fig. 5.5(b), mostra um sistema com “falsa EIT”. Ainda assim, q da Fig. 5.5(b) como um todo, podemos verificar um estado escuro que corresponde ao subnível Zeeman fundamental  $m = 0$ , e a aplicação de um campo magnético nesse sistema pode impedir sua descrição em termos de vários sistemas de dois níveis desacoplados, pois tira a arbitrariedade da escolha do eixo de quantização. Mesmo sistemas fechados degenerados de dois níveis podem apresentar ressonâncias estreitas quando acopladas por campos de polarização

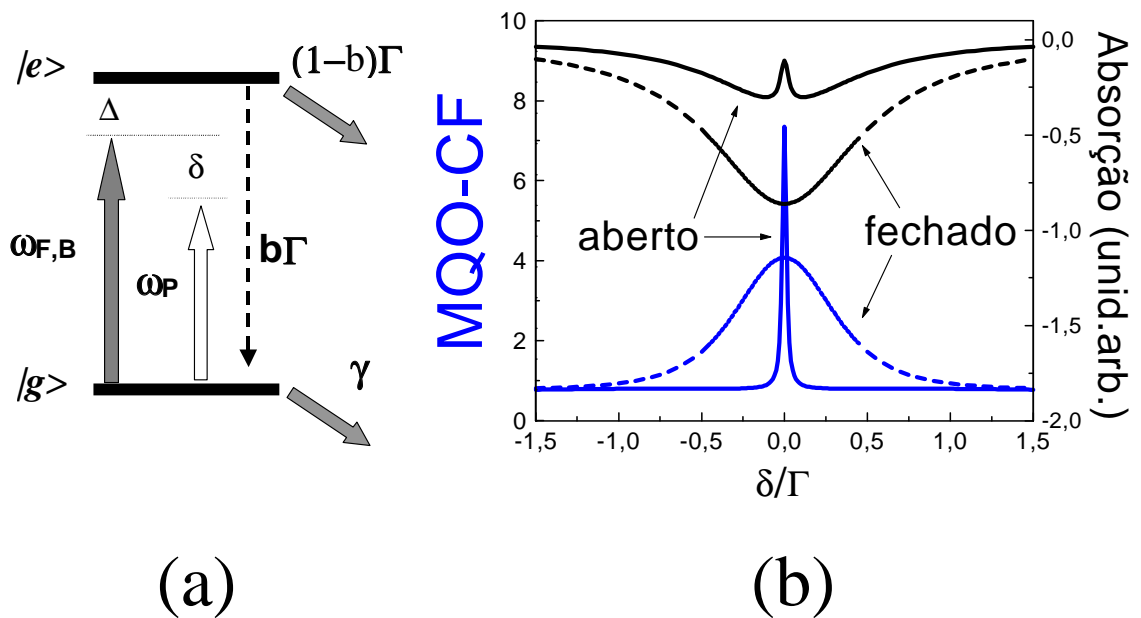


Figura 5.4: (a) Sistema de dois níveis não-degenerados. Para  $b = 1$  o sistema é fechado; para  $b < 1$  o sistema é aberto. (b) Absorção de um feixe prova fraco na presença de um feixe de bombeamento sintonizado na ressonância atômica. As linhas cheias com ressonâncias estreitas correspondem ao sistema aberto; as linhas tracejadas, com ressonâncias de largura natural, correspondem ao sistema fechado. Em ambos os casos,  $\Omega_{F,B} = 0.3\Gamma$  e  $\gamma = 0.01\Gamma$ . As larguras do pico de transparência (curva superior, cheia) e do sinal de MQO são da mesma ordem de  $\gamma$ .

$\pi$ . Isso porque os subsistemas Zeeman de dois níveis que constituem o sistema degenerado podem decair para os subníveis Zeeman vizinhos, tornando o sistema aberto. Ressaltamos que para EIT verdadeira em sistemas tipo A, não é necessário que o estado excitado relaxe para níveis externos.

Uma observação experimental de estruturas estreitas em MQO quase degenerada usando luz linearmente polarizada na transição cíclica  $F_g = 2 \rightarrow F_e = 3$  de um vapor quente de rubídio foi realizada já em 1996 por Lam et al. [79]. Posteriormente, Berman et al. [11] também consideraram o assunto para sistemas de dois níveis degenerados com transições fechadas e abertas e descreveram as ressonâncias estreitas induzidas por decaimento radiativo como sendo devidas a não conservação de população, alinhamento ou orientação. Num sistema A puro, um trabalho teórico de Schmidt-Iglesias [112] chamou a atenção para a competição entre mecanismos de coerência Zeeman e de modulação de população, como característica importante do sistema.

Aqui vamos nos preocupar com a difração de um feixe laser numa EIG induzida numa amostra de átomos frios, usando a técnica da MQO-CF quase degenerada. Luz linearmente polarizada é empregada para criar grades induzidas no sistema aberto degenerado  $6S_{1/2}(F = 4) \rightarrow 6P_{3/2}(F' = 4)$ . Dependendo das polarizações relativas, e de qual dos feixes incidentes terá sua frequência varrida, diferentes tipos de grades podem ser evidenciadas, permitindo a observação de sinais com larguras de linha naturais e subnaturais. Vale salientar que, até onde sabemos, não existe na literatura um outro trabalho em MQO quase-degenerada onde seja estudado o efeito de varrer a frequência dos diferentes feixes da mistura.

### 5.3 Grades de coerência e população

Num sistema puramente de dois níveis, o sinal ressonante de MQO-CF pode ser interpretado como a difração dos feixes de bombeamento em grades de população induzidas pelos outros feixes incidentes [16]. Quando esse sistema de dois níveis é aberto, ressonâncias estreitas associadas com a taxa de relaxação do estado fundamental podem aparecer, sempre que essa taxa for menor que a do estado excitado. Estudos dessa natureza foram feitos nos anos 80 por Steel e colaboradores [122]. Tal comportamento pode ser encontrado, por exemplo, num sistema degenerado de dois níveis com momentos angulares arbitrários mas iguais,  $F_g$  e  $F_e$ , excitado por um feixe para a frente ( $F$ ) e outro para trás ( $B$ ), que tenham a mesma frequência  $\omega_F = \omega_B = \omega$  e por um feixe prova ( $P$ ) com frequência  $\omega_P = \omega + \delta$ , onde  $\delta$  é responsável pela varredura espectral, na configuração padrão para MQO-CF mostrada na Fig. 5.5(a). Quando todos os feixes têm a mesma polarização linear e



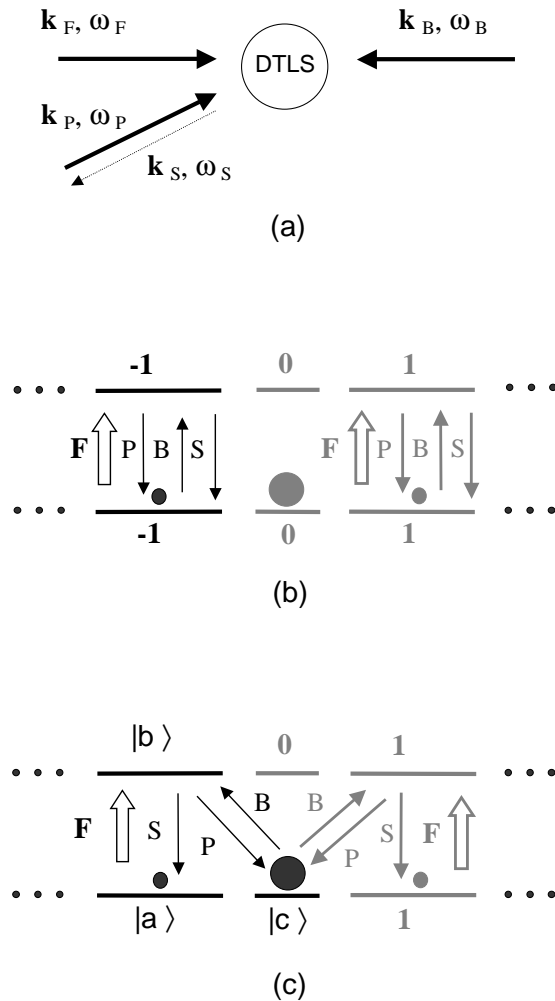


Figura 5.5: (a) Mistura de quatro ondas com conjugação de fase.  $k_\mu$  e  $\omega_\mu$  ( $\mu = F, P, B$ ) são os vetores de onda e frequências correspondentes a MQO-CF. DTLs corresponde a “sistema degenerado de dois níveis”. (b) Subníveis Zeeman de um sistema de dois níveis degenerados, correspondente a uma transição  $F_b \rightarrow F_a$ , com  $F_b = F_a > 1$ . Os pontos indicam outros subníveis Zeeman que não estão mostrados. Neste caso, os campos da MQO-CF são todos linearmente polarizados, paralelamente ao eixo de quantização, e as setas representam a interação entre os campos e o sistema de dois níveis degenerados. Os círculos escuros representam a população dos subníveis Zeeman. (c) Idem, para os feixes P e B polarizados perpendicularmente ao eixo de quantização do átomo, definido pela direção da polarização do campo F. Neste caso a grade de coerência induzida entre os subníveis  $|a\rangle$  e  $|c\rangle$  é uma grade induzida entre estados de orientação do momento angular  $F_b$  [131].

paralela, o sistema se comporta como um conjunto de sistemas de dois níveis acoplados por emissão espontânea, como ilustrado na Fig. 5.5(b), onde definiremos o eixo de quantização como paralelo à polarização comum dos feixes laser. Nesse caso, o sinal de MQO-CF é originário da difração em grades induzidas puramente populacionais, e a ressonância estreita em torno de  $\delta = 0$  é uma manifestação da não conservação dos termos multipolares da matriz densidade atômica, induzida pelo bombeamento óptico [11]. Por outro lado, quando os feixes da MQO têm polarizações lineares diferentes, diferentes tipos de grades são induzidas no sistema. Por exemplo, se os feixes tiverem as mesmas frequências como descrito acima, mas a polarização de  $F$  for perpendicular àquela de  $P$  e  $B$ , como ilustrado na Fig. 5.5(c), o sinal é originário de difração em duas grades induzidas distintas: i) difração do feixe  $B$  na grade de coerência induzida pelos feixes  $F$  e  $P$ , e ii) difração do feixe  $F$  na grade de população induzida pelos feixes  $B$  e  $P$ . Nesse caso, quando varremos  $\delta$ , ambas as grades levarão à observação de ressonâncias estreitas centradas em  $\delta = 0$ . Não podemos separar essas duas contribuições para o sinal gerado para uma amostra de átomos imóveis. Entretanto mesmo a distribuição muito estreita de velocidades que existe nos átomos frios numa armadilha magneto-óptica pode desempenhar um papel importante para o apagamento de uma das grades induzidas para um tal sistema aberto. Isso acontece porque a dinâmica da grade é determinada pela pequena taxa de relaxação do estado fundamental, que pode ser comparável ao inverso do tempo que o átomo leva para mover-se um período da grade.

Vale a pena mencionar que sinais oriundos de um sistema fechado de dois níveis não degenerados, sofrem efeitos de velocidade que são desprezíveis para átomos resfriados por laser. Isso porque a grade induzida vai decair com o tempo de vida da emissão espontânea, levando a um sinal difratado com largura natural [41]. Uma forma de entender por que em um sistema aberto a dinâmica do estado estacionário é determinada pela relaxação do estado fundamental, é notar que cada grade induzida no estado fundamental tem uma grade complementar no estado excitado. Essas grades são completamente fora de fase (espacialmente), de forma que o decaimento da grade do estado excitado faz apagar a grade induzida no estado fundamental. Em um sistema fechado, esse apagamento se dá por completo após passado o tempo de vida do estado excitado. Em um sistema aberto, parte da grade do estado excitado cai para níveis externos, e o apagamento completo da grade no estado fundamental só será possível devido ao decaimento do estado fundamental. Quando esse decaimento é muito mais lento que o do estado excitado, aparecerão ressonâncias estreitas subnaturais nos espectros. Em um sistema  $A$ , um argumento análogo pode ser empregado para justificar estruturas estreitas devido a grades de população, uma vez que um sistema  $A$ , mesmo fechado, é intrinsecamente

um sistema de dois níveis aberto para um nível externo. Os argumentos deste parágrafo são válidos apenas para grades em que um dos feixes que induzem a grade é aquele que está sendo varrido em frequência. Caso contrário, quando a grade é formada por feixes que não estão sendo varridos em frequência, os sinais difratados terá largura de linha natural para um feixe de prova que seja varrido em frequência, como veremos mais tarde neste capítulo, porque a grade estará sempre presente.

## 5.4 Experimento e resultados

O experimento foi realizado na amostra de átomos frios de césio, obtida a partir da armadilha magneto-óptica. Empregamos a técnica convencional de MQO-CF como mostrado na Fig. 5.6(a). O ângulo entre os feixes  $F$  e  $P$  é aproximadamente  $40$  mrad. O diagrama experimental corresponde a uma modificação no utilizado no capítulo 6. Há duas diferenças principais aqui: i) os dois moduladores acusto-ópticos não são usados em série, mas um controla o feixe cuja frequência é varrida e o outro gera a frequência dos outros dois feixes da MQO. ii) Aqui, em uma dada medição, somente um dos feixes ( $F$ ,  $P$  ou  $B$ ) é varrido, enquanto a frequência dos outros feixes é mantida fixa. Isso gera a necessidade de mudar a configuração experimental para cada feixe que é varrido em frequência. Os feixes para a armadilha e para a MQO são provenientes do mesmo laser de Tisafira, que está sintonizado cerca de  $11$  MHz abaixo da ressonância da transição  $6S_{1/2}(F=4) \rightarrow 6P_{3/2}(F'=5)$  do césio. Os feixes de frequência fixa são obtidos através do uso de um modulador acusto-óptico que abaixa a frequência de um feixe do laser de Tisafira por cerca de  $240$  MHz, deixando-a próxima da frequência de ressonância da transição  $6S_{1/2}(F=4) \rightarrow 6P_{3/2}(F'=4)$ , conforme a Fig. 5.6(b). Um segundo modulador acusto-óptico, com rádio-frequência (RF) sintonizada em torno de  $120$  MHz e controlada pela rampa de voltagem mostrada na Fig. 5.6(c), abaixa a frequência de um feixe do laser de Tisafira numa dupla passagem, com ajuda de um espelho esférico. Produz-se assim um feixe cuja frequência pode ser varrida em torno da frequência de ressonância da transição  $6S_{1/2}(F=4) \rightarrow 6P_{3/2}(F'=4)$ . Maiores detalhes estão mostrados no Apêndice A.

O sinal de conjugação de fase gerado é refletido de um divisor de feixes (BS) e detetado pelo fotodiodo PD1 mostrado na Fig. 5.6(a). A transmissão do feixe prova é detetada pelo fotodiodo PD2. Em ambos os sinais é feita média num osciloscópio digital durante 64 varreduras sucessivas. A polarização relativa entre os feixes é controlada por placas de onda ( $\lambda/2$  e  $\lambda/4$ ). Na ausência de placas de onda todos os feixes estão linearmente polarizados com o vetor campo elétrico perpendicular ao plano da mesa óptica. O tempo de aquisição de cada espectro foi de cerca de  $0,8$  ms.

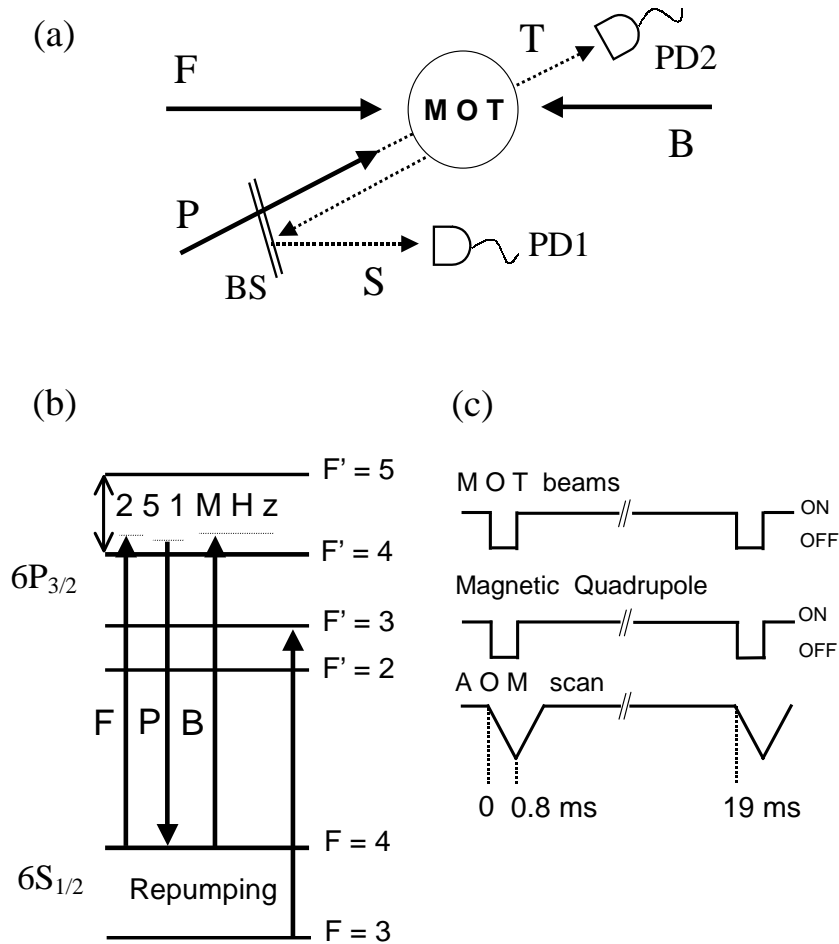


Figura 5.8: (a) Esquema experimental simplificado. PD1 mede o sinal de EIG enquanto PD2 mede o sinal de transmissão do feixe prova. (b) Níveis hiperfines da linha D2 do césio, indicando as frequências dos feixes  $F$ ,  $P$  e  $B$ , assim como a frequência do feixe de bombeamento. Os feixes da armadilha (MOT) não estão mostrados. (c) Sequência temporal de chaveamento dos feixes da armadilha, campo magnético de anti-Helmholtz e rampa de voltagem para varredura espectral.

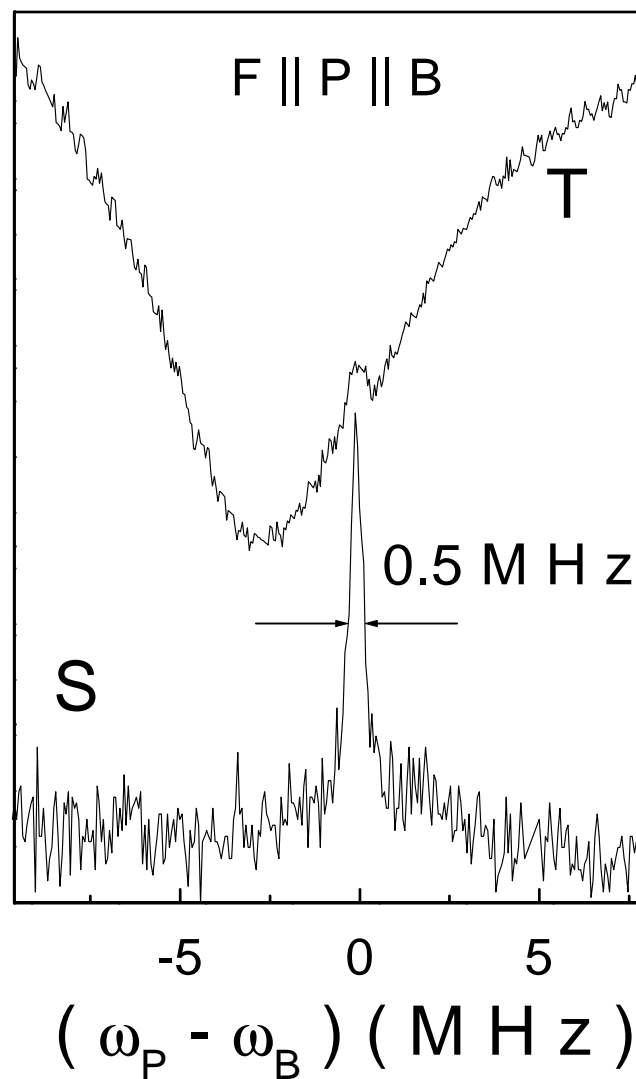


Figura 5.7: Transmissão do feixe de prova (T) e espectro do sinal de EIG (S) para o caso onde todos os feixes da MQO têm polarizações lineares e paralelas. A absorção máxima na figura atinge cerca de 50%. O sinal de transparência aparece um pouco reduzido devido a flutuações na eficiência do recombateamento enquanto é feita a média do sinal.

Durante esse intervalo os feixes da armadilha foram bloqueados por um *chopper* mecânico (com uma relação aberto/fechado de cerca de 95%), e o campo magnético de quadrupolo foi desligado sob controle de um MOSFET de potência que é comandado por um sinal enviado de um fotodiodo que monitora o bloqueio dos feixes da armadilha pelo *chopper*. Todo esse chaveamento foi feito para que os feixes da armadilha não interferissem nas medidas complicando as análises. O desligamento do campo magnético foi feito para minimizar o efeito Zeeman. Os detalhes do processo de chaveamento encontram-se no Apêndice A. O número de átomos frios, estimado a partir de uma medida de absorção de um feixe de prova, é da ordem de  $10^7$ . O número de átomos na armadilha cai pra  $1/e$  num tempo de cerca de 2 ms após o desligamento dos feixes de armadilhamento. Para evitar bombeamento óptico para o nível fundamental  $6S_{1/2}(F = 3)$ , o feixe de rebombeamento foi mantido durante as medidas. Na verdade todas as medidas eram muito sensíveis à eficiência do rebombeamento. Não fizemos compensação para campos magnéticos como o terrestre e outros que podiam estar presentes na mesa óptica, como o do ímã da bomba de vácuo. Mas isso parece não ter afetado significativamente os resultados, uma vez que desligando os campos de anti-Helmholtz ligados durante algumas aquisições, não observamos nenhuma mudança apreciável nos espectros.

Na Fig. 5.7 mostramos um espectro típico ( $S$ ) de MQO-CF e da transmissão de um feixe prova ( $T$ ), correspondente ao caso onde todos os feixes têm a mesma polarização linear e paralela. Esse espectro foi medido como função da diferença entre a frequência do feixe  $P$  e a frequência comum aos feixes  $F$  e  $B$ , que era mantida fixa em cerca de 3 MHz acima da ressonância atômica. Nesse espectro, as intensidades dos feixes foram  $I_P \simeq 30 \mu W/cm^2$  e  $I_F = I_B \simeq 0,4 mW/cm^2$ . Como discutimos anteriormente, para essa configuração de polarizações o espectro estreito de MQO-CF, assim como a estrutura estreita presente na transmissão do feixe prova, estão relacionadas com a dinâmica da população do estado fundamental de sistemas de dois níveis. A refletividade máxima observada, que foi da ordem de 0,1%, foi medida nesta configuração. Na Fig. 5.8 mostramos espectros de MQO-CF e os espectros correspondentes de transmitividade do feixe prova para o caso onde os feixes  $F$  e  $P$  têm polarizações lineares e paralelas, perpendiculares à polarização linear do feixe  $B$ . Os espectros apresentados nas Figs. 5.8(a) e 5.8(b) foram medidos, respectivamente, como função da frequência dos feixes  $P$  e  $F$  enquanto a frequência dos outros feixes era mantida fixa e cerca de 3 MHz acima da ressonância atômica. Em ambos os casos o zero da escala de frequência é em relação à frequência que é mantida fixa. As intensidades dos feixes na Fig. 5.8(a) são as mesmas especificadas na Fig. 5.7, e as intensidades utilizadas para a Fig. 5.8(b) foram  $I_P \simeq 0,2mW/cm^2$ ,  $I_F \simeq 0,2mW/cm^2$  e  $I_B \simeq 30\mu W/cm^2$ . As estruturas estreitas presentes na Fig. 5.8 estão associadas

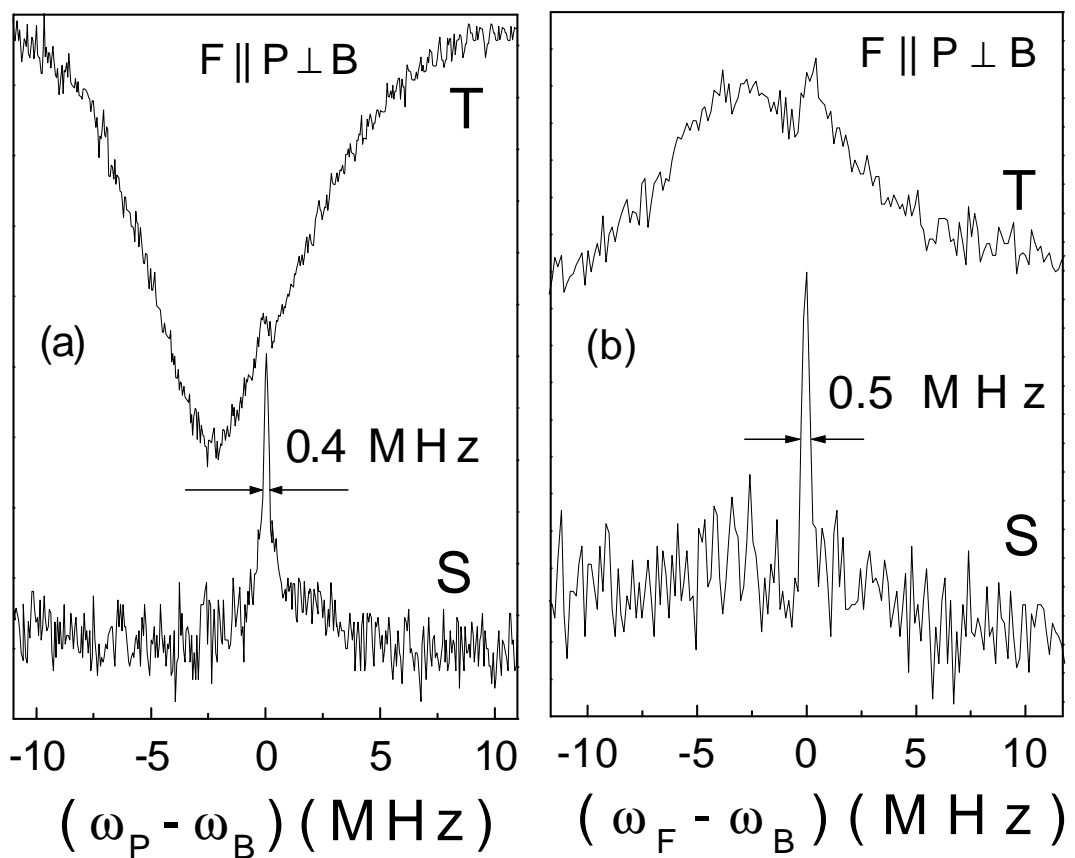


Figura 5.8: Transmissão do feixe prova (T) e espectro do sinal de EIG (S) para o caso onde todos os feixes da MQO são linearmente polarizados, mas a polarização do feixe  $F$  é perpendicular à polarização comum dos feixes  $F$  e  $P$ . (a)  $\omega_P$  é varrida com  $\omega_F = \omega_B$  fixas. (b)  $\omega_F$  é varrida com  $\omega_P = \omega_B$  fixas. Os feixes de frequência fixa estão sintonizados 3 MHz acima da ressonância atômica.

com o fenômeno de EIT usual, porque nesse caso a polarização relativa dos feixes pode criar uma superposição coerente dos subníveis Zeeman do estado fundamental. Na Fig. 5.8(b) a inversão da ressonância larga no espectro de transmissão do feixe prova, observada quando a frequência do feixe  $F$  é varrida, é devido à perda de população do nível  $6S_{1/2}(F = 4)$  induzida pelo campo  $F$ . Note-se que em ambos os casos o pico largo de absorção está centrado em torno da frequência de ressonância atômica.

Outra configuração interessante de polarizações que analisamos, corresponde ao caso em que a polarização do feixe  $F$  é perpendicular à polarização linear comum dos feixes  $P$  e  $B$ . Escolhemos essa configuração para comparar os espectros observados com modelos teóricos simples como descreveremos na próxima seção. Os espectros de MQO-CF correspondentes a essa polarização relativa entre os feixes estão apresentados nas Figs. 5.11(a)-5.11(c), página 92, para os casos onde varremos as frequências dos feixes  $P$ ,  $F$  e  $B$ , respectivamente. Como pode ser observado, quando se varre a frequência do feixe  $B$  o sinal difratado não apresenta nenhum pico de largura de linha subnatural. Esse comportamento foi observado também para as outras configurações de polarizações, como será mostrado depois. As intensidades dos feixes correspondentes à Fig. 5.11(a) são as mesmas utilizadas para a Fig. 5.7, enquanto as intensidades dos feixes que geraram a Figs. 5.11(b) e 5.11(c) são as mesmas utilizadas para a Fig. 5.8(b).

Como podemos observar nos espectros experimentais, a visibilidade do sinal de EIT em nossos espectros não é muito boa. A relação entre a absorção linear e a intensidade do pico de transparência depende, além do valor da descoerência entre os níveis fundamentais e da intensidade dos campos acoplados, também da velocidade atômica se o feixe de prova não for colinear com os outros. A absorção linear tem largura de linha natural  $\Gamma$  que é muito maior do que o alargamento Doppler nos átomos frios, e por isso não sofre efeito apreciável da distribuição estreita de velocidades sendo também pouco sensível à intensidade do feixe de bombeamento. Por outro lado, a EIT sofre diminuição sensível devido à velocidade atômica e mais ainda por diminuição na intensidade do laser de bombeamento, conforme pode ser observado na Fig. 5.12, da página 94. O rebombeamento da armadilha está diretamente ligado à quantidade de átomos armadilhados. Portanto, um aumento na intensidade do laser de rebombeamento aumenta o número de átomos armadilhados, aumentando a absorção do feixe de  $F$  de bombeamento da EIT. Isso diminui a eficiência de EIT que é proporcional a  $\Omega_F$ . Ao mesmo tempo aumenta a profundidade da curva larga da absorção linear. O efeito global é diminuir o contraste do pico de EIT. Existe, portanto, um valor para a densidade e número de átomos que otimiza a observação da EIT – o pico tem um grande valor absoluto e



também uma amplitude máxima em relação à linha principal de absorção. Para gravar os espectros procuramos nos manter em torno desse valor ótimo através do ajuste do ponto de operação do laser de bombeamento e simples observação do sinal de EIT. Uma vez que o laser de bombeamento utilizado não era travado em frequência, suas flutuações durante o tempo que se fazia a média dos espectros (cerca de 15 s) causararam diminuição na visibilidade do pico de EIT em cerca de até 50% [ver Figs. 5.7 e 5.8]. O sinal de EIG não sofre desse problema porque é livre de *background*.

## 5.5 Modelo Lambda: resultados e discussão

O objetivo desta seção é apresentar o modelo mais simples que explique as principais características dos resultados experimentais observados. Como já foi mencionado, quando as polarizações de todos os feixes são lineares e paralelas, o sistema pode ser convenientemente descrito como um conjunto de sistemas de dois níveis independentes. Entretanto, quando, por exemplo, as polarizações são lineares mas a polarização do feixe  $F$  é perpendicular àquela dos feixes  $P$  e  $B$ , o sistema degenerado de dois níveis que estamos tratando ( $F = 4 \rightarrow F' = 4$ ) apresenta um caráter proeminente de um sistema  $\Lambda$ , como sugerido na Fig. 5.5(c), pág. 76. Uma característica importante de uma transição  $F \rightarrow F'$ , com  $F' = F$ , é que o coeficiente de Clebsch-Gordan  $m = 0 \rightarrow m' = 0$  é zero, levando à acumulação de população no subnível Zeeman  $m = 0$  [Fig. 5.5(c)]. No modelo suporemos uma taxa de relaxação efetiva  $\gamma$  do estado fundamental, como resultado do escape de átomos da região de interação.

O efeito do laser de bombeamento e a chegada de novos átomos com chances equiprovável de estar em qualquer dos subníveis Zeeman, permite a criação de populações Zeeman não-nulas nos subníveis Zeeman  $m \neq 0$ . Acreditamos que esse seja o processo responsável pela existência do sinal de MQO no caso em que todas as polarizações dos feixes são lineares e paralelas. Por ora vamos nos concentrar no caso em que as polarizações são todas lineares, sendo a polarização do feixe  $F$  perpendicular à direção comum de polarização dos feixes  $P$  e  $B$ . Com essas considerações, vê-se que quando o feixe  $F$ , cuja direção de polarização define o eixo de quantização, é forte em relação aos outros, o sistema degenerado de dois níveis se comportará como um sistema  $\Lambda$ , onde a maioria da população está no estado fundamental  $m = 0$ . Iremos portanto modelar nosso sistema como o sistema  $\Lambda$   $|a\rangle$ - $|b\rangle$ - $|c\rangle$  especificado na Fig. 5.5(c) e detalhado na Fig. 5.9, interagindo com os três feixes incidentes da MQO tendo as polarizações como especificadas acima. Consideramos o feixe  $F$  forte, com frequência  $\omega_F$ , acoplado à transição  $|a\rangle - |b\rangle$  enquanto os feixes  $P$  e  $B$ , fracos, com frequências

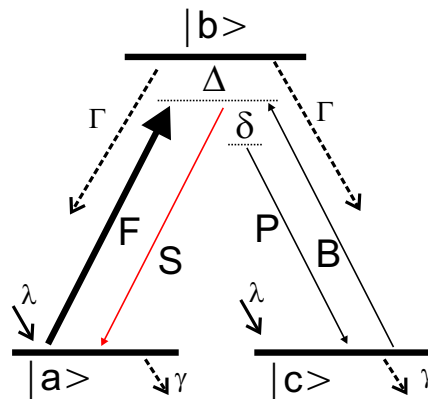


Figura 5.9: Sistema A usado no cálculo perturbativo. Campos da MQO e taxas de relaxação.  $\lambda$  compensa a perda de população devido às relaxações  $\gamma$ .

$\omega_P$  e  $\omega_B$ , respectivamente, são acoplados à transição  $|b\rangle - |c\rangle$ . Embora a transição  $6S_{1/2}(F=4) \rightarrow 6P_{3/2}(F=4)$  seja aberta, no nosso modelo A não consideraremos decaimentos de população do nível excitado  $|b\rangle$  para níveis externos. Isso simplifica os cálculos e é uma boa aproximação. Renzoni e Arimondo [109] mostraram que, na presença de um feixe de recombateamento, o fato de um sistema A ser aberto pode ser desprezado em boa aproximação. Isso ocorre porque as características de CPT do estado estacionário do sistema permanecerão essencialmente as mesmas de um sistema sem canais de decaimento no estado excitado.

No cálculo perturbativo da matriz densidade feito abaixo, consideramos o feixe  $F$  forte e o mantemos em todas as ordens de perturbação, enquanto os feixes  $P$  e  $B$  são considerados fracos e mantidos apenas em primeira ordem de perturbação em cada um deles [107]. A equação de Liouville que descreve o sistema é (ver [114], por exemplo)

$$\dot{\rho} = \frac{1}{i\hbar} [H, \rho] - \frac{d\rho}{dt}|_{relax}, \quad (5.15)$$

onde  $\dot{\rho} = \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \right) \rho$ , com  $\vec{v}$  sendo a velocidade atômica, é a derivada hidrodinâmica e  $\frac{d\rho}{dt}|_{relax}$  indica os termos fenomenológicos de relaxação. Assumimos que as taxas de relaxação são  $\gamma$  para as populações  $\rho_{aa}$  and  $\rho_{cc}$ , e  $2\Gamma$  para  $\rho_{bb}$ , com  $\gamma \ll \Gamma$ . Por simplicidade, supõe-se o sistema A ser aberto somente nos estados fundamentais. Para as taxas de relaxação dos termos de coerência, temos portanto  $\gamma$  para a coerência  $\rho_{ac}$  e  $\Gamma$  para as coerências  $\rho_{ab}$  e  $\rho_{bc}$ , uma vez que  $\gamma \ll \Gamma$ . Todas as taxas de relaxação estão representadas na Fig. 5.9. O hamiltoniano do sistema interagindo com os três campos incidentes é dado por

$$H = H_a + V_P + V_B + V_B, \quad (5.16)$$

$$H_a = \omega_a|a\rangle\langle a| + \omega_b|b\rangle\langle b| + \omega_c|c\rangle\langle c|, \quad (5.17a)$$

$$V_P = -\Omega_P \varepsilon^{\hat{y}}(\omega_P \pm k_P \cdot x)|a\rangle\langle b| + h.c., \quad (5.17b)$$

$$V_B = -\Omega_B^* \varepsilon^{\hat{y}}(\omega_B \pm k_B \cdot x)|b\rangle\langle c|, \quad (5.17c)$$

$$V_B = -\Omega_B \varepsilon^{\hat{y}}(\omega_B \pm k_B \cdot x)|c\rangle\langle b|, \quad (5.17d)$$

onde  $\Omega_P = \frac{\mu_0 E_P}{2\hbar}$ ,  $\Omega_B = \frac{\mu_0 E_B}{2\hbar}$  e  $\Omega_B = \frac{\mu_0 E_B}{2\hbar}$  são as frequências de Rabi correspondentes, e os termos restantes usam a notação usual. No hamiltoniano acima, omitimos os termos que não contribuiriam para o sinal na direção da emissão da MQO-CF, por isso os potenciais  $V_P$ ,  $V_B$ ,  $V_B$  não estão escritos todos na mesma forma. Escrevemos o hamiltoniano aqui no referencial do laboratório para permitir a visualização explícita das várias frequências e direções de propagação dos feixes.

O cálculo perturbativo desenvolvido abaixo consiste em expandir cada elemento da matriz densidade em potências dos campos elétricos incidentes  $P$  e  $B$ , e em resolver a equação de Liouville para cada ordem de perturbação [107]. Chamamos de  $\rho^{(\mathbf{F}, P, B)}$  o elemento de matriz densidade em todas as ordens no campo  $F$  e em primeira ordem nos campos  $P$  e  $B$ . Como já discutimos anteriormente, em nossa aproximação a solução de ordem zero nos campos  $P$  e  $B$ , i.e.,  $\rho^{(\mathbf{F}, 0, 0)}$ , terá apenas um elemento não nulo, que é  $\rho_{aa}^{(\mathbf{F}, 0, 0)} = 1$ . A expressão para a ordem de perturbação que nos interessa pode ser escrita, em forma compacta, como

$$\dot{\rho}^{(\mathbf{F}, P, B)} = \frac{1}{i\hbar} [H_a, \rho^{(\mathbf{F}, P, B)}] + \frac{1}{i\hbar} [V_P, \rho^{(\mathbf{F}, P, B)}] + \frac{1}{i\hbar} [V_B, \rho^{(\mathbf{F}, P, 0)}] + \frac{1}{i\hbar} [V_B, \rho^{(\mathbf{F}, 0, B)}] - \frac{d\rho}{dt}\bigg|_{relax}. \quad (5.18)$$

Na Eq. (5.18), o segundo termo do lado direito da igualdade está associado com a grade de população induzida pelos feixes  $P$  e  $B$  e que difrata o feixe  $F$  na direção da emissão da MQO-CF, enquanto o terceiro termo descreve a grade de coerência induzida pelos feixes  $F$  e  $P$  e que difrata o feixe  $B$  na direção do feixe conjugado. Escrevendo explicitamente a expressão acima, temos:

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{ab}^{(\mathbf{F}, P, B)} &= i\rho_{ab}^{(\mathbf{F}, P, B)}\omega_{ba} + i\Omega_P \varepsilon^{\hat{y}}(\omega_P \pm k_P \cdot x)(\rho_{bb}^{(\mathbf{F}, P, B)} - \rho_{aa}^{(\mathbf{F}, P, B)}) \\ &- i\Omega_B \varepsilon^{\hat{y}}(\omega_B \pm k_B \cdot x)\rho_{ac}^{(\mathbf{F}, P, 0)} - i\Omega_B^* \varepsilon^{\hat{y}}(\omega_B \pm k_B \cdot x)\rho_{ac}^{(\mathbf{F}, 0, B)} - \Gamma\rho_{ab}^{(\mathbf{F}, P, B)}. \end{aligned} \quad (5.19)$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{ac}^{(\mathbf{F}, P, B)} &= i\rho_{ac}^{(\mathbf{F}, P, B)}\omega_{ca} + i\Omega_P \varepsilon^{\hat{y}}(\omega_P \pm k_P \cdot x)(\rho_{bb}^{(\mathbf{F}, P, B)} - \rho_{aa}^{(\mathbf{F}, P, B)}) \\ &- i\Omega_B \varepsilon^{\hat{y}}(\omega_B \pm k_B \cdot x)\rho_{ab}^{(\mathbf{F}, P, 0)} - i\Omega_B^* \varepsilon^{\hat{y}}(\omega_B \pm k_B \cdot x)\rho_{ab}^{(\mathbf{F}, 0, B)} - \gamma\rho_{ac}^{(\mathbf{F}, P, B)}. \end{aligned} \quad (5.20)$$

$$\dot{\rho}_{bc}^{(\mathbb{F}, P, B)} = -i\rho_{bc}^{(\mathbb{F}, P, B)}\omega_{bc} + i\Omega_{P\varepsilon}^+ \tilde{u}(\omega_{r^+} + k_{\mathcal{P}}\cdot x)\rho_{ac}^{(\mathbb{F}, P, B)} + i\Omega_{B\varepsilon} \tilde{u}(\omega_{r^+} + k_{\mathcal{B}}\cdot x)(\rho_{ac}^{(\mathbb{F}, P, 0)} - \rho_{cb}^{(\mathbb{F}, P, 0)}) + i\Omega_{P\varepsilon}^+ \tilde{u}(\omega_{r^+} + k_{\mathcal{P}}\cdot x)(\rho_{ac}^{(\mathbb{F}, 0, B)} - \rho_{cb}^{(\mathbb{F}, 0, B)}) - \Gamma\rho_{bc}^{(\mathbb{F}, P, B)}. \quad (5.21)$$

$$\dot{\rho}_{aa}^{(\mathbb{F}, P, B)} = i\Omega_{P\varepsilon} \tilde{u}(\omega_{r^+} + k_{\mathcal{P}}\cdot x)\rho_{ba}^{(\mathbb{F}, P, B)} - i\Omega_{P\varepsilon}^+ \tilde{u}(\omega_{r^+} + k_{\mathcal{P}}\cdot x)\rho_{ab}^{(\mathbb{F}, P, B)} + \Gamma\rho_{aa}^{(\mathbb{F}, P, B)} - \gamma\rho_{aa}^{(\mathbb{F}, P, B)} + \lambda. \quad (5.22)$$

$$\dot{\rho}_{bb}^{(\mathbb{F}, P, B)} = i\Omega_{P\varepsilon}^+ \tilde{u}(\omega_{r^+} + k_{\mathcal{P}}\cdot x)\rho_{ab}^{(\mathbb{F}, P, B)} - i\Omega_{P\varepsilon} \tilde{u}(\omega_{r^+} + k_{\mathcal{P}}\cdot x)\rho_{ba}^{(\mathbb{F}, P, B)} + i\Omega_{B\varepsilon} \tilde{u}(\omega_{r^+} + k_{\mathcal{B}}\cdot x)(\rho_{ab}^{(\mathbb{F}, P, 0)} - \rho_{ba}^{(\mathbb{F}, P, 0)}) + i\Omega_{P\varepsilon}^+ \tilde{u}(\omega_{r^+} + k_{\mathcal{P}}\cdot x)(\rho_{ab}^{(\mathbb{F}, 0, B)} - \rho_{ba}^{(\mathbb{F}, 0, B)}) - 2\Gamma\rho_{bb}^{(\mathbb{F}, P, B)}. \quad (5.23)$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{ac}^{(\mathbb{F}, P, B)} &= i\Omega_{B\varepsilon} \tilde{u}(\omega_{r^+} + k_{\mathcal{B}}\cdot x)(\rho_{bc}^{(\mathbb{F}, P, 0)} - \rho_{cb}^{(\mathbb{F}, P, 0)}) \\ &+ i\Omega_{P\varepsilon}^+ \tilde{u}(\omega_{r^+} + k_{\mathcal{P}}\cdot x)(\rho_{bc}^{(\mathbb{F}, 0, B)} - \rho_{cb}^{(\mathbb{F}, 0, B)}) + \Gamma\rho_{ac}^{(\mathbb{F}, P, B)} - \gamma\rho_{ac}^{(\mathbb{F}, P, B)} + \lambda, \end{aligned} \quad (5.24)$$

onde definimos as envoltórias que variam lentamente como:

$$\rho_{ab}^{(\mathbb{F}, P, 0)} = \sigma_{ab}^{(\mathbb{F}, P, 0)} e^{i(\omega_{r^+} + k_{\mathcal{P}}\cdot x)}, \quad (5.25a)$$

$$\rho_{bc}^{(\mathbb{F}, P, 0)} = \sigma_{bc}^{(\mathbb{F}, P, 0)} e^{i(\omega_{r^+} + \omega_{r^+})\cdot (k_{\mathcal{P}} + k_{\mathcal{P}})\cdot x}, \quad (5.25b)$$

$$\rho_{ba}^{(\mathbb{F}, P, 0)} = \sigma_{ba}^{(\mathbb{F}, P, 0)} e^{-i(\omega_{r^+} + k_{\mathcal{P}}\cdot x)}, \quad (5.25c)$$

$$\rho_{jj}^{(\mathbb{F}, P, 0)} = \sigma_{jj}^{(\mathbb{F}, P, 0)}, \quad (5.25d)$$

$$\rho_{ab}^{(\mathbb{F}, P, B)} = \sigma_{ab}^{(\mathbb{F}, P, B)} e^{i(\omega_{r^+} + \omega_{r^+} + \omega_{r^+})\cdot (k_{\mathcal{P}} + k_{\mathcal{P}} + k_{\mathcal{B}})\cdot x}, \quad (5.25e)$$

$$\rho_{jj}^{(\mathbb{F}, P, B)} = \sigma_{jj}^{(\mathbb{F}, P, B)} e^{i(\omega_{r^+} + \omega_{r^+})\cdot (k_{\mathcal{B}} + k_{\mathcal{P}})\cdot x}, \quad (5.25f)$$

$$\rho_{jj}^{(\mathbb{F}, 0, B)} = \sigma_{jj}^{(\mathbb{F}, 0, B)}, \quad (5.25g)$$

$$\rho_{ab}^{(\mathbb{F}, 0, B)} = \sigma_{ab}^{(\mathbb{F}, 0, B)} e^{-i(\omega_{r^+} + k_{\mathcal{P}}\cdot x)}, \quad (5.25h)$$

onde  $j = a, b, c$ . Os termos de ordem inferior que apareçam na equação acima são calculados a partir das expressões para ordens mais baixas da perturbação:

$$i\hbar \dot{\rho}^{(\mathbb{F}, P, 0)} = [H_a + V_P, \rho^{(\mathbb{F}, P, 0)}] + [V_P, \rho^{(\mathbb{F}, 0, 0)}] - \frac{d\rho}{dt}\Big|_{\text{relax.}} \quad (5.26)$$

$$i\hbar \dot{\rho}^{(\mathbb{F}, 0, B)} = [H_a + V_P, \rho^{(\mathbb{F}, 0, B)}] + [V_B, \rho^{(\mathbb{F}, 0, 0)}] - \frac{d\rho}{dt}\Big|_{\text{relax.}} \quad (5.27)$$

Resolvendo-se o sistema na ordem  $\rho^{(\mathbb{F}, 0, B)}$ , vê-se que esses termos não apresentam contribuição para a MQO-CF. Isso pode ser entendido pelo fato de que a ordem  $\rho^{(\mathbb{F}, 0, B)}$  da perturbação representa a

difração do feixe  $P$  na onda estacionária gerada pelos feixes  $F$  e  $B$ , o que não corresponde à direção do feixe conjugado de fase.

O termo  $\rho_{ab}^{(F,P,0)}$  representa a grade de coerência que vai difratar o feixe  $B$  na próxima ordem de perturbação, no sentido da descrição qualitativa de Hammar et al. [69]. Na ausência de campos magnéticos ( $\omega_a = \omega_b$ ), temos:

$$\rho_{ab}^{(F,P,0)} = \frac{i\Omega_F \Omega_P^* \Omega_B [\gamma + i(\omega_F - \omega_P) - i(\mathbf{k}_F - \mathbf{k}_P) \cdot \mathbf{v}] e^{-i(\omega_P t - \mathbf{k}_P \cdot \mathbf{r})}}{[\gamma + i(\omega_F - \omega_P) - i(\mathbf{k}_F - \mathbf{k}_P) \cdot \mathbf{v}][\Gamma + i(\omega_{ba} - \omega_P + \mathbf{k}_P \cdot \mathbf{v})] + |\Omega_F|^2}. \quad (5.28)$$

Gráficos obtidos com essa expressão estão mostrados na Fig. 5.12. De fato, essa fórmula é rigorosamente idêntica ao resultado apresentado e discutido por Scully e Zubairy [114], se fixermos aqui  $\mathbf{v} = 0$ . Na maioria das descrições de EIT encontradas na literatura os feixes usados para observar EIT são copropagantes de forma que  $(\mathbf{k}_F - \mathbf{k}_P) \cdot \mathbf{v} = 0$  e não há efeitos de velocidade sobre o termo de ressonância estreita.

Após calcular todos os termos de matriz densidade, ordem a ordem, finalmente podemos encontrar o resultado do sinal de MQO-CF. Desprezando-se efeitos de propagação, esse sinal é proporcional ao quadrado do módulo de

$$\rho_{ab}^{(F,P,B)} = \rho_{ab,cah}^{(F,P,B)} + \rho_{ab,pap}^{(F,P,B)}, \quad (5.29)$$

onde,

$$\rho_{ab,cah}^{(F,P,B)} = \frac{i\Omega_F \Omega_P^* \Omega_B e^{i(\omega_F - \omega_P + \omega_a)t - i(\mathbf{k}_F - \mathbf{k}_P + \mathbf{k}_B) \cdot \mathbf{r}}}{\delta \left[ [i(\omega_F - \omega_P) - i(\mathbf{k}_F - \mathbf{k}_P) \cdot \mathbf{v} + \gamma][i(\omega_{ba} - \omega_P) + i\mathbf{k}_P \cdot \mathbf{v} + \Gamma] + |\Omega_F|^2 \right]} \times \frac{1}{[i(\omega_F - \omega_P + \omega_B - \omega_a) + i\mathbf{k}_P \cdot \mathbf{v} + \Gamma + p|\Omega_F|^2]}. \quad (5.30)$$

$$\rho_{ab,pap}^{(F,P,B)} = \rho_{ab,cah}^{(F,P,B)} \left( \frac{[i(\omega_F - \omega_P) + i(\mathbf{k}_F - \mathbf{k}_P) \cdot \mathbf{v} + \gamma]}{[i(\omega_B - \omega_P) + i(\mathbf{k}_B - \mathbf{k}_P) \cdot \mathbf{v} + \gamma]} \right) \times \left( \frac{[i(\omega_B - \omega_P) + i(\mathbf{k}_B - \mathbf{k}_P) \cdot \mathbf{v} + \gamma - \Gamma]}{[i(\omega_B - \omega_P) + i(\mathbf{k}_B - \mathbf{k}_P) \cdot \mathbf{v} + 2\Gamma]} \right), \quad (5.31)$$

onde  $p$  é um termo resultante da redistribuição de população pela presença do feixe  $P$  e é dado por

$$p = \frac{2i(\omega_B - \omega_P) - 2i(\mathbf{k}_B - \mathbf{k}_P) \cdot \mathbf{v} + \Gamma + \gamma}{[i(\omega_B - \omega_P) - i(\mathbf{k}_B - \mathbf{k}_P) \cdot \mathbf{v} + \gamma][i(\omega_B - \omega_P) - i(\mathbf{k}_B - \mathbf{k}_P) \cdot \mathbf{v} + 2\Gamma]}. \quad (5.32)$$

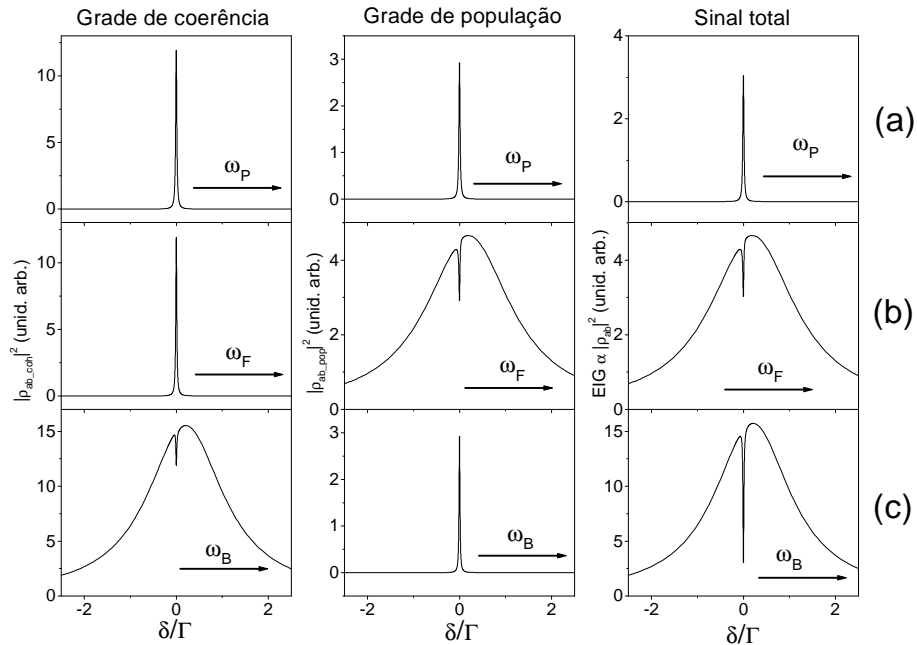


Figura 5.10: Sinal de EIG para átomos imóveis. (a)  $\omega_P$  varre. (b)  $\omega_F$  varre. (c)  $\omega_B$  varre. Notem-se as estruturas estreitas competindo com as estruturas largas.

Os termos  $\rho_{ab,coh}^{(F,P,B)}$  e  $\rho_{ab,pop}^{(F,P,B)}$  representam as coerências induzidas na transição  $|a\rangle$ - $|b\rangle$  e descrevem as contribuições para o sinal gerado, devidas, respectivamente, às difrações nas grades de coerência e população mencionadas acima. As formas de sinal previstas pela Eq. (5.29) para o sinal de MQQ-CF apresentam estruturas com larguras de linha naturais e subnaturais, dependendo de qual das frequências dos feixes da MQQ é varrida. Para uma amostra de átomos completamente imóveis, tanto a grade de coerência quanto a de população contribuem para o sinal. Na Fig. 5.10 mostramos um gráfico do sinal previsto pela Eq. (5.29) para o caso dos átomos imóveis.

Para esclarecer melhor ainda a Fig. 5.10, vamos tomar analisar especificamente caso a caso.

Quando a frequência de feixe P é varrida temos duas grades:

1. O feixe F difratado na grade formada pelos feixes P e B. Como o feixe P está sendo varrido em frequência, ele juntamente com o feixe B forma um “feixe de prova modulado” (grade). Essa grade só será uma grade de EIT em torno da ressonância Raman  $\delta \sim \gamma$ . Assim, o sinal difratado será estreito ( $\sim \gamma$ ).
2. O feixe B difratado na grade formada pelos feixes F e P. Como os feixes F e P estão acoplados em transições diferentes, eles geram uma grade de coerência, que existe independente do

estado excitado. A dinâmica dessa grade está associada apenas à taxa  $\gamma$  de descoerência entre os níveis fundamentais. Assim, a grade só existe para  $\omega_F - \omega_P \sim \gamma$ , e o sinal difratado é espectralmente estreito.

Quando a frequência do feixe B é varrida, temos as mesmas duas grades, e:

1. Quando o feixe F é difratado na grade formada pelos feixes P e B. Como o feixe B está sendo varrido em frequência, ele juntamente com o feixe P forma um “feixe de prova modulado” (grade). Essa grade só será uma grade de EIT em torno da ressonância Raman  $\delta \sim \gamma$ . Assim, o sinal difratado será estreito ( $\sim \gamma$ ).
2. O feixe B difratado na grade formada pelos feixes F e P. Como os feixes F e P estão acoplados em transições diferentes, eles geram uma grade de coerência, que existe independente do estado excitado. A dinâmica dessa grade está associada apenas à taxa  $\gamma$  de descoerência entre os níveis fundamentais. Mas como aqui a frequência varrida é a do feixe B, essa grade de coerência estará sempre presente e o feixe B será difratado para qualquer frequência dentro da largura de linha natural ( $\omega_B - \omega_P \sim \Gamma$ ).

Quando a frequência do feixe F é varrida, a análise pode ser feita de forma análoga.

A contribuição das diferentes grades induzidas é extremamente dependente do movimento atômico, mesmo no limite de velocidades muito baixas, como as de átomos resfriados por laser. Além disso, cada grade é afetada diferentemente pelo movimento atômico, uma vez que, para ângulos pequenos entre os feixes F e P, a grade de coerência correspondente tem um período espacial muito maior do que a grade de população que é associada com os feixes B e P. Na Fig. 5.10, fazemos uma análise de forma de linha baseada nas Eqs. (5.30) e (5.31) no limite de velocidades de  $k \cdot v, \gamma \ll \Gamma$ . Conforme a Fig. 5.10(b), no limite de baixas intensidades, onde  $\Omega_P \ll \Gamma$ , quando varremos a frequência  $\omega_F$  enquanto deixamos as frequências  $\omega_P$  e  $\omega_B$  fixas, iguais e próximas da ressonância atômica, o termo de coerência contribuirá com um pico estreito de largura  $\gamma$ , centrado em torno de  $\delta_P = \omega_F - \omega_P = 0$ , que não é afetado pelo movimento atômico. Por outro lado, a contribuição originária do termo de população consiste essencialmente de um pico largo com largura da ordem de  $2\Gamma$ , centrado em torno da ressonância atômica, e com um buraco estreito, de largura  $\gamma$  em torno de  $\delta_P = 0$ . Essa última contribuição é dependente da velocidade e diminui significativamente quando se faz uma média sobre as velocidades Fig.( 5.11(c')). Diferentemente, quando varremos a frequência  $\omega_B$ , Fig.( 5.10, linha (c)), mantendo da mesma forma a frequência dos outros feixes fixas e próximas da ressonância atômica, é o termo de coerência quem apresenta um pico largo, de largura  $2\Gamma$ , centrado em torno

da ressonância atômica, e com um buraco estreito de largura  $\gamma$  em torno de  $\delta_B = \omega_B - \omega_P = 0$ . O termo de população contribui com um pico estreito, de largura  $\gamma$ , em torno de  $\delta_B = 0$ . Nesse caso a velocidade apaga somente as estruturas estreitas presentes tanto no termo de coerência quanto no de população. Quando a frequência  $\omega_P$  é variada Fig. ( 5.10, linha (a)), ambos os termos – de população e de coerência – dão origem somente a estruturas estreitas de largura  $\gamma$  centradas em torno das frequências fixas, i.e., centradas em torno de  $\delta_P = \omega_P - \omega_B = 0$ . Nesse caso, como nos outros, a contribuição do termo de população é a mais afetada pela média em velocidades.

Podemos resumir os resultados acima observando que em todos os três casos analisados o efeito da velocidade atômica é apreciável somente quando o sinal é originário da difração na grade formada pelos feixes  $P$  e  $B$ , que é a que tem o menor período espacial. Notamos também que as larguras subnaturais só são observadas quando o sinal da MQO-CF está associado à difração numa grade induzida não-estacionária. Chamamos de grade estacionária aquela em que ambos os feixes que a induzem têm frequências iguais para todo instante de tempo. Em uma grade de população estacionária, o feixe a ser difratado vai interagir com uma absorção modulada e a largura de linha natural será a taxa de relaxação mais importante para as ressonâncias ópticas. Enfatizamos que as larguras naturais e subnaturais estão ligadas ao fato da grade induzida ser estacionária ou não, e não ao fato da grade ser de coerência ou de população. Previmos o mesmo comportamento em MQO-CF em sistemas abertos não degenerados de dois níveis, que discutiremos na Seção 5.6.

Realizamos integração em velocidades usando a distribuição de Maxwell Boltzmann, integrando numericamente através do método de Simpson no plano dos feixes da MQO. Para facilitar o cálculo numérico, separamos as partes real e imaginária, como mostramos abaixo.

$$I_{\text{SIG}} \propto \left| \int_{-\infty}^{\infty} \text{Re}(\rho_{ab}^{(F,P,B)}) f(\mathbf{v}) d\mathbf{v} \right|^2 + \left| \int_{-\infty}^{\infty} \text{Im}(\rho_{ab}^{(F,P,B)}) f(\mathbf{v}) d\mathbf{v} \right|^2, \quad (5.33)$$

onde,

$$f(\mathbf{v}) = \frac{1}{(n\sqrt{\pi})^2} \exp\left(-\frac{v_x^2 + v_y^2}{v^2}\right). \quad (5.34)$$

Na Fig. 5.11 mostramos espectros experimentais e as curvas obtidas a partir da equação acima. Utilizamos na integração numérica uma velocidade atômica de 0,35 m/s, que corresponde a uma temperatura da armadilha de cerca de 1 mK. Isso faz com que tenhamos  $kv/T \simeq 1$ . O ângulo de 40 mrad entre os feixes  $F$  e  $P$  corresponde a uma razão entre os passos das grades de  $|\Lambda_{FP}/\Lambda_{BP}| \simeq 50$ . Esses números deixam claro que a contribuição da grade que difrata o feixe  $F$  é imperceptível mesmo para essas velocidades atômicas. As curvas foram calculadas utilizando  $\Omega_P = 0,3\Gamma$ , sendo  $2\Gamma = 5,23$  MHz, e com  $\gamma/\Gamma = 0,01$ , sendo este o único parâmetro não medido diretamente, mas



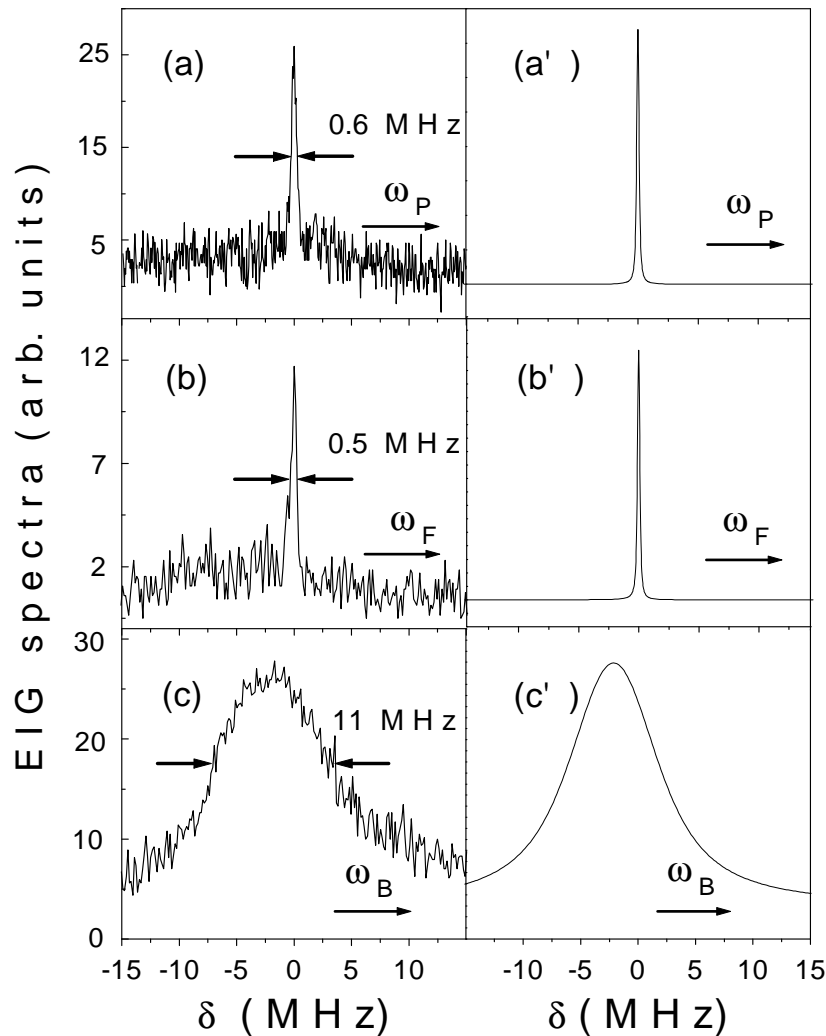


Figura 5.11: (a)-(c) Sinais de difração em grade induzida para polarizações lineares dos feixes de MQO, com a polarização do feixe F perpendicular à direção comum de polarização dos feixes P e B. (a')-(c') são os espectros calculados usando o modelo teórico descrito no texto e fazendo média em velocidades. Em (a),(a')  $\omega_P$  é varrida com  $\omega_F = \omega_B$  fixas, e  $\delta = \omega_P - \omega_F$ ; Em (b),(b')  $\omega_F$  é varrida  $\omega_P = \omega_B$  fixas, e  $\delta = \omega_F - \omega_P$ ; In (c),(c')  $\omega_B$  é varrida com  $\omega_P = \omega_F$  fixas, e  $\delta = \omega_B - \omega_P$ . Os feixes de frequência fixa estão sintonizados cerca de 3 MHz acima da ressonância atômica.

que está de acordo com a largura da linha do sinal experimental e com cálculos utilizando outro modelo como feito no Capítulo 6. Podemos observar que os espectros calculados reproduzem satisfatoriamente os resultados observados.

### 5.5.1 Visibilidade da EIT e EIG

O pico de transparência do espectro de EIT é muito mais sensível à velocidade atômica do que o perfil de absorção linear. A Fig. 5.12 mostra isso. Foi calculada usando a parte imaginária da Eq. (5.28) integrada em velocidades. A parte real da Eq. (5.28) é proporcional ao índice de refração não linear, de que não tratamos nesta tese mas cujo espectro pode ser visto por exemplo em [66]. Uma curiosidade é que na ocorrência de CPT, a absorção diminui, e o índice de refração cresce abruptamente próximo de  $\delta = 0$ . Isso permitiu as demonstrações de “luz lenta” e “luz congelada” [67, 76, 92, 96].

Para uma dada velocidade atômica, vê-se que o pico de EIT diminui sensivelmente com a diminuição da intensidade do feixe de bombeamento  $\Omega_P$ , porque  $\Omega_P/\gamma$  deixa de ser muito maior que  $\Omega_S/\Gamma$ , onde  $\Omega_S$  é a frequência de Rabi de saturação. Independente do valor de  $\gamma$ , fica claro da Eq. (5.28) que quando  $\Omega_P \rightarrow 0$  a EIT desaparece e somente o perfil principal de absorção fica presente. Na Fig. 5.12 ilustramos a sensível diferença na transparência quando  $\Omega_P$  muda de  $0,2\Gamma$  para  $0,1\Gamma$ .

No nosso experimento, o número de átomos na armadilha cresce com a eficiência do rebombamento. Portanto, a absorção do feixe de bombeamento da EIT cresce na mesma proporção. Como já comentamos antes, se o perfil de EIT estiver numa situação ótima - grande e com bom contraste em relação à linha principal de absorção - um aumento na eficiência do laser de rebombamento vai aumentar a absorção do feixe de bombeamento da EIT, prejudicando a visibilidade da EIT. Por outro lado, uma diminuição na eficiência do laser de rebombamento diminuiria o número de átomos na armadilha, diminuindo a amplitude absoluta do pico de transparência. Isso explica por que as flutuações na eficiência do rebombamento prejudicam a visibilidade do sinal de EIT quando se faz a média de vários espectros. Já para o sinal de EIG (MQO), o efeito de flutuações na densidade da armadilha não é tão contundente, pois é um sinal que cresce quadraticamente com o número de átomos e é livre de *background*, nada prejudica sua visibilidade. Enquanto o sinal de absorção cresce linearmente com o número de átomos e o pico de EIT diminui com a densidade atômica devido à absorção dos feixes de bombeamento, o sinal de EIG cresce quadraticamente com o número de átomos. A largura da linha FWHM (*Full Width at Half Maximum*, largura completa

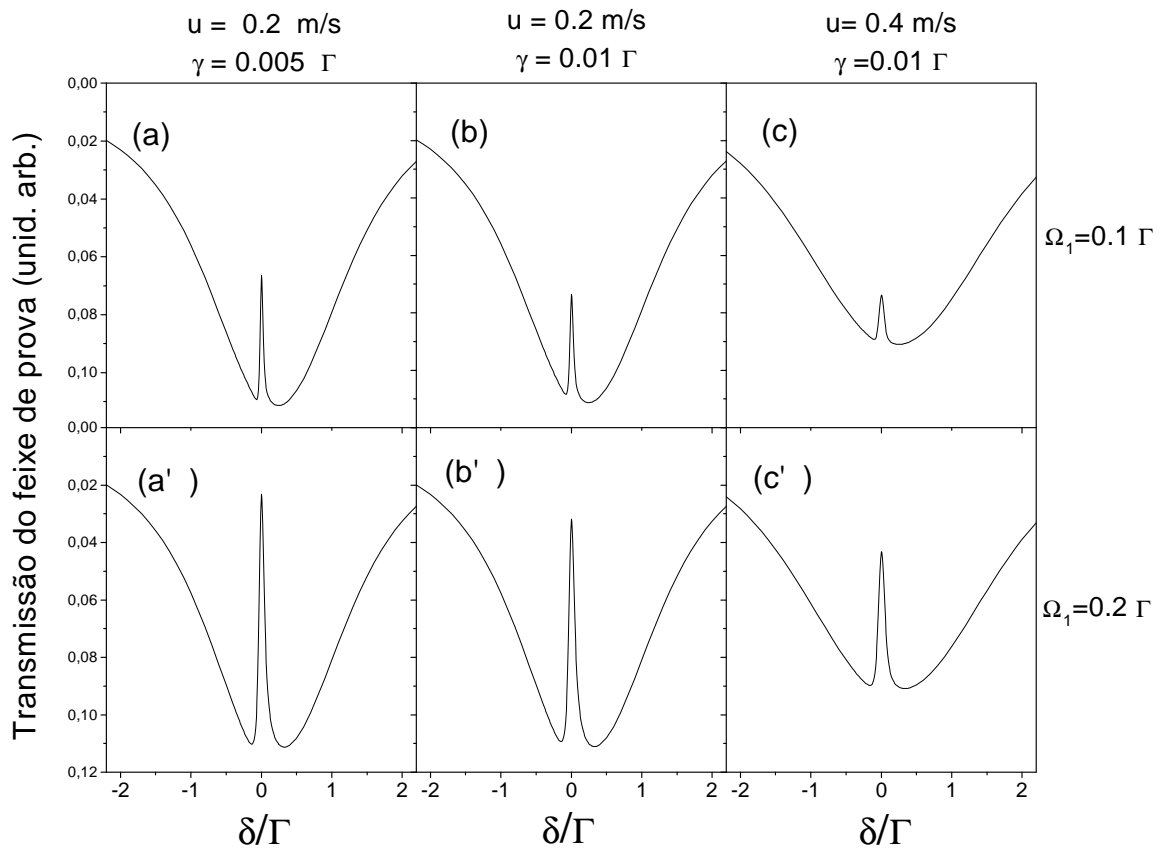


Figura 5.12: Perfis de EIT. Efeitos de velocidade atômica, descoerência entre os estados fundamentais e intensidade do feixe de bombeamento ( $\Omega_F$ ). As figuras foram calculadas a partir da Eq. (5.28) integrada em velocidades. Em (a),(b),(c)  $\Omega_F = 0.1\Gamma$ . (a) Velocidade atômica média  $u = 0,2m/s$  e  $\gamma = 0.005\Gamma$ . (b) Velocidade atômica média  $u = 0,2m/s$  e  $\gamma = 0.01\Gamma$ . (c) Velocidade atômica média  $u = 0,4m/s$  e  $\gamma = 0.01\Gamma$ . (a'),(b') e (c'), Mem (a),(b) e (c) com  $\Omega_F = 0.2\Gamma$ . Em todos os caso o ângulo entre os feixes  $F$  e  $P$  é de 2 graus. Todas as figuras estão na mesma escala de unidades arbitrárias.

a meia altura) dos sinais estreitos de EIG pode ser calculada analiticamente para baixos valores de  $\Omega_P$  e é a mesma do sinal estreito do espectro de transmissividade com EIT, i.e.  $2(\Omega_P^2/\Gamma + \gamma)$ , para  $\Omega_P, \gamma \ll \Gamma, v=0$ . O cálculo da largura de linha HWHM (*Half Width at half maximum*, meia largura a meia altura) é feito simplesmente calculando-se, nos limites apropriados, as raízes dos denominadores das expressões de cujos espectros se quer encontrar as larguras de linha.

Diante desses fatos, fica claro que a observação das características de CPT/EIT é muito mais simples através dos espectros de EIG do que dos espectros de EIT, principalmente nos casos onde há muita flutuação de parâmetros. Essa facilidade já foi alertada por Mitsunaga e Imoto [100].

## 5.6 Sistema aberto não degenerado de dois níveis

Em todos os espectros de MQO-CF observados experimentalmente, que foram:

1. polarizações lineares paralelas;
2. polarização do feixe  $i$  perpendicular à polarização dos demais feixes, onde  $i = F, P, B$

quando a frequência do feixe  $B$  era varrida observamos uma ressonância larga, como a da Fig. 5.11(c). Nesta seção vamos verificar esse efeito num modelo de átomo de dois níveis não degenerados. Partimos do resultado do cálculo em primeira ordem em cada um dos campos, do sinal de MQO para o sistema aberto de dois níveis não degenerados, ilustrado na Fig. 5.4(a), com  $b=0,5$ , cuja expressão é dada por [13, 122],

$$\begin{aligned} \rho_{ab}^{(3)} = & \frac{i}{8} \pi \frac{\Omega_P \Omega_P^* \Omega_B}{\gamma + i(\omega_P - \Omega_P + \omega_B - \omega_a) - i(\mathbf{k}_P - \mathbf{k}_P + \mathbf{k}_B)\mathbf{v}} \\ & \times \sum_{\substack{\mu=P, \nu=P, \lambda=P \\ \mu=P, \nu=P, \lambda=B}}^{\mu=B, \nu=P, \lambda=P} \left[ \frac{1}{\gamma + i(\omega_\mu - \omega_\nu) - i(\mathbf{k}_\mu - \mathbf{k}_\nu)\mathbf{v}} \left( 1 - \frac{\Gamma/2}{\Gamma/2 + i(\omega_\mu - \omega_\nu) + i(\mathbf{k}_\mu - \mathbf{k}_\nu)\mathbf{v}} \right) \right. \\ & \left. + \frac{1}{\Gamma/2 + i(\omega_\mu - \omega_\nu) - i(\mathbf{k}_\mu - \mathbf{k}_\nu)\mathbf{v}} \left( \frac{1}{\Gamma/2 + i(\omega_\mu - \omega_a) - i\mathbf{k}_\mu\mathbf{v}} + \frac{1}{\Gamma/2 - i(\omega_\nu - \omega_a) - i\mathbf{k}_\nu\mathbf{v}} \right) \right] \\ & \times \exp[i(\omega_P - \omega_P + \omega_B)t - (\mathbf{k}_P - \mathbf{k}_P + \mathbf{k}_B)\mathbf{r}] \quad (5.35) \end{aligned}$$

onde  $n$  é a diferença de população entre os níveis fundamental e excitado, na ausência dos campos de MQO. Simplesmente consideramos os casos em que as frequências dos feixes  $F, P$  e  $B$  são varridas, uma de cada vez, e integramos os espectros de MQO-CF em velocidades, como explicado na Seção 5.5. Os resultados estão apresentados na Fig. 5.13 e mostram que ressonâncias estreitas aparecem apenas quando temos grades não estacionárias induzidas. Sinais com largura de linha natural estão

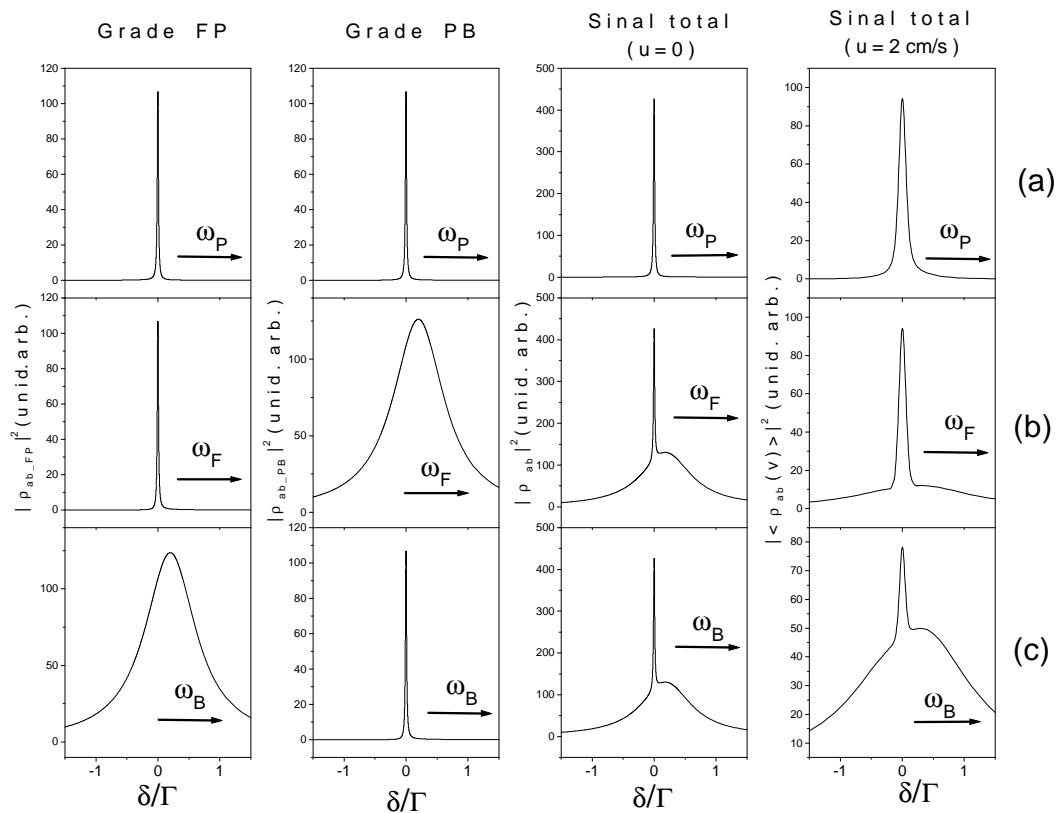


Figura 5.13: Espectros de MQQ-CE para um modelo de sistema de dois níveis não degenerados, calculado em primeira ordem em cada um dos campos. Na primeira coluna temos a contribuição para o sinal, proveniente da grade de população formada pelos feixes  $F$  e  $P$ . Na segunda coluna, idem, para os feixes  $P$  e  $B$ . Na terceira coluna apresentamos o sinal total levando em conta as duas grades de população. Na quarta coluna, mostramos o sinal total com a velocidade atômica levada em conta. Observamos que é a contribuição devida à grade formada pelos feixes  $P$  e  $B$  que tende a desaparecer com a integração em velocidades. As linhas (a), (b) e (c), correspondem às varreduras das frequências dos feixes  $P$ ,  $F$  e  $B$ .

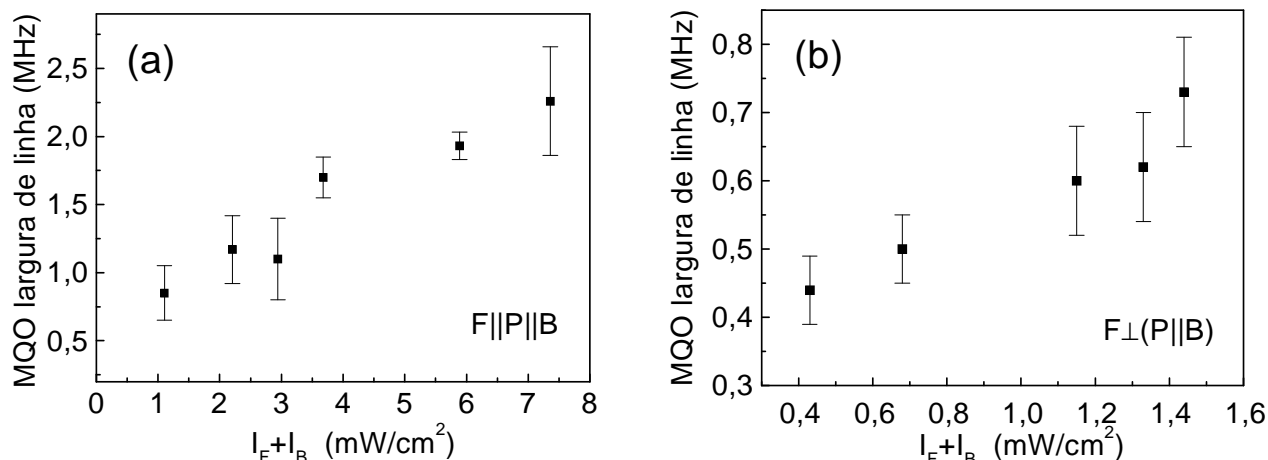


Figura 5.14: Largura de linha espectral da MQO-CF como função da intensidade total de bombeamento ( $I_F + I_B$ ). (a) Polarizações lineares e paralelas. (b) polarizações lineares com a polarização de  $F$  perpendicular à polarização dos demais feixes. Em ambos os casos, o feixe  $F$  é o feixe varrido em frequência. Embora as Figs. (a) e (b) mostrem regiões diferentes de potências de bombeamento, as larguras de linha são essencialmente as mesmas para as mesma potências de bombeamento.

associados a grades estacionárias induzidas. O efeito de velocidade borra a grade formada pelos feixes  $P$  e  $B$ , e para velocidades um pouco abaixo das velocidades correspondentes às dos nossos átomos frios, poderíamos ver, segundo esse modelo, a competição entre grades induzidas.

Como no caso do sistema  $A$ , aqui também, as grades estacionárias são as responsáveis por larguras de linha naturais, enquanto as grades transitentes, por larguras de linha subnaturais proporcionais à taxa de decaimento do estado fundamental. A integração em velocidades, como mostrado na última coluna da Fig. 5.13, mostra que é o sinal oriundo da grade de período menor (grade formada pelos feixes  $P$  e  $B$ ) que vai desaparecendo à medida que se aumenta a temperatura do vapor. Embora esse efeito já fosse bem conhecido [14, 51], ainda não tinha sido estudado no limite de temperaturas dos átomos frios ( $1\text{mK}$ ). Experimentalmente, observamos para polarizações todas lineares e paralelas no sistema  $F = 4 \rightarrow F' = 4$  espectros similares aos das Fig. 5.11(a)-(c), que concordam perfeitamente com a análise teórica feita acima com um sistema de dois níveis.

## 5.7 Medidas suplementares

Medimos a dependência da largura de linha do sinal de MQO-CF para as configurações de polarizações lineares e paralelas [Fig.5.14(a)] e no caso onde a polarização do feixe  $F$  é perpendicular

[Fig. 5.14 (b)]. A simplicidade dos resultados obtidos a partir dos modelos não é capaz de reproduzir quantitativamente a dependência da largura de linha com a potência dos feixes, mas mostra o mesmo comportamento de crescimento.

Com intuito de estudar o sinal da MQO-CF com a degenerescência Zeeman quebrada, tomamos o caso em que todos os campos tinham polarizações lineares e paralelas e aplicamos um campo magnético d.c. também paralelo à polarização dos feixes. Esse campo magnético foi aplicado por um par de bobinas, de 4 espiras cada, na configuração Helmholtz, com a corrente elétrica ligada somente no momento em que a armadilha estava bloqueada pelo *chopper*, utilizando um MOSFET de potência Fig. 5.15. O pequeno número de espiras obrigava ao uso de correntes relativamente altas, fazendo-as aquecer e mudar o valor da corrente durante o curso do experimento. Aumentar o número de espiras solucionaria esse problema, mas causaria outro: a indutância iria aumentar, aumentando o tempo de subida da corrente. Decidimos não investir em investigações sistemáticas porque, além desses problemas, nossa armadilha não tinha espaço físico em volta dela para que se instalassem adequadamente bobinas para zerar a influência de campos magnéticos externos. Um espectro típico de MQO-CF, adquirido antes que a bobina aquecesse está mostrado na Fig. 5.15. A corrente de 5 amperes gerava um campo  $B_z$  de 3,6 gauss, que é muito maior que os campos magnéticos ambientes presentes na mesa óptica. A curva teórica da Fig. 5.15 foi calculada usando

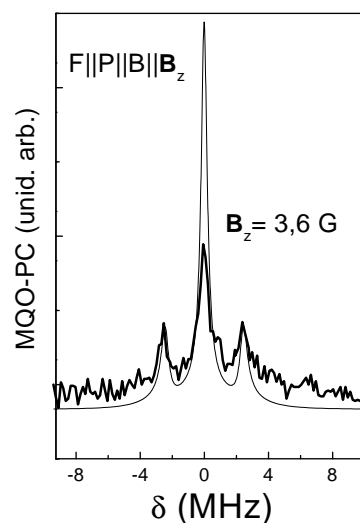


Figura 5.15: MQO-CF para polarizações lineares e paralelas. No espectro experimental há um campo magnético de 3,6 gauss aplicado ao longo da direção da polarização linear dos feixes. A linha contínua é um cálculo em primeira ordem no feixe prova e todas as ordens no campo de bombeamento [84]

os parâmetros experimentais, substituídos no modelo teórico de Laxama *et al.* [84] utilizado no Capítulo 6. Esse modelo leva em conta toda a degenerescência Zeeman da transição.

## 5.8 Conclusão

Investigamos experimentalmente mistura quase degenerada de quatro ondas, na configuração de conjugação de fase (MQO-CF), numa transição atômica de dois níveis degenerados, com momentos angulares  $F = 4$  e  $F' = 4$ , correspondentes aos níveis fundamental e excitado, respectivamente. Os resultados de MQO-CF podem ser interpretados como um processo de difração em grades eletromagneticamente induzidas nos estados de orientação do momento angular (degenerescência Zeeman) [131], que podem ser grades de população ou de coerência, que mostramos estar conectadas ao fenômeno de CPT/EIT. Utilizamos modelos A e de dois níveis, integrados em velocidade, para interpretar os resultados experimentais. Verificamos que em sistemas abertos com relaxações lentas nos níveis fundamentais, o papel da velocidade atômica é importante mesmo para átomos lentos, resfriados em armadilhas magneto-ópticas. Os modelos mostram que somente as grades induzidas que não são estacionárias são capazes de gerar sinais difratados com largura de linha subnatural. Provamos que em temperaturas tão pequenas quanto centenas de microkelvin, é possível ter contribuição da grade induzida formada pelos feixes  $F$  e  $P$ , e também da grade formada pelos feixes  $P$  e  $B$ , para o sinal de MQO. Para temperaturas maiores (milikelvin, para  $\gamma \sim 0, 01\Gamma$ ), espera-se que somente a grade formada pelos feixes  $F$  e  $P$  contribua para o sinal de MQO, como observamos experimentalmente. Essa análise é válida para um ângulo entre os feixes de prova e de bombeamento da ordem de dezenas de miliradianos. Como as diferentes grades dão larguras de linha diferentes dependendo se são estacionárias ou não, e como a contribuição de cada uma dessas grades depende diferentemente da temperatura, o estudo da competição entre as grades aliado ao entendimento da origem física das relaxações lentas  $\gamma$  do estado fundamental, pode promover um novo método espectroscópico para a medida da temperatura de amostras de átomos frios.



## Capítulo 6

# Interferência em Mistura de Quatro Ondas num sistema com absorção eletromagneticamente induzida

Estudamos mistura de quatro ondas quase degenerada (MQO-QD), na configuração de conjugação de fase, na transição  $6S_{1/2}, F = 4 \rightarrow 6P_{3/2}, F' = 5$ , da linha  $D_2$  do césio, que apresenta absorção eletromagneticamente induzida (EIA - Electromagnetically Induced Absorption) [3, 83]. Usando polarizações lineares e paralelas dos campos de bombeamento e de prova, observamos bandas laterais e um pico central com largura de linha subnatural e partida por uma ressonância negativa, que mostramos ser devido a um processo de interferência destrutiva. Para polarizações dos feixes de bombeamento e de prova lineares e perpendiculares entre si, observamos um único pico, de largura subnatural. Mostramos, a partir de um modelo que leva em conta toda a degenerescência Zeeman [84], que em um sistema com EIA é essencial que se levem em consideração as transferências espontâneas de coerências entre os subsistemas Zeeman, para que se expliquem os espectros de MQO. Utilizando tal modelo, reproduzimos satisfatoriamente os sinais observados. Discutimos então a natureza da interferência observada.

O capítulo está organizado da seguinte forma. Após breves revisões sobre a importância da degenerescência Zeeman e a EIA, fazemos uma revisão do modelo a ser utilizado que considera todos os subníveis Zeeman [84] na solução por matriz densidade. Descrevemos a parte experimental do problema e mostramos a origem e a natureza da interferência destrutiva no sinal de MQO-QD para polarizações lineares e paralelas. Finalmente, comparamos os espectros calculados com os

espectros experimentais.

## 6.1 A importância da degenerescência Zeeman

A importância do papel da degenerescência Zeeman na resposta de átomos interagindo com campos eletromagnéticos foi percebida já na década de 1960, como se pode ver no artigo de revisão de Happer [66]. A estrutura Zeeman permite a redistribuição de população (orientação e alinhamento), e a criação de coerências entre os subníveis Zeeman do estado fundamental, como mostrado no capítulo anterior. Em MQO, Herman e colaboradores [11], foram alguns dos primeiros a levar em conta a degenerescência Zeeman na interação de um átomo de dois níveis degenerados com dois campos de luz. Eles enfatizaram a importância da não-conservação dos termos da matriz densidade atômica (devido a sistemas abertos), para a observação de estruturas de largura de linha subnaturais no espectro de MQO. O trabalho deles inclui um cálculo detalhado, válido para níveis atômicos degenerados, da polarização não-linear em ordem mais baixa dos campos incidentes.

Em experimentos de absorção realizados em armadilhas magneto-ópticas em uma transição  $F \rightarrow F + 1$ , Tabosa e colaboradores [125] e Grison e colaboradores [57], revelaram a necessidade de se levar em conta a degenerescência Zeeman para explicar as formas de linha observadas [57]. Ho Gao [54] estudou analiticamente transições do tipo que apresentam EIA, para polarizações lineares dos campos. Ele reproduziu adequadamente os espectros completos de absorção de um feixe fraco na presença de um feixe forte [57, 125]. Existem diferenças qualitativas entre esses espectros e o espectro de absorção de um átomo de dois níveis não degenerados [104], o que mostra a importância de se levar em conta a degenerescência Zeeman [55, 91]. Isso foi comprovado por Lozama e colaboradores [3, 4, 83, 91], que estudaram, de forma teórica e experimental, transições do tipo  $F \rightarrow F + 1$ . Eles descobriram que no espectro de absorção de transições desse tipo, existe o efeito de absorção eletromagneticamente induzida (EIA), que só pode ser explicado levando-se em conta a degenerescência dos níveis, como será discutido em mais detalhes na próxima seção.

Nossos experimentos de mistura de quatro ondas quase degenerada (MQO-QD) foram realizados na transição  $6S_{1/2}(F = 4) \rightarrow 6P_{3/2}(F = 5)$  dos átomos frios de  $^{133}\text{Cs}$ . Trata-se de uma transição que apresenta EIA. Embora a maioria dos experimentos de MQO em sistemas atômicos envolvam níveis degenerados, na maior parte deles a degenerescência não desempenha um papel essencial. Em tais casos, modelos simplificados de dois níveis têm sido usados com sucesso para explicar as formas de linha observadas. Noutros casos, como estudado no capítulo anterior, a existência de

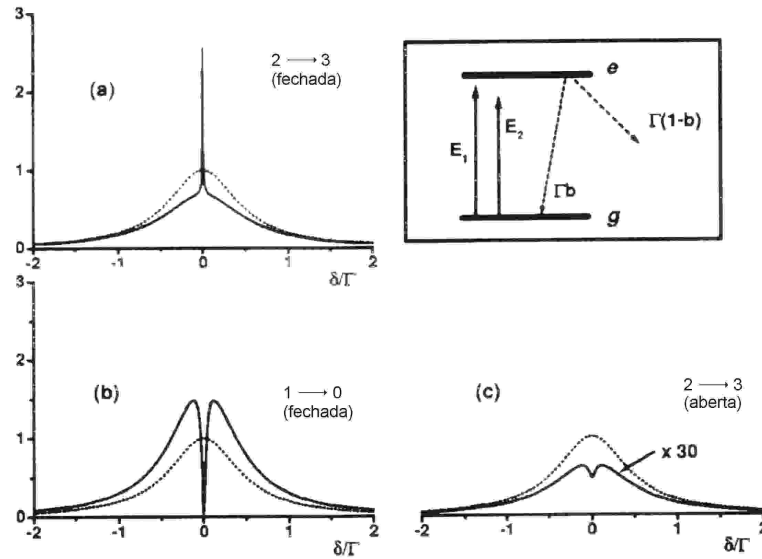


Figura 6.1: (Extraída da Ref. [83]) A absorção do feixe de prova como função da desintonia Raman entre o feixe de bombeamento  $\Omega_1$  e o feixe de prova  $\Omega_p$ , na presença (linha cheia) e na ausência (linha pontilhada) do feixe de bombeamento, para polarizações lineares e ortogonais dos feixes de bombeamento e de prova, para diferentes transições. Utilizou-se  $\omega_1 = \omega_{sp}$ ,  $\gamma = 0.001\Gamma$ ,  $\Omega_1 = (2E_1/\hbar)(g|\vec{D}|e) = 0.4\Gamma$  e  $\delta = 1$  em (a),  $\delta = 0.44$  em (b) e (c), todos na ausência de campos magnéticos. A absorção está normalizada pela absorção linear máxima do feixe de prova, em cada figura. Vemos que EIA só ocorre na Fig. (a).

estados escuros permite o uso de modelos simples, do tipo A [54]. No capítulo anterior, mostramos um caso desse tipo. Num experimento de MQO-QD em uma transição  $F_g = 2 \rightarrow F_e = 3$  em vapor quente de sódio, Steel e Lind [121] não foram capazes de entender um vale estreito no espectro observado, usando modelos de dois níveis. É o mesmo tipo de transição que estudamos no nosso experimento. A necessidade de se incluir a degenerescência dos níveis já foi encontrada antes em experimentos de MQO em armadilhas [71, 93]. Para incluir a degenerescência Zeeman no cálculo do sinal, utilizamos, em colaboração com A. Lexama, um modelo que permite calcular numericamente a resposta do sistema degenerado de dois níveis na presença de um campo de intensidade arbitrária e de um campo de prova fraco, introduzido em primeira ordem de perturbação [84].

Realizamos experimentos de MQO-CF, usando feixes linearmente polarizados e em dois casos: 1) polarizações lineares e paralelas e 2) polarização dos feixes de bombeamento perpendiculares à do de prova. Reproduzimos os resultados experimentais e mostramos que é importante levar em conta a interferência entre os sinais dos vários subníveis Zeeman, não só para o espectro de absorção, como é bem conhecido [55, 91], mas também para MQO-QD em sistemas que apresentam EIA. Antes de prosseguir, vamos fazer uma breve revisão sobre EIA.

## 6.2 Absorção eletromagneticamente induzida

A EIA é o efeito oposto da transparência eletromagneticamente induzida entre níveis hiperfinos, e ocorre quando a transição é fechada e  $F_z > F_g > 0$  [83], onde  $F_z$  e  $F_g$  são os momentos angulares totais dos estados excitado e fundamental, respectivamente. A EIA é caracterizada por um aumento da absorção de um feixe de prova quando em ressonância Raman com um feixe forte acoplado à mesma transição. Diferente da EIT, a EIA não é prevista por modelos teóricos simples de três níveis (A, V, e outros) [129]. Esses modelos desprezam a transferência em cascata de coerência entre níveis Zeeman. O modelo mínimo e mais simples já desenvolvido para descrever a EIA [129, 130], é um sistema de configuração artificial  $N$ , fechado, de quatro níveis, que permite a transferência espontânea de coerência entre níveis. Isso corresponde a levar em conta a transferência de coerência entre os vários subníveis Zeeman da transição. Na Fig. 6.1, reproduzimos uma ilustração tirada da Ref. [83], que mostra sistemas de dois níveis degenerados que apresentam EIA, EIT ou nenhum desses casos. Não está mostrado nessa figura que para o campo de bombeamento sintonizado longe da ressonância atômica (mais que uma largura de linha natural), o pico de EIA se transforma numa estrutura dispersiva, com absorção e possibilidade de ganho [91], conforme será visto na Fig. 6.4. Vale lembrar que a EIT apresenta um comportamento similar, longe de ressonância.

Na próxima seção, faremos uma revisão do artigo que apresenta o modelo teórico [84] que utilizamos para todas as análises teóricas deste capítulo.

## 6.3 Espectroscopia coerente de dois campos em sistemas de dois níveis degenerados

Reproduzimos aqui, com um pouco mais de detalhes, o modelo desenvolvido por Lezama e colaboradores [84], que considera os subníveis Zeeman de um sistema degenerado de dois níveis, na presença de um campo forte e um fraco. Efeitos de propagação, tais como casamento de fase, absorção, amplificação ou padrão espacial de emissão da onda gerada, não são considerados.

A Fig. 6.2 mostra os elementos essenciais do modelo. Os átomos de dois níveis são estimulados por um campo de bombeamento de frequência  $\omega_1$ , e um campo de prova de frequência  $\omega_p = \omega_1 + \delta$ . Consideram-se os níveis degenerados, com momentos angulares totais  $F_z$  no estado excitado, e  $F_g$  no estado fundamental. A taxa total de relaxação do estado excitado é  $\Gamma$ . Assuma-se que os átomos no estado excitado podem decair radiativamente para o estado fundamental com uma taxa  $b\Gamma$ , onde  $b$  é um coeficiente que depende da transição específica ( $0 \leq b \leq 1$ ). Se  $b = 1$  trata-se de uma

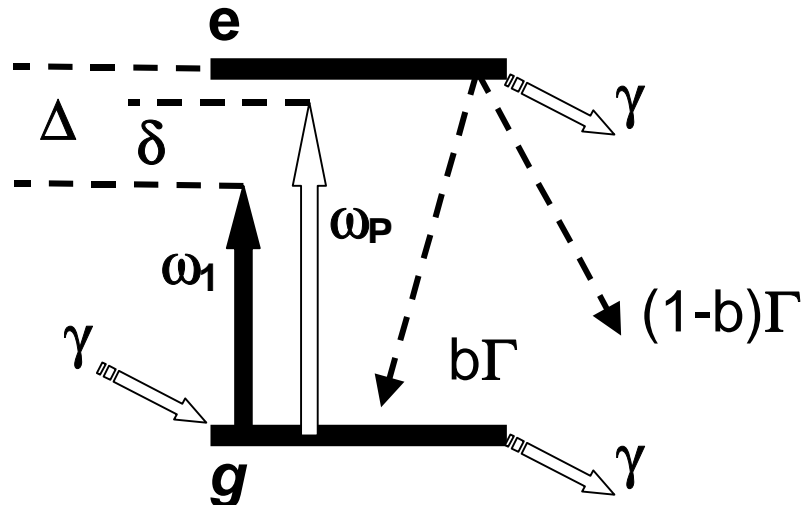


Figura 6.2: Representação esquemática da configuração considerada na teoria. Os estados  $g$  e  $e$  apresentam, cada um deles, degenerescência Zeeman devido aos seus momentos angulares totais  $F_g$  e  $F_e$ . As setas sólidas verticais representam os campos de bombeamento e de prova (com frequências  $\omega_1$  e  $\omega_P$ , respectivamente). As linhas tracejadas representam decaimentos radiativos. As linhas oblíquas com taxas  $\gamma$  representam a chegada e saída de átomos da região de interação.

transição fechada (cíclica). Para os casos de transições abertas onde  $b < 1$ , os átomos excitados podem decair de volta para o nível fundamental, ou para níveis externos ao sistema de dois níveis, onde permanecerão.

Considera-se um conjunto homogêneo de átomos em repouso. Entretanto, para simular o efeito de tempo finito de interação dos átomos com a luz, assume-se que os átomos escapam da região de interação numa taxa  $\gamma$  ( $\gamma \ll \Gamma$ ). Esse escape é compensado pela chegada de novos átomos no estado fundamental.

O modelo considera um campo magnético  $B$  e dois campos ópticos clássicos dados por

$$\vec{E}_j(t) = E_j \hat{e}_j \exp(i\omega_j t) + E_j^* \hat{e}_j^* \exp(-i\omega_j t) \quad (j = 1, P), \quad (6.1)$$

onde  $\hat{e}_j$  são os vetores de polarização complexos. O hamiltoniano do sistema é escrito como:

$$H(t) = H_0 + V_1(t) + V_P(t), \quad (6.2)$$

com

$$H_0 = H_A + H_B, \quad (6.3)$$

$$H_A = \hbar(P_g\omega_g + P_e\omega_e), \quad (6.4)$$

$$H_B = (\beta_g P_g + \beta_e P_e) F_z B, \quad (6.5)$$

$$V_j = E_j \hat{e}_j \cdot \vec{D}_{ge} \exp(i\omega_j t) + E_j^* \hat{e}_j^* \cdot \vec{D}_{eg} \exp(-i\omega_j t), \quad (6.6)$$

onde  $P_g$  e  $P_e$  são os projetores sobre os subespaços correspondentes aos níveis fundamental e excitado, respectivamente.  $\beta_g$  e  $\beta_e$  são os fatores giromagnéticos dos estados  $|g\rangle$  e  $|e\rangle$ , respectivamente.  $F_z$  é a componente do momento angular total  $\vec{F}$  ao longo da direção do campo magnético.  $\vec{D}_{ge} = \vec{D}_{eg}^\dagger = P_g \vec{D} P_e$  é a parte de abaixamento do operador dipolo atômico (assume-se que  $P_g \vec{D} P_g = P_e \vec{D} P_e = 0$ , o que é consequência do fato de que, na ausência de campos externos, se tem simetria de rotação). Na equação (6.6) foi utilizada a aproximação de onda girante.

A evolução temporal da matriz densidade é governada pela equação mestra [29]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} [H, \rho] - \frac{\Gamma}{2} \{P_e, \rho\} + b\Gamma \sum_{q=-1,0,1} Q_{ge}^q \rho Q_{eg}^q - \gamma (\rho - \rho_0), \quad (6.7)$$

onde  $\{P_e, \rho\}$  é o anticomutador de  $P_e$  com  $\rho$  e  $Q_{ge}^q = Q_{eg}^{q\dagger}$  ( $q = -1, 0, 1$ ) são as componentes padrão do operador dipolo elétrico adimensional.

$$\vec{Q}_{ge} = \sqrt{2F_z + 1} \frac{\vec{D}_{ge}}{\langle g || \vec{D} || e \rangle} = \sum_{q=-1}^{+1} \sqrt{2F_z + 1} \langle F_g, 1; m_g, q | F_e, m_e \rangle \hat{e}_q, \quad (6.8)$$

onde  $\langle g || \vec{D} || e \rangle$  é o elemento de matriz reduzido do operador dipolo elétrico, que não se calcula sem o conhecimento detalhado das funções de onda radiais do sistema quântico em particular. Entretanto, para um dado sistema quântico,  $\langle g || \vec{D} || e \rangle$  é uma constante. Para escrever a Eq. (6.8) utilizou-se o teorema de Wigner-Eckart (ver Apêndice D). Os termos  $\langle F_g, 1; m_g, q | F_e, m_e \rangle$  são coeficientes de Clebsch-Gordan.

O primeiro termo do lado direito da Eq. (6.7) representa a evolução atômica na presença dos dois campos ópticos e do campo magnético. O segundo termo é a relaxação radiativa do estado excitado e o terceiro termo representa a distribuição entre os subníveis Zeeman do estado fundamental, de população provinda do decaimento por emissão espontânea de átomos no estado excitado. O último termo representa o tempo finito de interação do sistema atômico com os campos de luz, e garante a relaxação do sistema na ausência de campos ópticos para um estado de equilíbrio que corresponde a uma distribuição isotrópica de população atômica no estado fundamental da forma

$\rho_0 = P_g/(2F_g + 1)$ . Como não há outro mecanismo de relaxação do estado fundamental, e  $\gamma \ll \Gamma$ , a taxa  $\gamma$  desempenha efetivamente o papel de um coeficiente de relaxação do estado fundamental.

Para encontrar a solução estacionária da Eq. (6.7), primeiro considera-se o efeito do campo  $E_1$  (campo de bombeamento) em todas as ordens. Depois, calcula-se em primeira ordem o efeito do campo  $E_p$  (campo de prova). A resposta do sistema atômico pode ser encontrada, na aproximação de onda girante, como os elementos da matriz que varia lentamente  $\sigma_0$ , cujos elementos são dados por [29]

$$\begin{aligned}\sigma^0 &= \begin{pmatrix} \sigma_{gg}^0 & \sigma_{ge}^0 \\ \sigma_{eg}^0 & \sigma_{ee}^0 \end{pmatrix} \\ \sigma_{gg}^0 &= P_g \rho P_g \\ \sigma_{ee}^0 &= P_e \rho P_e \\ \sigma_{ge}^0 &= P_g \rho P_e \exp(-i\omega_1 t) \\ \sigma_{eg}^0 &= P_e \rho P_g \exp(i\omega_1 t).\end{aligned}\tag{6.9}$$

$\sigma_{gg}$  é uma matriz dimensão  $(2F_g + 1) \times (2F_g + 1)$ ,  $\sigma_{ee}$  é uma matriz dimensão  $(2F_e + 1) \times (2F_e + 1)$ ;  $\sigma_{eg}$  tem  $(2F_e + 1)$  linhas e  $(2F_g + 1)$  colunas, e  $\sigma_{ge} = \sigma_{eg}^\dagger$ . Os elementos diagonais ( $\sigma_{m_g m_g}$  e  $\sigma_{m_e m_e}$ ) são as populações dos subníveis Zeeman dos níveis degenerados  $|g\rangle$  e  $|e\rangle$ . Os elementos das matrizes  $\sigma_{ee}$  e  $\sigma_{gg}$  que estão fora da diagonal ( $\sigma_{m_e m_e}$  e  $\sigma_{m_g m_g}$ ) são as chamadas “coerências Zeeman”.  $\sigma_{eg}$  é constituída somente de elementos fora da diagonal  $\sigma_{m_g m_e}$ , que são chamadas “coerências ópticas”.

Substituindo-se a matriz que varia lentamente na Eq. (6.7), e considerando  $V_2 = 0$ , obtém-se uma equação para  $\sigma^0$  no estado estacionário:

$$-\gamma \rho_0 = -\frac{i}{\hbar} [H_0 + \bar{V}_1 - \hbar\omega_1 P_e, \sigma^0] - \frac{\Gamma}{2} \{P_e, \sigma^0\} + b\Gamma \sum_{q=1,0,-1} Q_{ge}^q \sigma^0 Q_{eg}^q - \gamma \sigma^0,\tag{6.10}$$

com

$$\bar{V}_1 = E_1 \hat{e}_1 \cdot \bar{D}_{ge} + E_1^* \hat{e}_1^* \cdot \bar{D}_{eg}.\tag{6.11}$$

A Eq. (6.10) representa um sistema de equações lineares acopladas, de coeficientes constantes, para os diferentes elementos da matriz densidade  $\sigma^0$ . Esse sistema pode ser resolvido numericamente empregando o formalismo do espaço de Liouville [34, 49], no qual a Eq. (6.10) pode ser posta na forma  $\mathcal{L}\mathbf{x} = \mathbf{x}_0$ , onde  $\mathcal{L}$  é um operador linear de dimensão  $[(2F_e + 1) + (2F_g + 1)]^2$ ,  $\mathbf{x}^\dagger =$

$[\sigma_{F_g, F_g}; \sigma_{F_g, F_g(1)}; \dots; \sigma_{F_g(1), F_g}; \sigma_{F_g(1), F_g(1)}; \dots; \sigma_{F_n, F_n}]$  é o vetor solução, e  $x_0$  é um vetor coluna constante, cujos elementos são os coeficientes da matriz densidade  $\sigma^0$  arrumados linha a linha, seguindo a mesma regra usada para  $x$ . A solução  $x$  é obtida por uma simples inversão de matrizes.

Para calcular o efeito em primeira ordem do feixe de prova sobre o sistema “átomo+campo de bombeamento”, procura-se uma solução da Eq. (6.7) na forma:

$$\begin{aligned}\rho_{gg}(t) &= P_g \rho(t) P_g = \sigma_{gg}^0 + \sigma_{gg}^1 e^{i\omega t} + \sigma_{gg}^2 e^{2i\omega t}, \\ \rho_{ee}(t) &= P_e \rho(t) P_e = \sigma_{ee}^0 + \sigma_{ee}^1 e^{i\omega t} + \sigma_{ee}^2 e^{2i\omega t}, \\ \rho_{ge}(t) &= P_g \rho(t) P_e = e^{i\omega t} \left( \sigma_{ge}^0 + \sigma_{ge}^1 e^{i\omega t} + \sigma_{ge}^2 e^{2i\omega t} \right), \\ \rho_{eg}(t) &= P_e \rho(t) P_g = e^{-i\omega t} \left( \sigma_{eg}^0 + \sigma_{eg}^1 e^{i\omega t} + \sigma_{eg}^2 e^{2i\omega t} \right),\end{aligned}\quad (6.12)$$

onde  $\delta = \omega_p - \omega_1$ . Substituindo as equações acima na equação (6.7) e mantendo somente os termos de primeira ordem em  $E_p$ , obtém-se o seguinte sistema de equações que acoplam  $\sigma_{ge}^1$ ,  $\sigma_{eg}^1$ ,  $\sigma_{gg}^1$  e  $\sigma_{ee}^1$ :

$$\begin{aligned}iE_p \hat{\epsilon}_p \cdot \vec{D}_{ge} \sigma_{eg}^0 &= -i [H_g, \sigma_{gg}^1] - i\hbar \delta \sigma_{gg}^1 + b\hbar\Gamma \sum_{q=1,0,1} Q_{ge}^q \sigma_{ee}^1 Q_{eg}^q \\ &\quad - \hbar\gamma \sigma_{gg}^1 - i \left( E_1 \hat{\epsilon}_1 \cdot \vec{D}_{ge} \sigma_{eg}^1 - \sigma_{gg}^1 E_1 \hat{\epsilon}_1^* \cdot \vec{D}_{eg} \right) \\ -iE_p \sigma_{eg}^0 \hat{\epsilon}_p \cdot \vec{D}_{ge} &= -i [H_e, \sigma_{ee}^1] - i\hbar \delta \sigma_{ee}^1 - \hbar(\Gamma + \gamma) \sigma_{ee}^1 \\ &\quad - i \left( E_1^* \hat{\epsilon}_1^* \cdot \vec{D}_{eg} \sigma_{ge}^1 - \sigma_{ee}^1 E_1 \hat{\epsilon}_1 \cdot \vec{D}_{ge} \right) \\ i \left( E_p \hat{\epsilon}_p \cdot \vec{D}_{ge} \sigma_{ee}^0 - \sigma_{gg}^0 E_p \hat{\epsilon}_p \cdot \vec{D}_{ge} \right) &= -i (H_g \sigma_{ge}^1 - \sigma_{ge}^1 H_e) - i\hbar(\delta + \omega_1) \sigma_{ge}^1 \\ &\quad - \hbar \left( \frac{\Gamma}{2} + \gamma \right) \sigma_{ge}^1 \\ &\quad - i \left( E_1 \hat{\epsilon}_1 \cdot \vec{D}_{ge} \sigma_{ee}^1 - \sigma_{gg}^1 E_1 \hat{\epsilon}_1 \cdot \vec{D}_{ge} \right) \\ 0 &= -i (H_e \sigma_{eg}^1 - \sigma_{eg}^1 H_g) - i\hbar(\delta - \omega_1) \sigma_{eg}^1 \\ &\quad - \hbar \left( \frac{\Gamma}{2} + \gamma \right) \sigma_{eg}^1 \\ &\quad - i \left( E_1^* \hat{\epsilon}_1^* \cdot \vec{D}_{eg} \sigma_{gg}^1 - \sigma_{ee}^1 E_1^* \hat{\epsilon}_1^* \cdot \vec{D}_{eg} \right)\end{aligned}\quad (6.13)$$

Definindo a matriz não-hermitiana  $\sigma$  dada por:

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{gg}^1 & \sigma_{ge}^1 \\ \sigma_{eg}^1 & \sigma_{ee}^1 \end{pmatrix}, \quad (6.14)$$

o sistema de equações (6.13) pode ser escrito compactamente como:



$$i \left[ \frac{\Omega_P}{2}, \sigma_0 \right] = -\frac{i}{\hbar} [H_0 + \bar{V}_1 - \hbar\omega_1 P_z, \sigma] - i\delta\sigma - \frac{\Gamma}{2} \{P_z, \sigma\} - \gamma\sigma + \hbar \sum_{q=1,0,-1} Q_{ge}^q \sigma Q_{eg}^q, \quad (6.15)$$

onde introduziu-se a frequência de Rabi do campo de prova, dada por:  $\Omega_P = (2\vec{E}_P \cdot \vec{D}_{ge})/\hbar$ .

As Eqs. (6.10) e (6.15) são resolvidas numericamente através do mesmo formalismo do espaço de Liouville. O operador  $\sigma$  encontrado como solução fornece as quatro matrizes  $\sigma_{ge}^1$ ,  $\sigma_{eg}^1$ ,  $\sigma_{gg}^1$  e  $\sigma_{ee}^1$  contendo informações úteis sobre a resposta atômica aos dois campos.

Revisando as Eq. (6.13), observamos que:

- $\sigma_{ge}^1$  oscila com a frequência  $\omega_P$ . Dá as componentes do tensor susceptibilidade complexa  $\chi = \chi' + i\chi''$ .

$$\vec{P}(\omega_2) = \epsilon_0 \chi \vec{E}_2 = \pi T \tau \left( \sigma_{ge}^1 \vec{D}_{eg} \right), \quad (6.16)$$

onde  $\epsilon_0$  é a constante de permissividade elétrica do vácuo, e  $\pi$  é a densidade de atômica. Da parte imaginária de  $\chi$  calcula-se a absorção atômica  $\alpha(\omega)$  e da parte real, a dispersão  $\epsilon = \epsilon_0(1 + \chi')$ , que é proporcional ao índice de refração.

- $\sigma_{ee}^1$  e  $\sigma_{gg}^1$  oscilam com frequência  $\omega_P - \omega_1$ , e mostram as pulsações das populações e coerências Zeeman nos estados fundamental e excitado.
- $\sigma_{eg}^1$  oscila com frequência  $2\omega_1 - \omega_P$ . Dá o termo de mistura de quatro ondas devido à interação dos dois campos com o meio. Observe-se que a MQO é o termo de geração de novas frequências de ordem mais baixa, quando os dois campos interagem com o meio. A intensidade do sinal de MQO é dada por:

$$I_{FWM}(2\omega_1 - \omega_P) \propto \pi^2 \left| T \tau \left( \sigma_{eg}^1 \vec{D}_{ge} \right) \right|^2. \quad (6.17)$$

Na prática esses resultados são todos obtidos através de um programa escrito em MATLAB, utilizado como ferramenta de estudo em trabalhos experimentais e teóricos por Lesama e colaboradores [2, 83, 85, 91]. Numa colaboração com Lesama [86], utilizamos essa mesma ferramenta de análise no problema de que trata este capítulo, onde levar em conta alguns subníveis Zeeman é essencial.

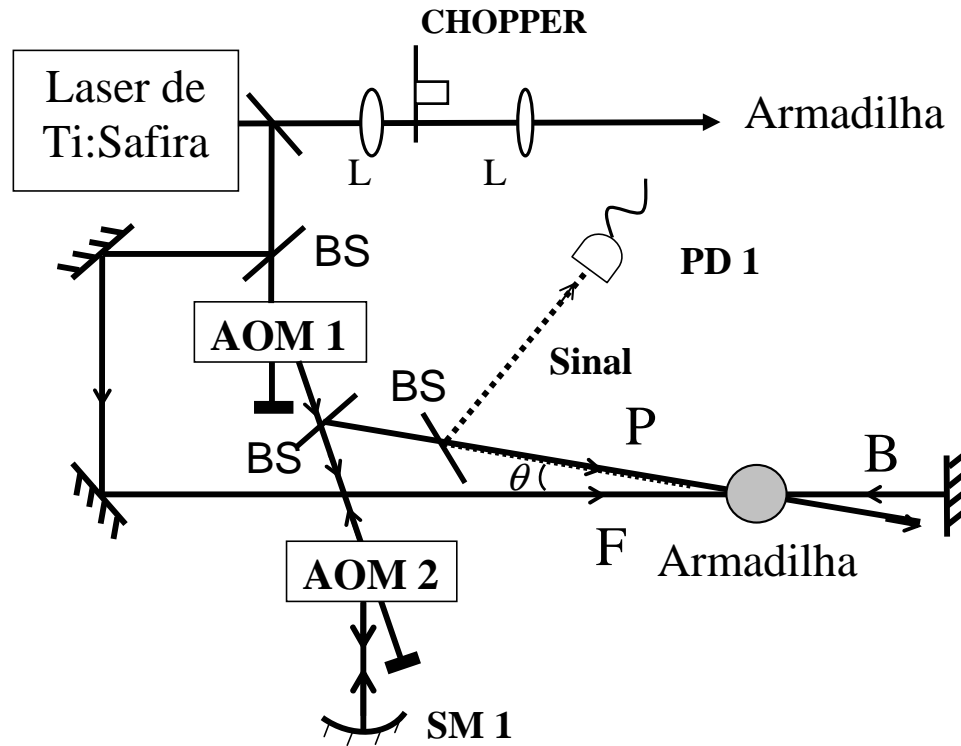


Figura 6.3: Diagrama experimental. AOM: modulador acusto-óptico. BS: divisor de feixes. PD: fotodiodo. SM: espelho esférico. Para detalhes, ver apêndice A.

#### 6.4 Configuração experimental

Observamos a MQO não degenerada numa amostra de átomos frios de césio, produzida na armadilha magneto óptica, já descrita. Utilizamos a configuração da MQO para trás, com conjugação de fase óptica, onde dois feixes contrapropagantes de bombeamento ( o feixe para a frente ( $F$ ) e o feixe para trás ( $B$ )), têm a mesma frequência e a mesma polarização linear. O feixe de prova ( $P$ ) é linearmente polarizado e faz um ângulo pequeno ( $\theta = 4^\circ$ ) com os feixes de bombeamento. O feixe de prova tem sua frequência variada em torno da frequência dos feixes de bombeamento com auxílio de dois moduladores acusto-ópticos, como mostrado na Fig. 6.3. A polarização relativa entre o feixe de bombeamento e de prova é controlada por placas de meia-onda. O sinal de (quase) conjugação de fase, que se propaga na direção oposta ao do feixe de prova, é refletido de um divisor de feixes 50/50 e detectado por um fotodiodo rápido. Os feixes de armadilhamento são bloqueados por um “chopper” mecânico com relação transmissão/bloqueio de 95%. O número de átomos frios, estimados através da medida da absorção do feixe de prova é da ordem de  $10^7$ . Os espectros de MQO-QD foram obtidos

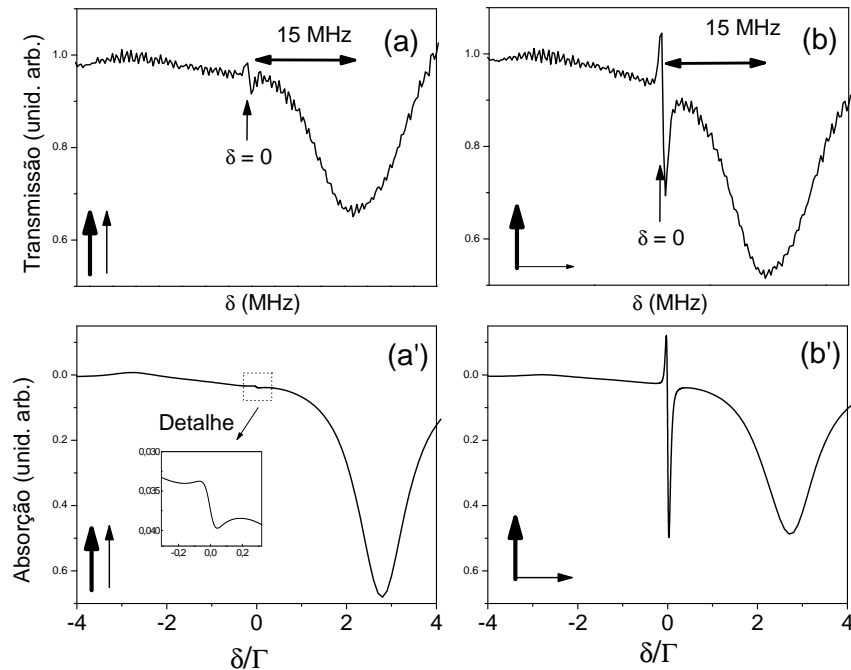


Figura 6.4: (a)-(b) Espectros de absorção do feixe de prova na presença dos feixes de bombeamento  $F$  e  $B$ . A polarização de todos os feixes é linear e os feixes de armadilhamento estão bloqueados. Em (a) a polarização do feixe de prova é paralela à dos de bombeamento; em (b), é perpendicular. Os feixes de bombeamento estão sintonizados cerca de 11 MHz para o vermelho, na transição cíclica  $6S_{1/2}(F=4) \rightarrow 6P_{3/2}(F'=5)$  com potência total de cerca de  $7 \text{ mW/cm}^2$ . O feixe de prova tem cerca de  $4 \text{ mW/cm}^2$ . As figuras (a') e (b') correspondem a espectros de absorção calculados para  $\Omega_{F-B}/\Gamma = 7$ ,  $\Delta/\Gamma = -2$ , para uma transição  $F=4 \rightarrow F'=5$ , de acordo com modelo descrito no texto [81], sem que se fizesse nenhum tipo de média (ver texto).

em tempos da cerca de 1 ms, durante os quais os feixes de armadilhamento estavam bloqueados e o campo magnético de quadrupolo desligado. Os feixes de bombeamento  $F$  e  $B$  têm intensidade  $7 \text{ mW/cm}^2$ . A intensidade do feixe de prova foi aproximadamente igual a  $0,7 \text{ mW/cm}^2$  para os espectros de MQO e cerca de  $4 \text{ mW/cm}^2$  para os espectros de absorção que foram obtidos num dia diferente. Não se observaram mudanças significativas nos espectros com o uso de intensidades mais baixas no feixe de prova. O valor máximo da potência gerada de MQO foi da ordem de  $1 \mu\text{W}$ . Os espectros de absorção típicos, obtidos em função da dessintonia Raman ( $\delta$ ) entre a frequência dos feixes de bombeamento e de prova, estão mostrados nas Figs. 6.4(a) e 6.4(b), que correspondem, respectivamente, a polarizações do feixe de prova linear paralelo e linear perpendicular, à polarização linear dos feixes de bombeamento. Nas Figs. 6.4(a') e 6.4(b'), mostramos um cálculo usando o modelo da seção anterior, considerando apenas um feixe de bombeamento e um de prova e sem

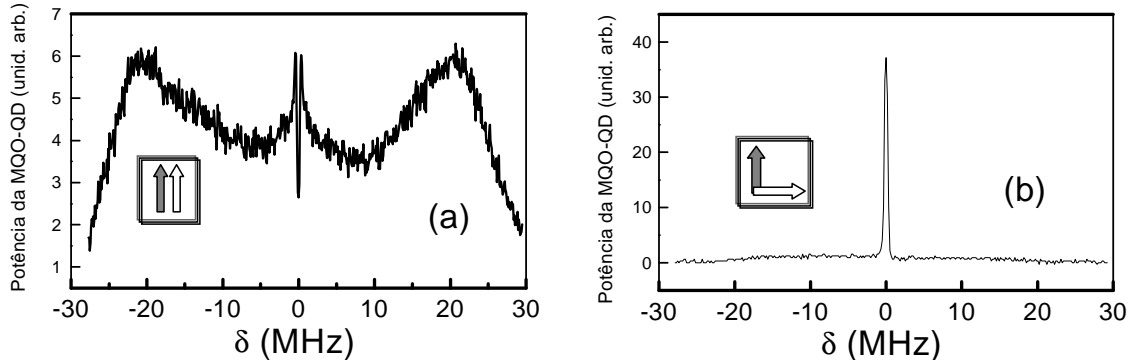


Figura 6.5: Sinal observado de MQO-QD, na amostra de átomos frios, na ausência dos feixes de armadilhamento. (a) Feixes de bombeamento e de prova com mesma polarização linear e paralela. (b) Feixes de bombeamento e de prova com polarizações lineares e perpendiculares.

integrar em velocidades. Nas Figs. 6.5(a) e 6.5(b), estão mostrados os espectros de MQO-QD correspondentes a aproximadamente as mesmas condições de observação dos espectros de absorção das Figs. 6.4(a) e 6.4(b), respectivamente. Em todos os espectros, os feixes de bombeamento estão sintonizados cerca de 12 MHz abaixo da ressonância atômica. Diferente do experimento mostrado no capítulo anterior, aqui esse parâmetro não pôde ser variado porque, como já foi dito, os feixes de bombeamento foram derivados, com um divisor de feixes, diretamente dos feixes de armadilhamento.

## 6.5 Discussão

Os espectros de absorção apresentados na Fig. 6.4 são típicos de espectros de absorção de transições com EIA. Na Fig. 6.6 mostramos, usando o modelo descrito na seção 6.3, que uma transição  $F_g = 0 \rightarrow F_e = 1$  não reproduz esses espectros de absorção, pois a condição de EIA não é satisfeita. O espectro de absorção da Fig. 6.6 se resume, para polarizações lineares e paralelas [Fig. 6.6(a)], ao espectro original de Mollow [103]; para polarizações lineares e perpendiculares [Fig. 6.6(b)], temos um espectro de absorção que também não corresponde ao que observamos experimentalmente. Assim, para  $F_g = 4 \rightarrow F_e = 5$ , como já é bem conhecido para esse tipo de transição [55, 84, 91], nem mesmo a absorção na presença de campos de polarizações lineares e paralelas consegue ser descrita em termos de sistemas de dois níveis.

O espectro de MQO-QD para polarizações lineares e perpendiculares [Fig.6.5(b)] poderia ser reproduzido adequadamente com um modelo A. Na verdade, esse tipo de modelo já foi utilizado

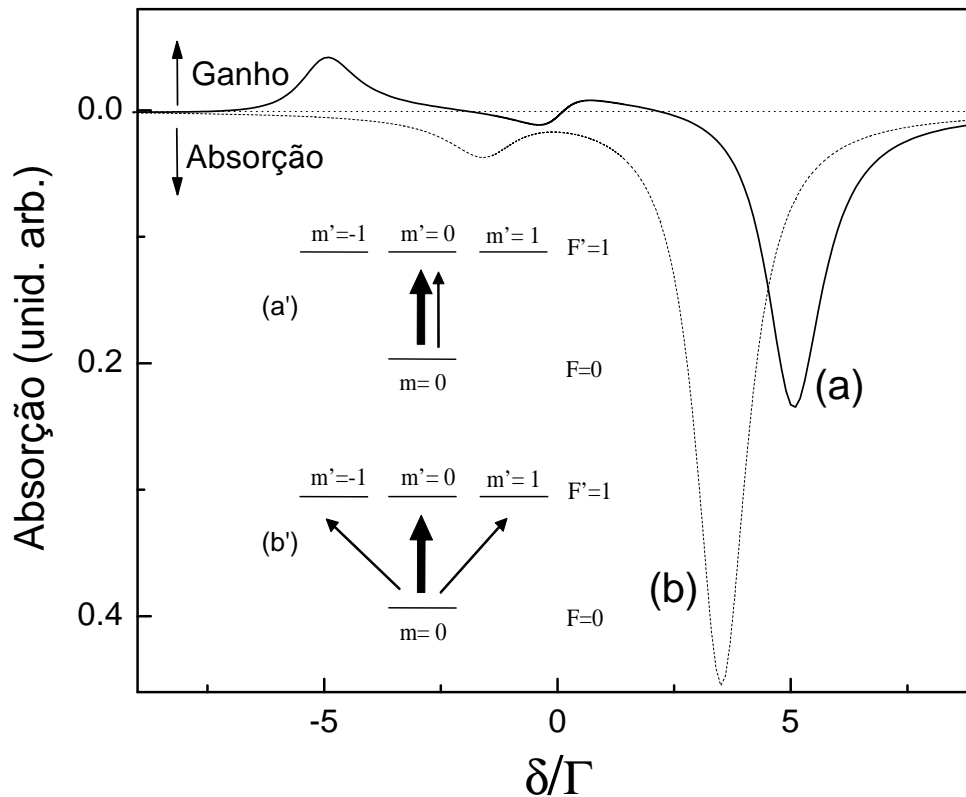


Figura 6.6: Espectro de absorção de um feixe fraco, na presença de um feixe forte de frequência de Rabi  $\Omega_1 = 8\Gamma$ , numa transição fechada  $F = 0 \rightarrow F' = 1$ , com  $\Delta = -2\Gamma$ , calculado de acordo com o modelo apresentado na seção 6.3 [84]. Consideramos uma taxa  $\gamma = 0.01\Gamma$  de saída de átomos da região de interação. Em (a) as polarizações dos campos de bombeamento e de prova são ambas lineares e paralelas. Nessa configuração o sistema se comporta como um átomo de dois níveis apenas [conforme Fig. (a')] e esse espectro é o chamado “espectro de Mollow”. O ganho mostrado na estrutura central ocorre para  $\Omega_1 \gtrsim 5,5\gamma$ . Em (b), as polarizações dos campos são lineares e perpendiculares; a Fig. (b') representa os acoplamentos nesse caso onde o feixe fraco fica uma combinação de polarizações  $\sigma^-$  e  $\sigma^+$ , para essa escolha de eixos de quantização.

como uma alternativa para explicar a estrutura dispersiva dos espectros de absorção do tipo observado na Fig. 6.4(b) [124, 125]. Por outro lado, o espectro de MQO-QD para polarizações lineares e paralelas, que à primeira vista poderia ser explicado por simples sistemas de dois níveis Zeeman desacoplados, apresenta um vale na estrutura central de largura subnatural, que não consegue ser explicada por sistemas de dois níveis [121, 122]. Lembremos que o espectro de absorção correspondente também não pode ser explicado assim tão facilmente. Fizemos então um estudo numérico de MQO-QD, para algumas configurações de polarizações dos campos, num sistema de níveis degenerados  $F = 1 \rightarrow F' = 2$  [85]. As características qualitativas dos espectros de MQO-QD das Fig. 6.5(a)-(b), foram prontamente observadas. No caso das polarizações lineares e perpendiculares

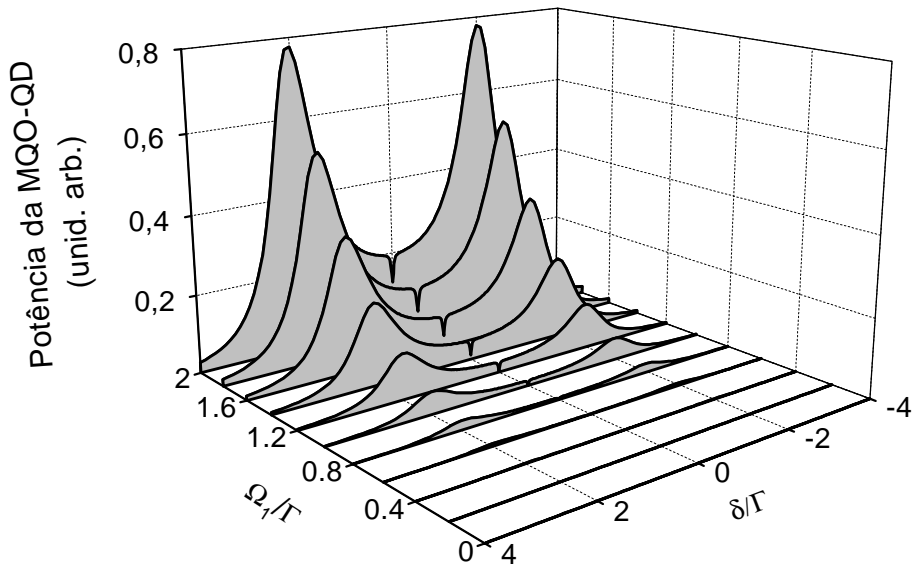


Figura 6.7: Espectro de MQO-QD para a transição fechada  $F = 1 \rightarrow F' = 2$ , com  $\Delta = 2\Gamma$  e  $\gamma = 0,01\Gamma$ , para diferentes valores da frequência de Rabi  $\Omega_1$ . A interferência destrutiva em  $\delta = 0$ , ocorre para  $\Omega_1 > 0,4\Gamma$ .

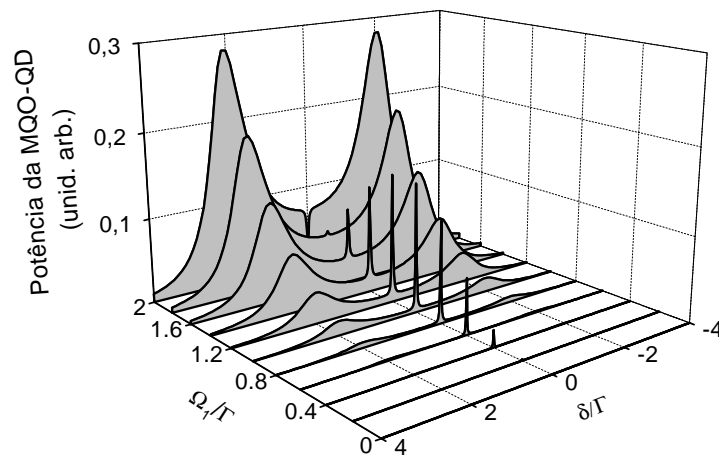


Figura 6.8: Módulo ao quadrado da contribuição para a polarização atômica na frequência  $\omega_R \equiv \omega_1 - \delta$ , dada pelo par de subníveis Zeeman com  $m = 0$ , extraído do cálculo que gerou a Fig. 6.7.

há uma concordância excelente com o experimento [79, 85]. Aqui vamos dar ênfase apenas ao espectro que corresponde a polarizações lineares e paralelas dos feixes de bombeamento e de prova. Como observado experimentalmente [Fig. 6.5(a)], esse espectro é mais rico, e mostra uma ressonância de sinal invertido, devido a uma interferência destrutiva, como ficará claro adiante.

Na Fig. 6.7 mostramos a evolução da forma da linha do espectro de MQO-QD com a frequência

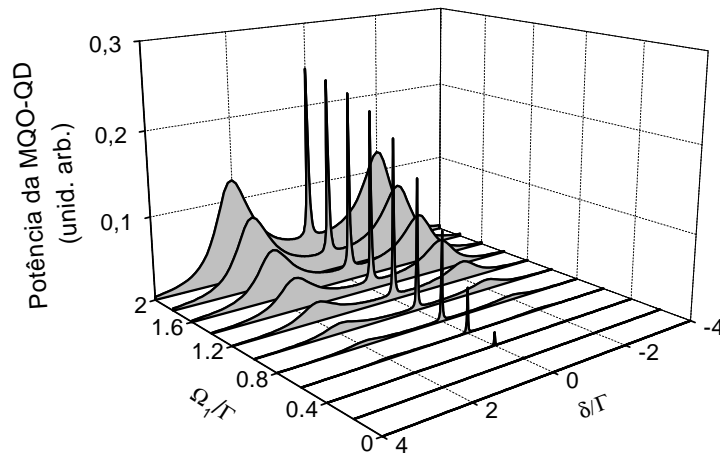


Figura 6.9: Módulo ao quadrado da contribuição para a polarização atômica na frequência  $\omega_R \equiv \omega_1 - \delta$ , dada pelos pares de subníveis Zeeman com  $|m| = 1$ , extraído do cálculo que gerou a Fig. 6.7.

de Rabi do campo de bombeamento ( $\Omega_1$ ), numa transição  $F_g = 1 \rightarrow F_e = 2$ , para  $\Delta = 2\Gamma$ , para polarizações lineares e paralelas dos campos de bombeamento e de prova. A ressonância negativa (vale) na estrutura estreita central do espectro, existe para  $\Omega_1 > 0,4\Gamma$ . Vamos comparar esse resultado com a contribuição dos diferentes pares de subníveis Zeeman com  $m_e = m_g$ . Essas contribuições podem ser extraídas dos cálculos após a identificação dos coeficientes de matriz-densidade correspondentes a um dado valor de  $|m_i|$  ( $i = e, g$ ). As Figs. 6.8 e 6.9 representam os módulos ao quadrado das contribuições para a polarização não-linear que surgem dos pares de subníveis Zeeman com  $|m_g| = 0$  e  $|m_g| = 1$ , respectivamente. Como se pode observar, somente no caso onde  $|m_g| = 0$  e para o maior valor de  $\Omega_1$ , a ressonância central se opõe às bandas laterais. Em todos os outros casos, essa ressonância tem o mesmo sinal das bandas laterais. Para  $|m_g| = 1$  isso acontece sempre. Assim, o vale observado em  $\delta = 0$  no espectro da MQO-QD da Fig. 6.7 é o resultado de uma interferência destrutiva, entre as duas contribuições oriundas dos casos  $|m_g| = 0, 1$ . De fato, observa-se no cálculo que as fases dos sinais das duas contribuições se opõem para toda a faixa de  $\Omega_1$  considerada. As ressonâncias estreitas são consequência dos subsistemas Zeeman de dois níveis serem abertos por emissão espontânea para os subníveis Zeeman vizinhos e terem uma taxa efetiva de decaimento  $\gamma$  no estado fundamental, conforme discutido no capítulo 5. Vamos discutir agora sobre a origem da diferença entre as fases das polarizações geradas.

No sistema  $F_g = 1 \rightarrow F_e = 2$ , a possibilidade da interferência destrutiva não pode ser explicada

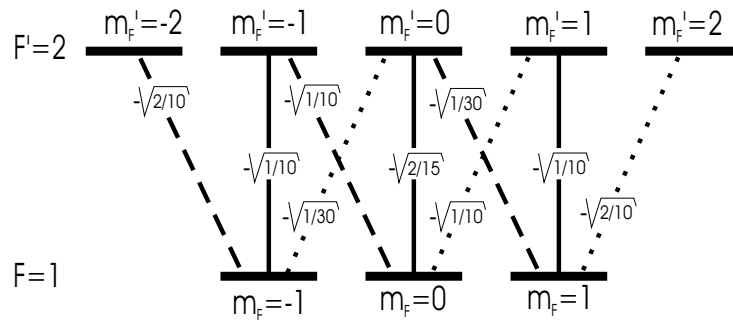


Figura 6.10: Subníveis Zeeman de uma transição com momentos angulares  $F = 1 \rightarrow F' = 2$ . Os números ao lado das linhas que ligam os subníveis Zeeman são proporcionais aos coeficientes de Clebsch-Gordon (A p ndice D). Seus valores dão os pesos relativos dos momentos de dipolo elétrico das diversas transi es. As linhas verticais representam transi es  $\pi$ , as linhas diagonais pontilhadas representam transi es  $\sigma^-$ , enquanto as linhas diagonais tracejadas representam transi es  $\sigma^+$ .

por simples inspe o dos sinais dos coeficientes de Clebsch-Gordon (CCG) da transi o. Em alguns sistemas   possível antever a possibilidade de interferência quântica destrutiva, devido a diferentes sinais dos coeficientes de Clebsch-Gordon, e para isso   necessário que uma ressonância tenha um fóton ímpar [38] (processo que envolva um número ímpar de fótons). Exemplos desse tipo foram observados para espectro de absor o [12] e em MQO não-degenerada [95, 136]. Em nosso sistema isso não   possível porque:

1. Para transi es do tipo  $F_g \rightarrow F_g + 1$ , todos os coeficientes de Clebsch-Gordon têm o mesmo sinal (Vide Fig. 6.10)
2. Em MQO degenerada ou quase degenerada, os quatro fótons interagem com a mesma transi o, não havendo fóton ímpar. Essa paridade faz desaparecer a informa o da fase dos CCG, uma vez que os CCG são números reais.

Somente uma das condi es acima já   suficiente para mostrar que os sinais dos CCG não são responsáveis pela interferência que observamos. Vamos esclarecer o segundo item. Os elementos de matriz densidade que contribuem para a MQO,  $\rho_{ij}(\omega_i = \omega_1 - \omega_2 + \omega_3)$ , correspondentes às coerências entre os níveis  $i$  e  $j$  de um sistema de dois níveis, sendo  $\omega_4$  a frequência da MQO, são sempre da forma [15, 19, 122]:

$$\rho_{ij} \propto \mu_{ij} |\mu_{ij}|^2 E_1 E_2^* E_3 \quad (6.18)$$

onde  $\mu_{ji} = \langle j | \vec{e} | i \rangle$    o elemento de matriz de dipolo elétrico, proporcional ao coeficiente de



Clebsch-Gordan da transição correspondente, e  $\hat{\epsilon}$  é o vetor polarização do campo elétrico. Uma vez que a polarização induzida é calculada a partir de  $\text{Tr}(\hat{\mu} \cdot \hat{\rho})$ , temos, quando os campos da MQO acoplam transições todas  $\pi$ , a seguinte expressão:

$$\begin{aligned} I_{FWM}(2\omega_1 - \omega_F) &\propto \pi^2 |\text{Tr}(\hat{\mu} \cdot \hat{\rho})|^2 \\ &= |\mu_{-1,1}\rho_{1,1} + \mu_{0,0}\rho_{0,0} + \mu_{1,1}\rho_{1,1}|^2. \end{aligned} \quad (6.19)$$

onde  $\mu_{i,j}$ ,  $i = -1, 0, 1$ , correspondem aos momentos de dipolos entre os subníveis com  $m_g = m_e = i$ . Das Eqs. (6.18) e (6.19) observa-se que os CCG aparecem elevados à quarta potência em cada um dos termos da soma no traço, impedindo a manutenção da informação de suas fases.

Por outro lado, por se tratar de uma função complexa, o termo  $\rho_{ij}$  pode assumir qualquer fase dependendo das intensidades dos campos de bombeamento e das relaxações do sistema. Como os CCG têm valores absolutos diferentes para os vários  $|m_g\rangle$  ( $i = e, g$ ), existem diferentes frequências de Rabi associadas com os campos de polarização  $\pi$ , nos diferentes subistemas Zeeman. Além disso, as taxas de relaxação para os subníveis Zeeman vizinhos são diferentes para os vários subistemas. Essa diversidade de valores nos denominadores ressonantes das expressões de  $\rho_{ij}$ , possibilita a existência de fases opostas entre as contribuições dos vários subistemas. Um exemplo simples de como um campo acoplado a um par de níveis vizinhos, ligado ao primeiro somente por emissão espontânea, pode mudar a fase e a resposta deste, está mostrado no capítulo 3. Dessa discussão, fica claro que um cálculo em primeira ordem nos campos da MQO [13, 122] não mostraria mudança nas fases das diferentes contribuições, pois as frequências de Rabi estariam apenas nos numeradores das expressões. Isso impossibilitaria a observação da interferência destrutiva. Esse último comentário está de acordo com o que é observado na Fig. 6.7, onde a interferência só surge para  $\Omega_1 > 0, 4\Gamma$ .

## 6.6 Comparação do experimento com a teoria

A comparação dos espectros experimentais com o modelo apresentado na Seção 6.3 não é direta. Esse modelo supõe que a amostra é um conjunto homogêneo de átomos em repouso, com todos os átomos submetidos ao mesmo valor de campo. A direção de propagação dos feixes e o arranjo espacial não são levados em conta no modelo. No experimento, o sinal de conjugação de fase é o resultado da emissão cooperativa de átomos sob diferentes condições de excitação. O campo de bombeamento numa dada posição da amostra é devido ao efeito combinado da incidência dos feixes  $F$  e  $B$ , que são contrapropagantes, podendo-se assumir que formam uma onda estacionária. Assim,

o campo efetivo de bombeamento em nosso experimento é modulado espacialmente. Outro ponto que é desprezado pela teoria é o fato de que o sinal de mistura de ondas é dependente das direções de propagação dos feixes, que são responsáveis pela condição de casamento de fase. Desprezamos também possíveis efeitos de amplificação ou absorção, devido à propagação através do meio. Espera-se que essa última aproximação seja válida porque em nossos experimentos a absorção ficou sempre abaixo de 50%. Como mantivemos as polarizações dos dois feixes de bombeamento iguais, as condições de simetria (conservação do momento angular) fazem com que a polarização do sinal de MQO seja igual à polarização do feixe de prova, quando não há campos magnéticos. Assim, todas as componentes de polarização da MQO se propagam ao longo da direção do feixe conjugado.

Para permitir a comparação entre as previsões teóricas e as observações experimentais, calculamos com o modelo apresentado na seção 6.3, a resposta local do meio. Para simular o padrão espacial senoidal de onda estacionária proporcionado pela contribuição dos feixes  $F$  e  $B$  de bombeamento, precisamos calcular a seguinte média:

$$\langle E_{MQO} \rangle \propto \frac{\int_0^{\lambda/2} E_{MQO}(\Omega_1(x)) dx}{\lambda/2} \quad (6.20)$$

onde  $\Omega_1(x) = \Omega_{1MAX} \sin(\frac{2\pi x}{\lambda})$  representa a variação da frequência de Rabi do campo de bombeamento com a posição. Na verdade, realizamos um somatório ao invés de uma integral, onde cada ponto foi calculado supondo que a condição de equilíbrio foi alcançada, como supõe o modelo. Os cálculos foram feitos considerando uma transição  $F_g = 4 \rightarrow F_e = 5$ , com  $\Delta = -2\Gamma$ , o que corresponde às condições experimentais, e  $\gamma = 0,01\Gamma$ , o mesmo valor utilizado no capítulo 5. Não se considerou campo magnético. O valor de  $\Omega_{1MAX}$  foi escolhido para ajustar os dados experimentais. O melhor ajuste foi obtido para  $\Omega_{1MAX} = 18\Gamma$ .

A Fig. 6.11(a'), mostra o espectro calculado para polarizações lineares e paralelas dos feixes de bombeamento e de prova, com os parâmetros correspondentes às condições experimentais. O espectro é dominado pelas duas bandas laterais. A largura das bandas laterais é, principalmente, devido à inhomogeneidade da frequência de Rabi. Em relação à estrutura em torno de  $\delta = 0$ , os valores maiores de  $\Omega_1$  são responsáveis pelo pico com largura da ordem de  $\Gamma$ . Os átomos que estão em regiões onde  $\Omega_1 \lesssim \Gamma$ , são responsáveis pelo vale estreito presente em  $\delta = 0$ . As principais características do espectro experimental estão bem reproduzidas. Existem algumas diferenças na amplitude e forma da ressonância estreita em torno de  $\delta = 0$ . De acordo com as considerações teóricas, discutidas na seção anterior, essa ressonância estreita é consequência do acoplamento entre pares de subníveis Zeeman através de emissão espontânea, tornando os subsistemas abertos. Sua

largura é governada pela taxa de relaxação  $\gamma$ , associada ao tempo de voo, que efetivamente cumpre o papel de uma taxa de relaxação do nível fundamental. Para os átomos frios, o tempo médio de voo para cruzar o diâmetro dos feixes de excitação é um tanto longo (mais de 1 ms para um feixe de 1 mm de diâmetro), e o valor correspondente para  $\gamma$  ( $3 \times 10^{-6} \Gamma$ ), é muito pequeno para explicar a largura da linha da ressonância estreita. Embora a largura observada possa ser explicada por alargamento por potência, para explicar os espectros de EIT do capítulo 5 era necessário uma taxa de  $\gamma \sim 0.01\Gamma$ . Na verdade, para temperaturas típicas da armadilha, o tempo médio de voo ao longo de um período da onda estacionária produzida pelos feixes de bombeamento  $F$  e  $B$  da MQO, corresponde a  $\gamma \sim 10^{-2} \Gamma$ , como assumimos no cálculo. Nesse ponto, devemos lembrar que um tempo curto de permanência dos átomos em cada valor de frequência de Rabi (movimento ao longo da onda estacionária), não é compatível com o fato de termos assumido que a condição de equilíbrio no cálculo do sinal é alcançada para cada valor da frequência de Rabi, ao fazer a média da Eq. (6.20). Isso sugere que um modelo teórico mais sofisticado, levando em conta o movimento atômico, pode ser mais apropriado para uma descrição mais precisa do problema. De fato, mostramos no capítulo anterior a importância do movimento atômico em ressonâncias estreitas em átomos frios. Para incluir efeitos de velocidade no modelo, é necessário levar em conta as direções de propagação dos campos. Entretanto, como estamos resolvendo o problema levando em conta toda a degenerescência Zeeman, introduzir a parte espacial dos campos no modelo apresentado na seção 6.3 para fazer integrações em velocidade é um trabalho complexo. Interação não-ressonante com outros níveis hiperfinos, tornando o sistema aberto, tem pouca chance de ser responsável pela pequena discrepância entre o cálculo e o experimento. Além da taxa associada ao bombeamento para esses outros níveis ser cerca de  $10^{-3}$  vezes menor, os espectros esperados para a transição  $F_g = 4 \rightarrow F_e = 4$ , que é a transição mais próxima da que estamos utilizando em nosso experimento são completamente diferentes não apresentando interferência destrutiva (Capítulo 5).

A comparação entre o espectro observado e calculado para o caso onde as polarizações dos feixes de bombeamento e de prova são lineares e perpendiculares, estão mostradas nas Figs. 6.11(b)-(b'). As principais características do espectro experimental estão bem reproduzidas pelo cálculo. Observamos que nesse caso o espectro é dominado pela ressonância estreita em torno de  $\delta = 0$ . A largura dessa ressonância, para baixas intensidades dos feixes de bombeamento, é dada por  $\gamma$ . Note-se o aumento no sinal da MQO dessa configuração de polarizações em relação ao caso discutido no parágrafo anterior. O espectro calculado também indica esse aumento no sinal. O fato de que esta configuração de polarizações em MQO, em transições que apresentam EIA, proporciona os maiores

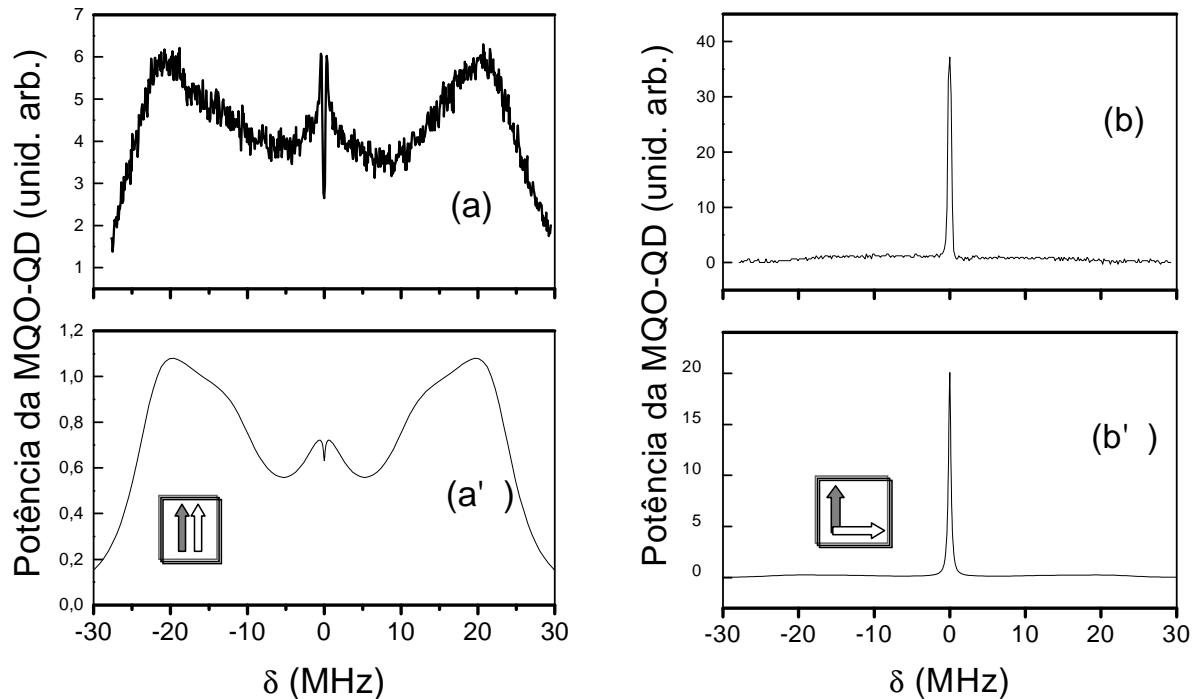


Figura 6.11: MQO-QD. Comparação entre as curvas experimentais e calculadas. (a),(a') Polarizações lineares e paralelas entre os feixes de bombeamento e de prova. (b), (b') polarizações lineares e perpendiculares entre os feixes de bombeamento e de prova. Observe a interferência quântica destrutiva nas Figs. (a), (a'). Ver o texto principal.

sinais, já foi observado anteriormente [5, 84].

A diferença marcante entre os perfis dos espectros das Figs. 6.11 (a) e (b) é uma demonstração clara do papel essencial da degenerescência Zeeman, e de se levar em conta o caráter vetorial da polarização dos campos eletromagnéticos no processo de MQO-QD.

## 6.7 Conclusão

Estudamos o processo de MQO-QD na transição cíclica  $F_0 = 4 \rightarrow F_2 = 5$  da linha  $D_2$  do césio. Reproduzimos os resultados experimentais a partir de um modelo que leva em conta toda a degenerescência Zeeman [84], e mostramos que é importante levar em conta a interferência entre os sinais dos vários subníveis Zeeman, não só para o espectro de absorção, como é bem conhecido [55, 91], mas também para MQO-QD em sistemas que apresentam EIA. Diferente dos sinais de MQO-QD observados na transição com EIT estudados no Capítulo 5, aqui todos os subníveis Ze-

emas são importantes, isto é, contribuem para a geração do sinal, porque não há estados escuros. Os experimentos de MQO foram realizados em duas configurações de polarização diferentes: 1) polarizações dos feixes de bombeamento e de prova, lineares e iguais e 2) lineares e perpendiculares. Os espectros apresentam características que são determinadas pelas taxas de relaxação e frequências características ( $\Gamma, \gamma, \Omega_1, \Delta$ ) definidas no modelo. Em particular, observamos estruturas com larguras de linha subnaturais ( $\sim 50$  kHz) que, segundo o modelo, são proporcionais ao inverso do tempo de vida ( $\gamma$ ) dos estados fundamentais. O cálculo numérico incluindo a degenerescência Zeeman [84], revelou que uma ressonância de sinal contrário (vale) apresentada no espectro de MQO-QD com polarizações dos feixes de bombeamento e de prova lineares e paralelas, é resultado de uma interferência destrutiva entre campos gerados entre os diversos subníveis Zeeman. Concluímos que essa interferência se deve às diferentes fases dos campos gerados pelos diferentes subsistemas Zeeman. E que a origem das fases diferentes é a diversidade dos valores absolutos dos coeficientes de Clebsch-Gordan das transições entre os vários subníveis, o que gera diferentes frequências de Rabi associadas. A comparação do sinal calculado com o experimento não foi direta, pois o modelo teórico supõe um único campo forte de bombeamento, enquanto experimentalmente temos dois campos fortes contrapropagantes. Assim, para reproduzir os espectros experimentais, fizemos médias sobre as várias frequências de Rabi de uma onda estacionária. Conseguimos reproduzir muito bem as principais características do espectro. Ainda assim, não ficou muito clara a origem física da taxa de relaxação  $\gamma$ , que foi introduzida *ad hoc* no modelo, e escolhida para reproduzir os dados experimentais. Parece estar associada ao movimento dos átomos. Um estudo mais detalhado do problema requer que se considerem efeitos de velocidade, que, como mostrado no capítulo anterior, para determinadas estruturas estreitas subnaturais, são importantes mesmo para átomos frios.

## Capítulo 7

# Conclusões

Realizamos estudos de óptica não-linear, usando mistura de quatro ondas quase degenerada (MQO-QD) na configuração de conjugação de fase, na linha  $D_2$  de átomos da césio ( $^{133}\text{Cs}$ ) resfriados e aprisionados numa armadilha magneto-óptica. Realizamos vários experimentos diferentes, mas relacionados entre si: desde o desenvolvimento de uma técnica não-destrutiva de velocimetria atômica em armadilhas [126], um estudo em átomos vestidos [24], até estudos de espectroscopia coerente em sistemas que apresentam transparência eletromagneticamente induzida (EIT)[25] e absorção eletromagneticamente induzida (EIA)[85]. Nesses dois últimos trabalhos aparecem ressonâncias estreitas, com larguras de linha subnaturais, associadas a subsistemas Zeeman abertos com relaxação lenta nos níveis fundamentais. Mostramos [26] que essas ressonâncias podem ser sensíveis ao movimento atômico, mesmo no limite das baixas velocidades correspondentes aos átomos frios. Esse é um dos resultados mais importantes desta tese.

Com o novo método de velocimetria descrito na capítulo 3, medimos a temperatura dos átomos na armadilha magneto óptica em função da dessintonia do laser de armadilhamento, e comparamos com medidas por tempo de voo, com boa concordância. No desenvolvimento da técnica de velocimetria, que foi baseada na difusão térmica de uma grade de população espontaneamente transferida, mostramos que uma grade anarmônica, quando transferida espontaneamente, mantém sua anarmonicidade. Em particular, mostramos modificação do parâmetro de saturação de uma transição, controlado por um bombeamento incoerente acoplado a uma transição que se comunica com a primeira apenas por emissão espontânea [26].

O fato de ter sido impossível, num sistema com EIA (capítulo 6), explicar a MQO com polarizações todas lineares e paralelas, mesmo na ausência de campos magnéticos, sem usar a degenerescência Zeeman no modelo, pode também estar ligado a esse efeito de acoplamentos incoerentes

entre sistemas de dois níveis. Ocorre que num sistema com EIA não existem estados escuros, de forma que em qualquer base em que se descreva o sistema, a população atômica está distribuída na variedade de subníveis Zeeman. Assim, existem acoplamentos por relaxação espontânea entre os subsistemas Zeeman vizinhos de dois níveis, que impossibilitam que se trate os subsistemas isoladamente. Aliado aos diferentes valores dos coeficientes de Clebsch-Gordan, os campos gerados pelos diversos subsistemas assumem fases diferentes, dando origem a uma interferência destrutiva na região central do espectro, que só pode ser explicada quando a degenerescência Zeeman é levada em conta.

Em parte dos experimentos, interpretamos a MQO com conjugação de fase como uma difração numa grade de população ou de coerência. Em particular, essa visão foi muito boa para explicar a transferência de grade da população usada para velocimetria atômica. Como já foi feito por outros autores [42], levamos adiante a idéia de grade e modelamos os termos de susceptibilidades de ordem superior no processo de MQO, como anarmonicidades na grade de população. É importante salientar que mostramos que a grade de população, mesmo saturada, pode ser transferida espontaneamente, mantendo sua anarmonicidade característica. Outro experimento onde a visão de *grade* foi importante, foi a MQO numa ressonância atômica que apresenta EIT. Nesse experimento mostramos que grades de população e de coerência levam a espectros de difração que apresentam ressonâncias estreitas em sistemas de dois níveis degenerados, devido a uma taxa pequena de relaxação no nível fundamental. Ainda assim, as ressonâncias estreitas só aparecem na MQO-QD quando a grade, seja ela de população ou de coerência, não é estacionária, i.e., um dos feixes que a forma, é o feixe da varredura espectral. A partir dos modelos que explicaram muito bem os espectros observados, em diferentes situações, ficou evidente que essas ressonâncias estreitas sofrem efeito da velocidade atômica, e são tão mais sensíveis ao movimento atômico, quanto mais estreitas forem. Entretanto, nossos estudos não conseguiram esclarecer a origem da taxa de relaxação no estado fundamental que usamos como parâmetro de ajuste, fixo em  $\gamma = 0,01\Gamma$  para todas as análises (capítulos 5 e 6). Não resta dúvida de que esse problema merece mais atenção, pois esse estudo pode evoluir para uma técnica espectroscópica de determinação de distribuição de velocidades em átomos frios.

Em sistemas com muitos níveis, a idéia de *grade* não facilita a visão da MQO. No capítulo 4, para estudar MQO-QD nos níveis de energia vestidos pelo campo de armadilhamento, tratamos os níveis de energia atômicos “pelados” como sendo simplesmente um sistema de dois níveis não-degenerados. Isso nos permitiu explicar o sinal de MQO nas frequências do ganho e da absorção de Mollow [104]. Ao tratar o sistema na base dos níveis vestidos, o número de níveis participantes no

processo passa de dois para quatro, enquanto o número de campos de luz participando do processo diminui. Devido aos vários níveis envolvidos, a visão de grades, ainda que possível, não simplifica a interpretação do problema. Pelo mesmo motivo, no capítulo 6, onde levamos em conta toda a diversidade Zeeman, não tentamos ver o problema da MQO com conjugação de fase, sob a óptica da difração em grades induzidas.

Em resumo, concluímos que em espectroscopia coerente de transições atômicas degeneradas, a inclusão dos subníveis Zeeman nos modelos é muito importante quando não há CPT (armadilhamento coerente de população); caso contrário, modelos simples, como Lambda e de dois níveis podem ser suficientes pra explicar os espectros observados. A transferência de população apenas por relaxação espontânea entre subsistemas diferentes é importante na determinação de formas de linha geradas por campos acoplados aos subsistemas. As ressonâncias estreitas em MQO com conjugação de fase, em sistemas de dois níveis degenerados que apresentam transparência eletromagneticamente induzida, podem ser atribuídas a difração em grades não-estacionárias de coerência e população induzidas no sistema, e suas larguras de linha são determinadas pelas relaxações lentas nos estados fundamentais. A presença de relaxações lentas na determinação das formas de linha faz com que, mesmo para o regime de baixas velocidades atômicas de uma armadilha magneto-óptica, a temperatura possa ser importante. Num sistema com absorção eletromagneticamente induzida, ressonâncias estreitas são observadas e têm a mesma origem. O estudo da relação entre ressonâncias estreitas e velocidades atômicas pode trazer informações tanto sobre as coerências Zeeman, quanto sobre a própria dinâmica da armadilha.



## Apêndice A

### Detalhes experimentais

Neste apêndice mostramos detalhes experimentais da geração das diversas frequências envolvidas no experimento, o diagrama geral de chaveamento dos feixes e campos envolvidos no experimento, e alguns diagramas de circuitos eletrônicos.

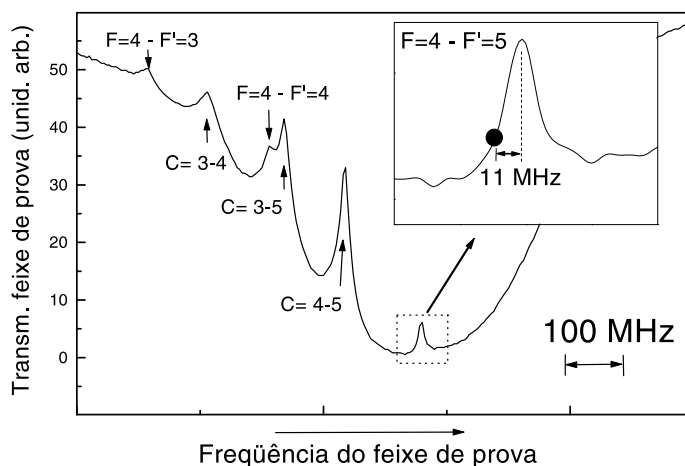


Figura A.1: Espectro de absorção saturada. É usado para sintonizar o laser de Tl:safira cerca de 11 MHz abaixo da frequência de ressonância atômica, conforme a posição mostrada no detalhe. Os picos representam as ressonâncias atômicas, exceto  $C=3-4$ ,  $C=3-5$  e  $C=4-5$ , que são artificiais (cross-overs), resultantes da técnica de absorção saturada.

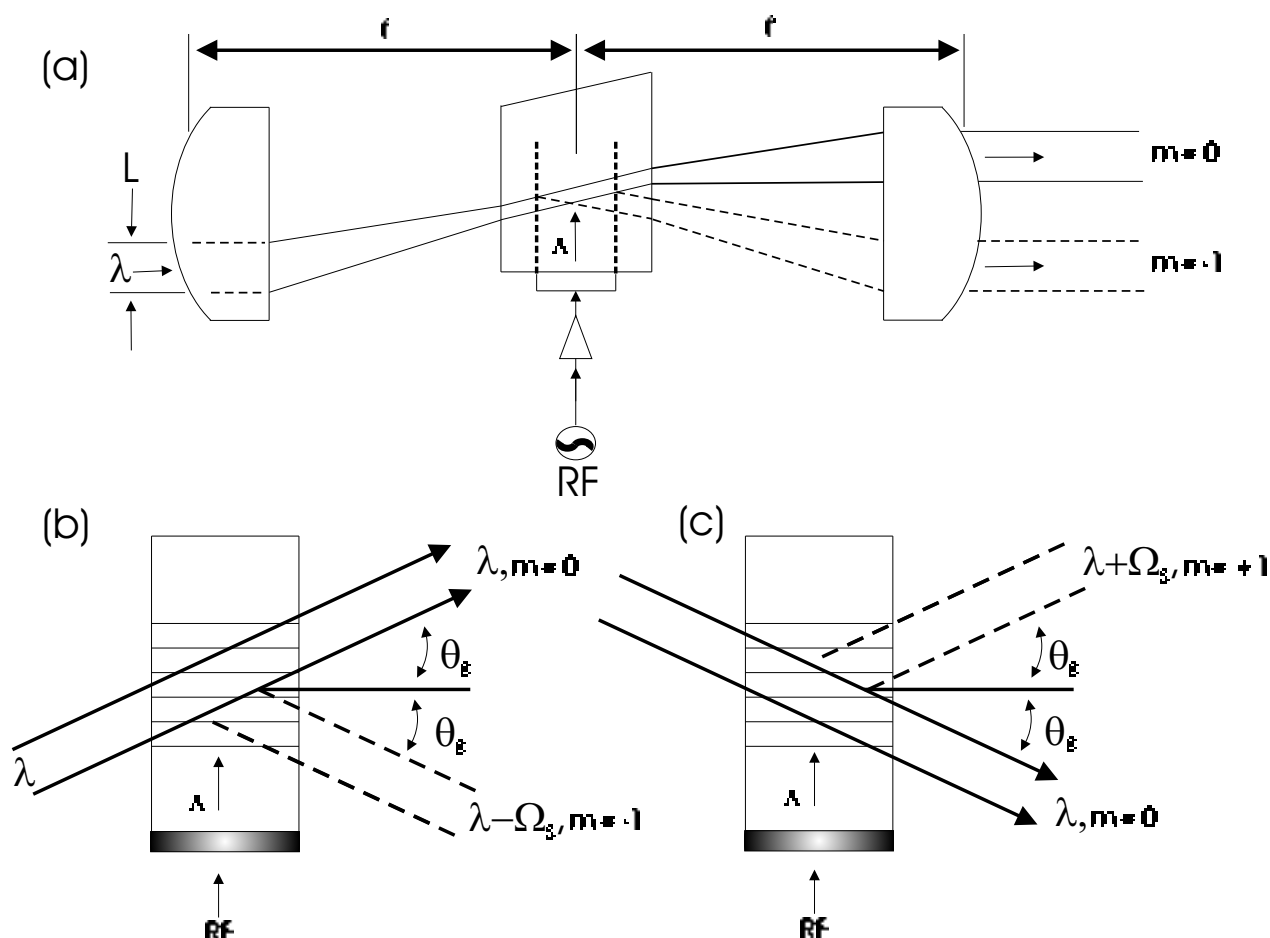


Figura A.2: Detalhes da configuração de entrada e saída dos feixes num MIO. (a) Telescópio para focalizar o feixe. (b) Configuração para o feixe difratado sair com uma frequência  $\omega_\lambda - \Omega_g$ , onde  $\omega_\lambda$  é a frequência do feixe de luz incidente, e  $\Omega_g$ . (c) Configuração para somar a frequência da onda acústica à frequência da luz incidente no MIO. O alinhamento ângulo  $\theta_g$  é crítico para que se obtenha a eficiência máxima de difração ( $\lesssim 70\%$ ).

### A.1 O laser de Ti:Safira

É o principal laser em nossos experimentos, pois gera os feixes de armadilhamento e outros. O laser de Ti:safira é bombeado por um laser de argônio, e gera cerca de 0,5 W c.w. em 862 nm. Para visualizar a sintonização do laser de Ti:safira em relação às transições atômicas, usamos uma absorção saturada numa célula de césio a pressão normal e temperatura ambiente [47, 139]. O espectro de absorção saturada correspondente está mostrado na Fig. A.1.

## A.2 Funcionamento de um modulador acusto-óptico

Moduladores acusto-ópticos (MAO) são utilizados para mudar a frequência de um feixe laser de forma controlada. O ruído de fase introduzido na o feixe alterado pelo MAO é muito pequeno (equivalente a uma largura de linha menor que 1 kHz, em geral, limitado pela largura de linha do gerador de RF que controla o MAO).

Um MAO opera através de difração Bragg do feixe incidente numa onda acústica viajante criada num cristal transparente por um transdutor de VHF. O sinal óptico difratado é proporcional à potência do feixe acústico, e tem sua frequência somada ou subtraída da frequência de RF injetada no MAO. Cada MAO é projetado para funcionar numa determinada faixa de frequência (70 a 150 MHz, por exemplo). Fora dessa faixa, ele perde a eficiência. Na verdade o espectro de potência difratada de um MAO, como função da frequência de RF injetada não é constante, mas varia em até cerca de 50% para varreduras de cerca de 50 MHz. Essa eficiência é extremamente dependente do alinhamento dos feixes. Curvas experimentais obtidas através do uso de um MAO na varredura de frequência, podem precisar ser normalizadas pelo espectro de eficiência do MAO. Tipicamente, os MAO's são projetados para funcionar com feixes focalizados com cinturas do ordem de poucas centenas de micrômetros. Assim, utilizam-se telescópios como o da Fig. A.2(a).  $m$  é a ordem de difração. O feixe  $m = 0$  é o feixe não difratado.

Há vários modelos de MAO's, que no conjunto cobrem a faixa de frequências que começa com  $\Omega_0$  igual a algumas dezenas de MHz e vai até cerca de 2 GHz.

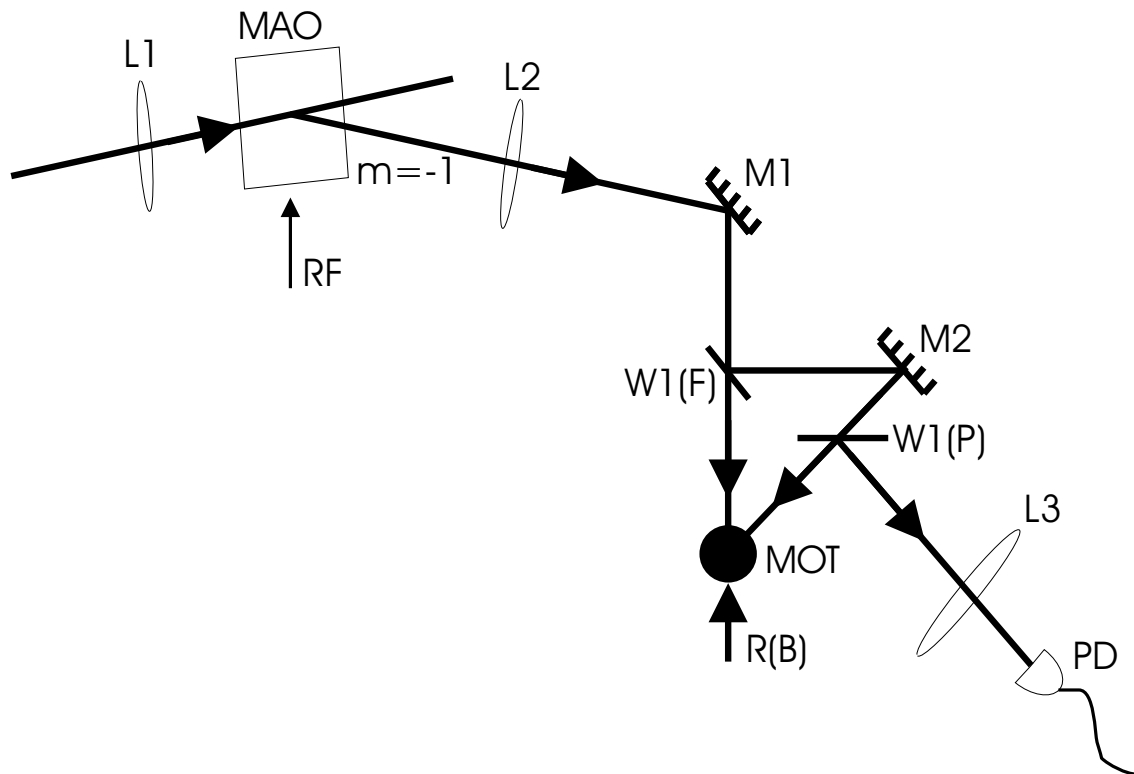


Figura A.3: Esquema de chaveamento dos feixes de escrita da grade de população do experimento de velocimetria do capítulo 3.

### A.3 Chaveamento dos feixes no experimento de velocimetria do capítulo 3

Nesse experimento são utilizados lasers de diodo independentes para a escrita e a leitura da grade de população. Os lasers de diodo são estabilizados em corrente e temperatura, e têm suas larguras de linha estreitadas por uma cavidade externa com grade de difração na configuração Littrow [10, 94, 139]. Enquanto o laser de leitura é mantido permanentemente ligado, os feixes de escrita são chaveados por um modulador acusto-óptico (MAO) cuja fonte de RF é chaveada por uma onda retangular. Os tempos de subida/descida de um MAO são da ordem de dezenas de nanossegundos.

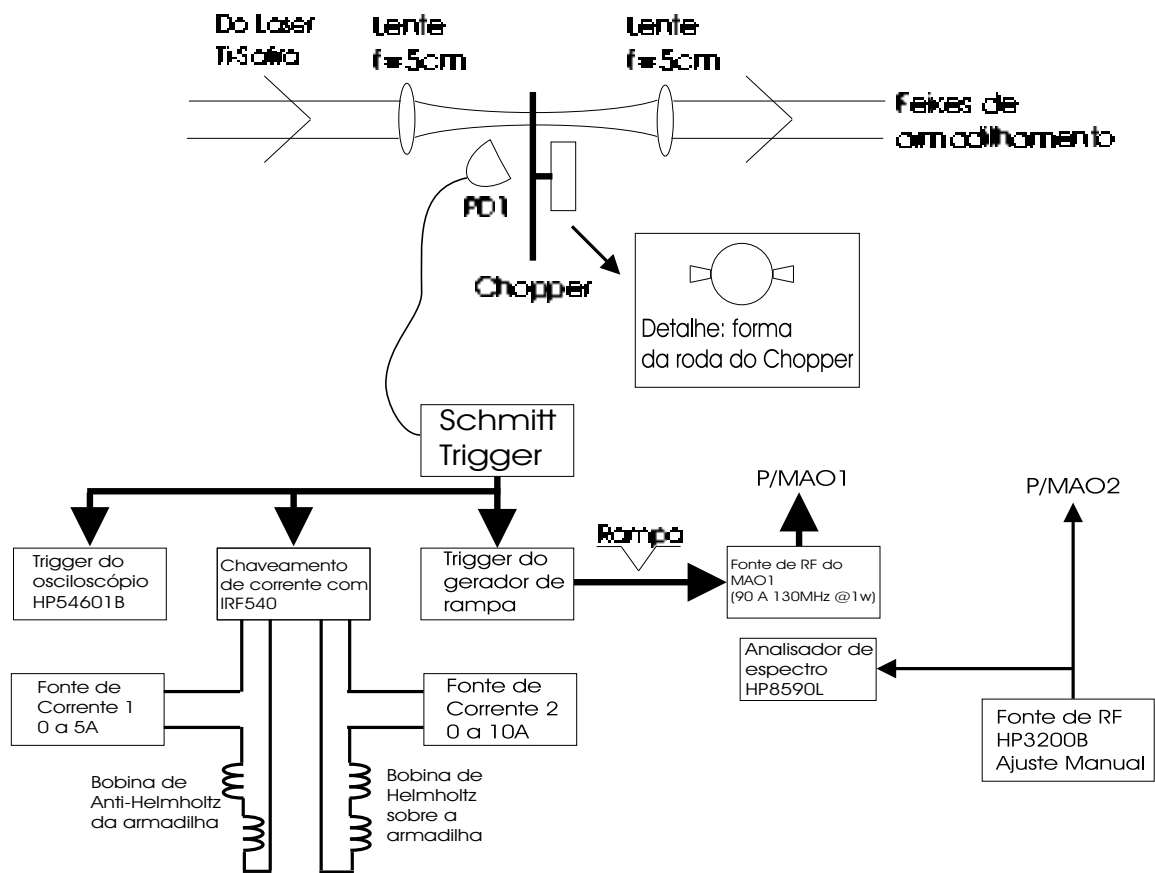


Figura A.4: Chaveamento dos feixes e campos magnéticos de armadilhamento e esquema de varredura espectral, usados nos capítulos 5 e 6.

### A.4 Chaveamento dos campos controlado pelo *chopper*

Nos experimentos descritos nos capítulos 5 e 6, os campos de luz da armadilha são bloqueados por um *chopper* mecânico, conforme a Fig. A.4. Quando a roda do *chopper* interrompe o feixe de armadilhamento, a luz refletida nela ilumina o fotodiodo PD1, a saída Schmitt-trigger passa de nível zero para um e dispara a varredura da rampa de tensão que controla o oscilador controlado por tensão (VCO) da fonte de RF do modulador acusto-óptico MAO1; ao mesmo tempo o circuito chaveador de corrente desliga o campo magnético de anti-Helmholtz e pode também aplicar um campo magnético constante na armadilha. A frequência do modulador acusto-óptico MAO2 é controlada manualmente e verificada com um analisador de espectro.

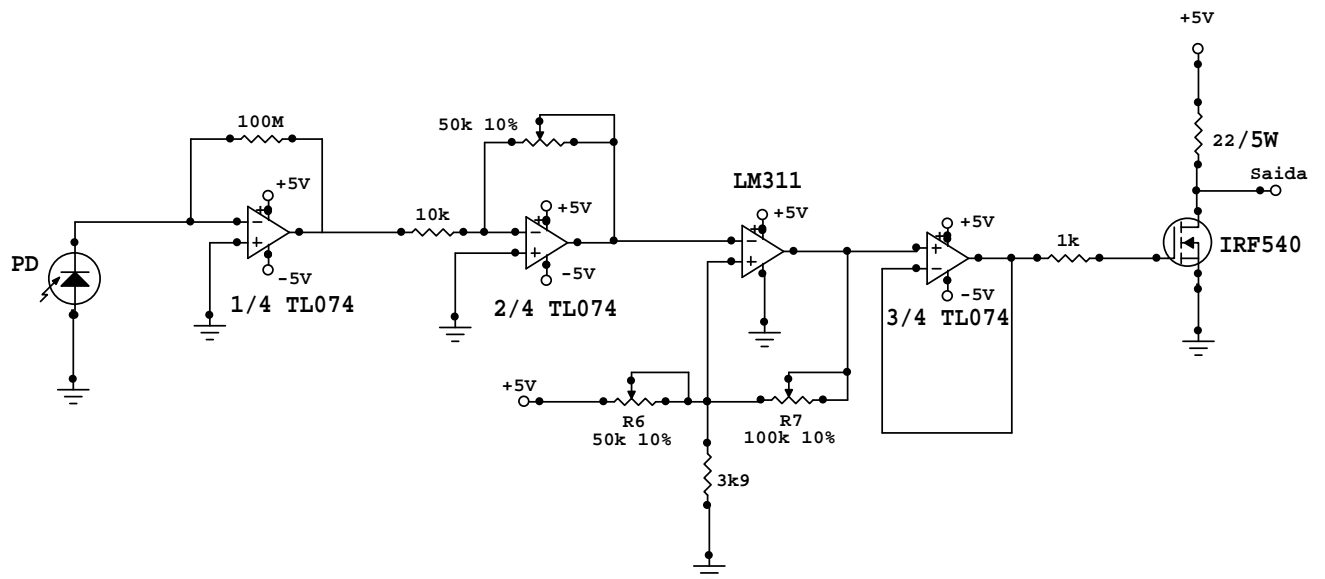


Figura A.5: Circuito Schmitt-trigger. Transforma o sinal ruidoso de claro/escuro proveniente do fotodiodo PD, numa onda retangular. As voltagens limiares para a saída passar para nível baixo e para nível alto são reguladas independentemente nos resistores R6 e R7. Isso permite uma histerese na subida e na descida do sinal eliminando flutuações espúrias.

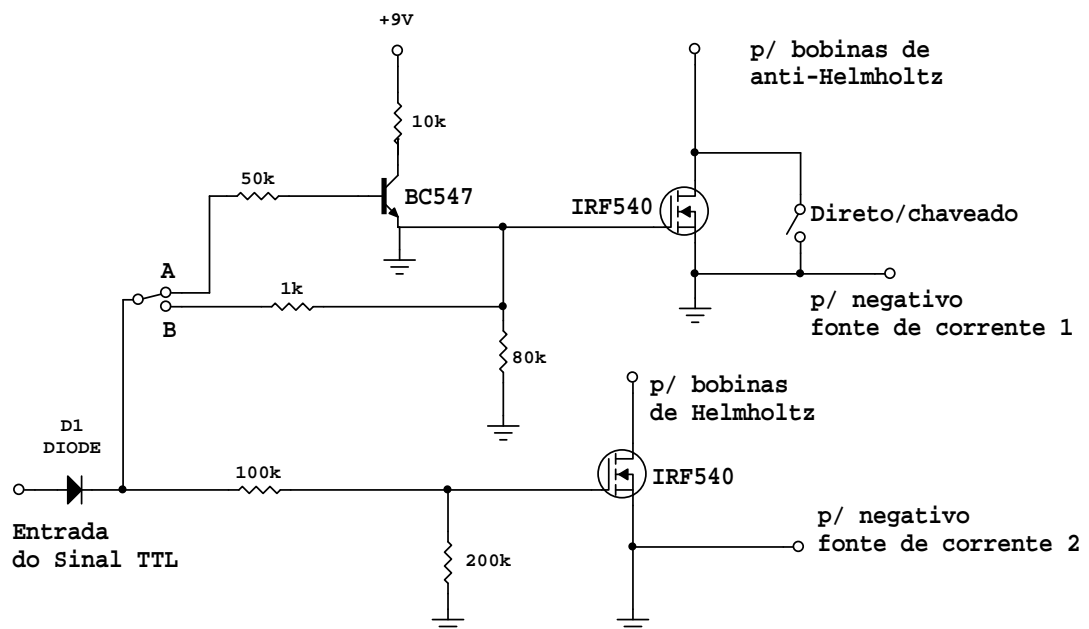


Figura A.6: Circuito chaveador dos campos magnéticos. Os MOSFET de potência chaveiam a corrente das bobinas. São controlados por voltagem e têm lógica positiva.

## A.5 Moduladores acusto-ópticos para espectroscopia coerente da transição $F = 4 \rightarrow F' = 4$ [Fig. A.7]

Nesse experimento, os feixes de frequência fixa são proporcionados pelo MAO1, cuja fonte de RF é ajustada manualmente. O feixe de varredura é proporcionado pelo MAO2, que abaixa a frequência em cerca de 120 MHz na primeira passagem pelo modulador. O feixe de ordem de difração  $m=0$  não sofre deflexão enquanto o espectro é varrido, enquanto o feixe de ordem  $m = -1$  “dança” na face do espelho esférico cuja distância focal é igual à distância do espelho ao centro do MAO. Após passar novamente pelo MAO2, voltando, a ordem de difração  $m' = -1$  do feixe  $m = -1$  é a que fica estável, enquanto a ordem zero de difração é a que “dança”. Na prática, quando há desalinhamentos ou a distância focal do espelho não está correta, mesmo o feixe em  $\omega_L - 2RF2$  “dança” um pouco. Esse efeito é minimizado com um bom ajuste e alinhamento.

A configuração “dupla passagem” permite a obtenção de um feixe com frequência deslocada de duas vezes a RF aplicada ao MAO, com a principal vantagem desse feixe ter sua direção de propagação independente do valor da RF aplicada. (Feixe não “dança” enquanto a RF é varrida.)

## A.6 Circuito do detetor rápido [Fig. A.8]

Usamos um fotodiodo inversamente polarizado, para diminuir sua capacitância intrínseca e torná-lo mais rápido. Por outro lado, isso faz cair seu nível de sinal. Para amplificar o nível de sinal de forma que pudesse ser medido diretamente num osciloscópio, usamos um amplificador operacional de baixo ruído. A escolha dos valores do capacitor  $C_F$  e do resistor  $R$  é feita com base num compromisso entre tempo de subida desse sistema de fotodiodo e nível de sinal de saída. O tempo de subida ou descida do sinal diminui quando o produto  $RC_F$  diminui. O capacitor  $C_F$  serve para evitar *overshoot* e o resistor  $R$  controla o ganho. Tipicamente  $R$  é da ordem de centenas de kilohm, e  $C_F$  é de alguns pF. O amplificador operacional deve ter banda passante grande e baixo ruído, como o OP37 (GBW=63 MHz,  $i_n=0,4nA/\sqrt{Hz}$ ).

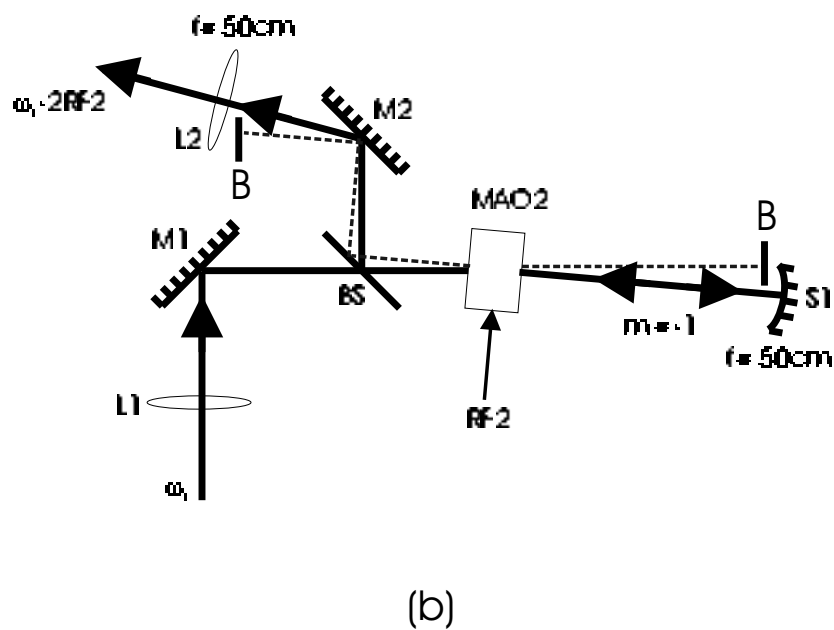
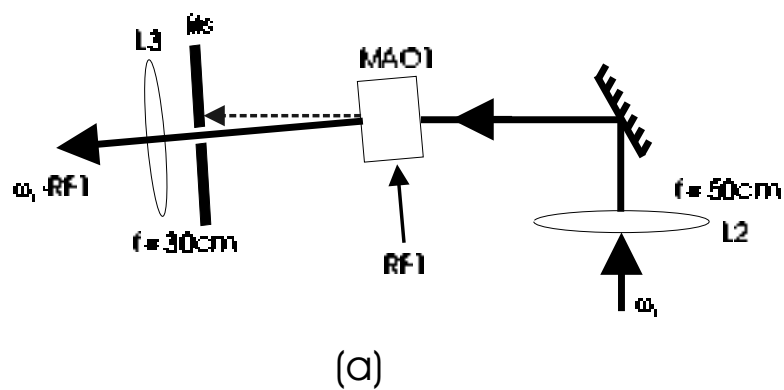


Figura A.7: (a) O MAO1 abaixa a frequência do laser de Tisafira por cerca de 240 MHz (RF1). (b) O MAO2 abaixa a frequência do laser de Tisafira por cerca de 120 MHz em cada passagem. O espelho esférico permite a dupla passagem. B são bloqueadores de feixes.



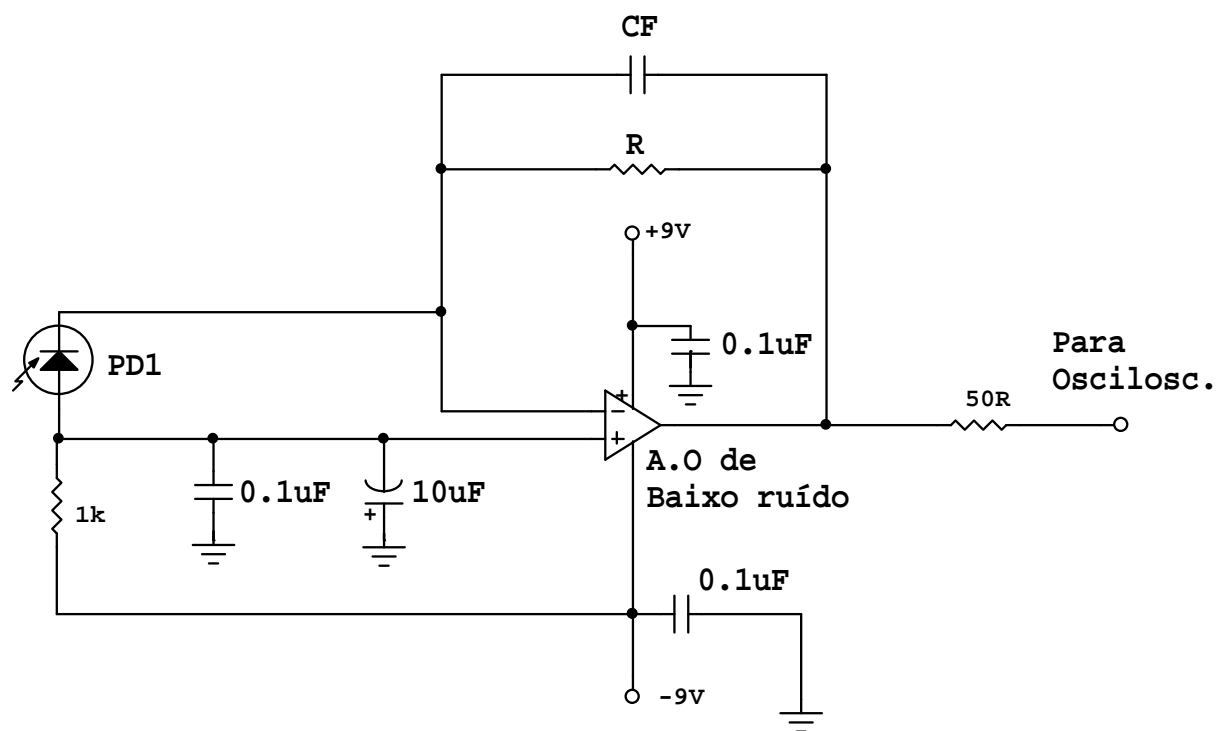


Figura A.8: Circuito amplificador de fotodiodo polarizado. Ver texto.

## Apêndice B

# Cálculo do sinal difratado na grade de população transferida

Neste apêndice, mostramos detalhes do cálculo da MQO no sistema de níveis onde observamos difração numa grade de população transferida. A discussão do problema físico encontra-se no Capítulo 3. Aproveitamos este apêndice para mostrar vários detalhes da técnica perturbativa que é utilizada em vários outros pontos desta tese. O diagrama de níveis, bem como os acoplamentos dos campos estão mostrados na Fig. B.1. A idéia do cálculo é a seguinte. Os feixes  $F$  e  $P$  da MQO estão acoplados na transição  $|a\rangle \rightarrow |b\rangle$ . Conforme discutido no capítulo 4, consideramos os campos dos feixes  $F$  e  $P$  como um único campo modulado espacialmente (grade de campo elétrico), que escreve uma grade de população. Assim, na transição  $|a\rangle \rightarrow |b\rangle$  o problema se resume a um único campo acoplado, o que pode ser resolvido exatamente para intensidades arbitrárias do campo [15]. Esse sistema está acoplado por relaxações espontâneas ao sistema  $|c\rangle - |d\rangle - |e\rangle$ . A grade de população decai espontaneamente do nível  $|b\rangle$  para o nível  $|c\rangle$ , que está acoplado a dois campos: o campo do feixe de leitura  $B$  e o campo do feixe de bombeamento da armadilha. Para simplificar o problema, consideramos o feixe de bombeamento como um bombeamento incoerente. Isso pode ser justificado pelo fato de os sistemas  $|a\rangle - |b\rangle$  e  $|c\rangle - |d\rangle - |e\rangle$  estarem acoplados incoerentemente. O campo  $E_B$ , que está acoplado na transição cíclica  $|c\rangle - |e\rangle$ , e difrata na grade de população transferida, é considerado fraco e tratado em primeira ordem de perturbação. Assim supõe-se que o nível  $|e\rangle$  nunca é populado.

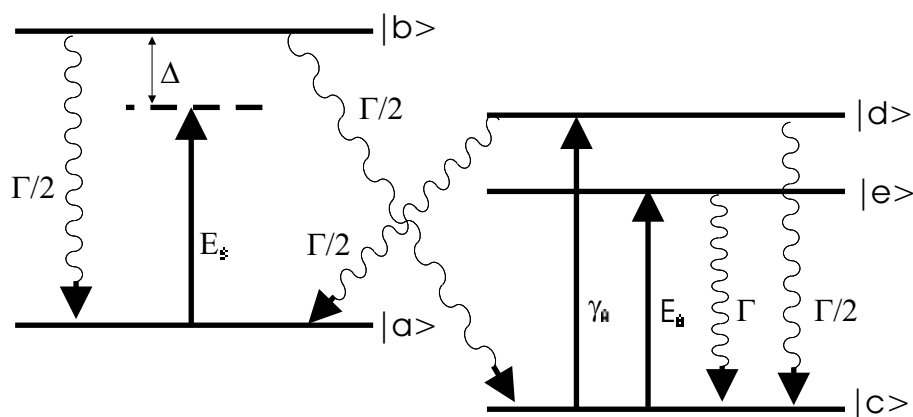


Figura B.1: Sistema de níveis e respectivos campos acoplados, que dão origem ao sinal de difração na grade de população transferida. Os níveis aqui representados, se relacionam com o diagrama de níveis da Fig. 3.2(a), do capítulo 3, da seguinte forma:  $|a\rangle \Rightarrow (F = 4)$ ;  $|b\rangle \Rightarrow (F' = 4)$ ;  $|c\rangle \Rightarrow (F = 3)$ ;  $|d\rangle \Rightarrow (F' = 3)$ ;  $|e\rangle \Rightarrow (F = 2)$ ; da linha  $D_2$  do Cs  $E_g$  representa a superposição dos campos de escrita da grade,  $\gamma_R$  representa a taxa de rebombamento associada ao laser de rebombeio, tratado aqui de forma incoerente, e  $E_R$  representa o campo de leitura da grade transferida.  $\Gamma$  é o tempo de vida do estado excitado que é igual para todos os subníveis hiperfinos em consideração. Os decaimentos das coerências  $\Gamma_{ab}$ ,  $\Gamma_{cd}$  e  $\Gamma_{ce}$  não estão mostrados na figura, mas supomos serem iguais a  $\Gamma/2$ .

## B.1 Equações de matriz densidade do Sistema

As equações de movimento da matriz densidade do sistema são escritas explicitamente (ainda sem usar a aproximação da onda girante) como:

$$\dot{\rho}_{bb} = -\Gamma\rho_{bb} + i(\Omega_S(t)\rho_{ab} - \Omega_S^*(t)\rho_{ab}^*) \quad (\text{B.1})$$

$$\dot{\rho}_{ab} = (-\Gamma_{ab} + i\omega_1)\rho_{ab} + i\Omega_S(t)(\rho_{bb} - \rho_{aa}) \quad (\text{B.2})$$

$$\dot{\rho}_{ba} = (-\Gamma_{ab} - i\omega_1)\rho_{ba} - i\Omega_S^*(t)(\rho_{bb} - \rho_{aa}) \quad (\text{B.3})$$

$$\dot{\rho}_{aa} = \frac{\Gamma}{2}\rho_{bb} + \frac{\Gamma}{2}\rho_{dd} - i(\Omega_S(t)\rho_{ab} - \Omega_S^*(t)\rho_{ba}) \quad (\text{B.4})$$

$$\dot{\rho}_{dd} = -\Gamma\rho_{dd} + \gamma_R(\rho_{aa} - \rho_{dd}) \quad (\text{B.5})$$

$$\dot{\rho}_{ee} = -\Gamma\rho_{ee} + i(\Omega_B(t)\rho_{ce} - \Omega_B^*(t)\rho_{ce}^*) \quad (\text{B.6})$$

$$\dot{\rho}_{ce} = (-\Gamma_{ce} + i\omega_2)\rho_{ce} + i\Omega_B(t)(\rho_{ee} - \rho_{cc}) \quad (\text{B.7})$$

$$\dot{\rho}_{ec} = (-\Gamma_{ce} - i\omega_2)\rho_{ec} - i\Omega_B^*(t)(\rho_{ee} - \rho_{cc}) \quad (\text{B.8})$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{cc} = & \frac{\Gamma}{2}\rho_{bb} + \Gamma\rho_{ee} + \frac{\Gamma}{2}\rho_{dd} - i(\Omega_B(t)\rho_{ce} - \Omega_B^*(t)\rho_{ec}) - \\ & \gamma_R(\rho_{cc} - \rho_{dd}) \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

$$\rho_{aa} + \rho_{bb} + \rho_{cc} + \rho_{dd} + \rho_{ee} = 1 \quad (\text{B.10})$$

onde:

$\Omega_j(t) = \frac{\mu E_j}{2\hbar} (e^{i(\omega_j t - \vec{k}\vec{r})} + e^{-i(\omega_j t - \vec{k}\vec{r})})$ ,  $j = S, B$ , são frequências de Rabi.  $\omega_1$  e  $\omega_2$ , são respectivamente as frequências de ressonância das transições  $|a\rangle - |b\rangle$  e  $|c\rangle - |e\rangle$ . Não existe coerência entre os níveis  $|c\rangle - |d\rangle$  porque estão acoplados por um bombeamento incoerente, no limite de equações de taxa.

As Eqs. (B.1) a (B.10) não são todas L.I., mas apenas nove delas o são. Como podemos ver facilmente usando:

$$\dot{\rho}_{cc} = -\dot{\rho}_{aa} - \dot{\rho}_{bb} - \dot{\rho}_{dd} - \dot{\rho}_{ee} \quad (\text{B.11})$$

A solução imediata das Eqs. (B.1) a (B.10) por onda girante não é possível porque as coerências não giram nem com  $\Omega_S$ , nem com  $\Omega_B$ . Assim, vamos resolver o sistema usando uma técnica perturbativa desenvolvida por Bloembergen e Shen para tratar esses casos [15]. Convém lembrar que essa técnica é a mais usada na solução de problemas de matriz densidade, quando há vários campos acoplados com níveis comuns. Faremos a solução correta em todas as ordens  $\Omega_S$  e, subsequentemente,

introduziremos  $\Omega_B$  em 1ª ordem da perturbação. Para nossos propósitos, a técnica pela que se faça o seguinte:

1. Resolver a matriz densidade para  $\Omega_B = 0$ , usando a aproximação da onda girante (RWA) e da envoltória que varia lentamente (SVEA).
2. Introduzir  $\Omega_B$  ( perturbação linear) e calcular  $\rho_{ee}$  na RWA e SVEA, usando para isso as populações  $\rho_{ee}$  e  $\rho_{ee}$  calculadas no item 1.

$\rho_{ee}$  calculado no item 2 é válido para  $\Omega_B$  desprezivelmente pequeno.

## B.2 Solução em ordem zero em $\Omega_B$

Para  $\Omega_B = 0$ , o sistema de Eqs. (B.1) a (B.10), fica escrito como:

$$\dot{\rho}_{bb} = -\Gamma\rho_{bb} + i\Omega_S(t)(\Omega_S(t)\rho_{ab} - \Omega_S^*(t)\rho_{ab}^*), \quad (\text{B.12})$$

$$\dot{\rho}_{ab} = (-\Gamma_{ab} + i\omega_1)\rho_{ab} + \mathcal{K}\Omega_S(t)(\rho_{bb} - \rho_{aa}), \quad (\text{B.13})$$

$$\dot{\rho}_{ba} = (-\Gamma_{ab} - i\omega_1)\rho_{ba} - \mathcal{K}\Omega_S^*(t)(\rho_{bb} - \rho_{aa}), \quad (\text{B.14})$$

$$\dot{\rho}_{aa} = \frac{\Gamma}{2}\rho_{bb} + \frac{\Gamma}{2}\rho_{dd} - i(\Omega_S(t)\rho_{ab} - \Omega_S^*(t)\rho_{ba}), \quad (\text{B.15})$$

$$\rho_{ee} = 0, \quad (\text{B.16})$$

$$\rho_{ee} = 0, \quad (\text{B.17})$$

$$\rho_{aa} + \rho_{bb} + \rho_{ee} + \rho_{dd} = 1. \quad (\text{B.18})$$

Usando as aproximações da onda girante (RWA) e da envoltória que varia lentamente (SVEA), escrevemos:

$$\rho_{aa} = \sigma_{aa}, \quad \rho_{bb} = \sigma_{bb}, \quad (\text{B.19})$$

$$\rho_{ab} = \sigma_{ab}e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{x})}, \quad \dot{\rho}_{ab} = (i\omega - i\vec{k} \cdot \vec{v})\sigma_{ab}e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{x})}, \quad (\text{B.20})$$

$$\rho_{ba} = \sigma_{ba}e^{-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{x})}. \quad (\text{B.21})$$

As populações são constantes de movimento enquanto as coerências oscilam com frequências ópticas. O campo saturante é dado por

$$\Omega_S(t) = \Omega_S e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{x})} + c.c. \quad (\text{B.22})$$

Ao substituírmos as Eqs. B.22 e B.20, na Eq. B.12, temos que a parte complexo conjugada de  $\Omega_g$ , quando multiplicada por  $\rho_{ab}$  da Eq. B.20, terá um termo que oscila aproximadamente na frequência  $2\omega$ . Como supomos que as populações são constantes, o termo complexo conjugado do campo  $\Omega_g(t)$  é desprezado. Nessa aproximação, uma vez escolhido  $\rho_{ab}$  com frequência positiva como na Eq. B.20, o sinal da frequência do campo  $\Omega_g(t)$  fica automaticamente estabelecido como positivo e o termo negativo (complexo conjugado) é desprezado. Por outro lado, o sinal do argumento da exponencial da Eq. B.20 foi definido de tal forma que  $\rho_{ab}$  na Eq. B.13 não tivesse denominadores não ressonantes. Essa é a aproximação da onda girante (RWA), que consiste em se desprezar os denominadores não ressonantes.

Fazendo as devidas substituições das Eqs. B.19 a B.21, nas Eqs. B.12 a B.18, atentando para não incluir termos não ressonantes, temos:

$$-\Gamma\sigma_{bb} + i\Omega_g(\sigma_{ab} - \sigma_{ba}) = 0, \quad (\text{B.23})$$

$$i(\omega - \vec{k} \cdot \vec{v})\sigma_{ab}e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{x})} = (-\Gamma_{ab} + i\omega_1)\rho_{ab}e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{x})} + i\Omega_g e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{x})}(\sigma_{bb} - \sigma_{aa}), \quad (\text{B.24})$$

$$\Gamma/2(\sigma_{bb} + \sigma_{aa}) - i\Omega_g(\sigma_{ab} - \sigma_{ba}) = 0, \quad (\text{B.25})$$

$$\sigma_{aa} + \sigma_{bb} + \sigma_{cc} + \sigma_{dd} = 1. \quad (\text{B.26})$$

Donde tiramos:

$$\sigma_{ab} = i\Omega_g \frac{\sigma_{bb} - \sigma_{aa}}{\Delta}, \quad (\text{B.27})$$

onde  $\Delta = i(\omega - \omega_1 - \vec{k} \cdot \vec{v}) + \Gamma_{ab}$ .

$$\sigma_{cc} = \left(1 + \frac{\Gamma}{\gamma_R}\right)\sigma_{bb}, \quad (\text{B.28})$$

$$\sigma_{dd} = \frac{\gamma_R\sigma_{cc} - \frac{\Gamma}{2}\sigma_{bb}}{\left(\frac{\Gamma}{2} + \gamma_R\right)}, \quad (\text{B.29})$$

$$\sigma_{cc} \left(\frac{1}{1 + \frac{\Gamma}{\gamma_R}} + 1\right) = 1 - \sigma_{aa} - \sigma_{bb}. \quad (\text{B.30})$$

Usando as relações acima, obtemos,

$$\sigma_{cc} = \left(1 + \frac{\Gamma}{\gamma_R}\right) \frac{2\Omega_g^2\Gamma_{ab}\gamma_R}{\Gamma\gamma_R|\Delta|^2 + 2\Omega_g^2\Gamma_{ab}(\Gamma + 4\gamma_R)}. \quad (\text{B.31})$$

### B.3 Introdução do campo $\Omega_B$ em primeira ordem

Agora vamos introduzir  $\Omega_B$  em 1ª ordem. Nessa ordem,  $\sigma_{ee} = 0$ . Temos então que:

$$\rho_{ee} = -i\Omega_B \frac{\sigma_{ee}}{[\Gamma_{ee} + i(\omega - \omega_2 - \vec{k} \cdot \vec{v})]}. \quad (\text{B.32})$$

No nosso problema em particular,  $\Omega_B$  e  $\omega - \omega_2$  são parâmetros fixos. Portanto, vemos a partir da Eq. B.32 que  $\rho_{ee} \propto \sigma_{ee}$  e escrevemos:

$$\rho_{ee} \propto \left(1 + \frac{\Gamma}{\gamma_R}\right) \frac{2\Omega_B^2 \Gamma_{ab}}{\Gamma[(\omega - \omega_1 - \vec{k} \cdot \vec{v})^2 + \Gamma_{ab}^2] + 2\Omega_B^2 \Gamma_{ab} \left(\frac{\Gamma}{\gamma_R} + 4\right)}. \quad (\text{B.33})$$

No limite em que  $\gamma_R \gg \Gamma$ ,

$$\rho_{ee} \Big|_{\gamma_R \gg \Gamma} \propto \frac{2\Omega_B^2 \Gamma_{ab}}{\Gamma|\Delta|^2 + 8\Omega_B^2 \Gamma_{ab}}. \quad (\text{B.34})$$

Podemos ainda observar, que quando  $\Omega_B \gg \Gamma$  e  $\Delta = 0$ ,  $\rho_{aa} = \rho_{bb} = \rho_{cc} = \rho_{dd} = 1/4$ , *i.e.*, no limite de altas intensidades dos campos acoplados, as populações dos estados fundamental e excitado de cada um dos sistemas de dois níveis,  $|a\rangle - |b\rangle$  e  $|c\rangle - |d\rangle$ , são iguais. Isso já era esperado [19].

No Capítulo 3 usamos  $\delta$  para representar a dessintonia que aqui representamos por  $\Delta$ .

## Apêndice C

# MQO nos níveis vestidos

Neste apêndice daremos os detalhes do cálculo da solução perturbativa da MQO nos níveis vestidos de energia, referentes ao capítulo 4.

Vamos resolver a equação de Liouville em primeira ordem em cada um dos três campos da MQO de que trata o capítulo 4. Partindo da hamiltoniano:

$$H = \hbar \begin{pmatrix} 0 & 0 & V_{ac} & V_{ad} \\ 0 & \omega_{ab} & V_{bc} & V_{bd} \\ V_{ca} & V_{cb} & \omega_{ac} & 0 \\ V_{da} & V_{db} & 0 & \omega_{ad} \end{pmatrix}, \quad (\text{C.1})$$

onde  $V_{ij}$  são as frequências de Rabi que levam em conta o termo oscilatório no tempo:

$$V_{ij} = \tilde{V}_{ij} \exp(i\omega_{ij}t), \quad (\text{C.2})$$

$$\tilde{V}_{ij} = -\frac{\mu_{ij}E_{ij}}{2\hbar}. \quad (\text{C.3})$$

Queremos encontrar  $\rho_{ad}$ . Temos da Eq. de Liouville, que o termo correspondente a  $\rho_{ad}$  é dado por:

$$\dot{\rho}_{ad} = -i\omega_{ad}\rho_{ad} - \gamma_{ad}\rho_{ad} - i[V_{ac}\rho_{ad} + V_{bd}\rho_{ad} - V_{ad}\rho_{aa} - \rho_{ab}V_{bd}] \quad (\text{C.4})$$

O segundo termo do lado direito da igualdade é a relaxação introduzida *ad hoc*. Os demais termos vieram diretamente de  $\dot{\rho} = \frac{1}{i\hbar}[H, \rho]$ . Os termos  $V_{ad}$  e  $V_{da}$  serão desprezados em nosso cálculo porque no cálculo perturbativo só surgirão após o aparecimento do sinal  $\mathcal{E}$ . Nessa técnica de solução



perturbativa será a seguinte. Vamos expandir cada elemento da matriz densidade em uma série de Fourier da forma:

$$\rho_{ij} = \sum_{L,M,N} \tilde{\rho}_{ij}^{LMN} \exp(i\omega_{LMN} t), \quad (\text{C.5})$$

onde,  $\tilde{\rho}_{ij}^{LMN}$  são as amplitudes que variam lentamente no tempo em relação à frequência óptica, e correspondem às frequências  $\omega_{LMN} = L\omega_P + M\omega_p + N\omega_B$ , com  $L, M, N$  inteiros. A linha  $i$  no somatório indica que devemos somar somente uma vez frequências do tipo  $\omega_{LMN}$  ou  $-\omega_{LMN}$ , porque as energias em ambos os casos é a mesma.

O termo que nos interessa oscila com frequência:

$$\omega_g = \omega_P - \omega_p + \omega_B. \quad (\text{C.6})$$

Precisamos calcular  $\rho_{ad}^{(1, -1, 1)}$ , que vamos expressar como  $\rho_{ad}^{111}$  para simplificar a notação.

De acordo com a Eq. (C.5) temos:

$$\rho_{ad} = \tilde{\rho}_{ad}^{111} \exp[i(\omega_P - \omega_p + \omega_B)t]. \quad (\text{C.7})$$

Os termos que aparecem na Eq. (C.4) e satisfazem à equação Eq. (C.6) são:

$$\rho_{ad} = \tilde{\rho}_{ad}^{011} \exp[i(-\omega_P + \omega_B)t], \quad (\text{C.8})$$

$$\rho_{ab} = \tilde{\rho}_{ab}^{110} \exp[i(\omega_P - \omega_p)t]. \quad (\text{C.9})$$

De acordo com Eq. (C.3), temos:

$$V_{ae} = \tilde{V}_{ae} \exp(i\omega_P t), \quad (\text{C.10})$$

$$V_{bd} = \tilde{V}_{bd} \exp(i\omega_B t). \quad (\text{C.11})$$

Substituindo Eq. (C.7) até Eq. (C.11) na Eq. (C.4):

$$\begin{aligned} & \tilde{\rho}_{ad}^{111} \exp[i(\omega_P - \omega_p + \omega_B)t] (-i\omega_g + i\omega_{ad} + \gamma_{ad}) = \\ & -i \left[ \tilde{V}_{ae} \tilde{\rho}_{ad}^{011} \exp[i(\omega_P - \omega_p + \omega_B)t] - \tilde{V}_{bd} \tilde{\rho}_{ab}^{110} \exp[i(\omega_P - \omega_p + \omega_B)t] \right], \end{aligned} \quad (\text{C.12})$$

$$\rho_{ad}^{\bar{1}\bar{1}} = -\frac{i[\tilde{V}_{ac}\tilde{\rho}_{cd}^{\bar{0}\bar{1}} - \tilde{\rho}_{ab}^{\bar{1}\bar{0}}\tilde{V}_{bd}]}{[\gamma_{ad} - i(\omega_B - \omega_{ad})]}. \quad (\text{C.13})$$

Precisamos agora calcular  $\tilde{\rho}_{cd}^{\bar{0}\bar{1}}$  e  $\tilde{\rho}_{ab}^{\bar{1}\bar{0}}$ . Para  $\tilde{\rho}_{cd}^{\bar{0}\bar{1}}$ , temos:

$$\dot{\tilde{\rho}}_{cd} = -(\gamma_{cd} - i\Omega)\tilde{\rho}_{cd} + i[V_{cd}^{(B)}\tilde{\rho}_{cb} - V_{cb}^{(P)}\tilde{\rho}_{cd}]. \quad (\text{C.14})$$

Usando,

$$\tilde{\rho}_{cd} = \tilde{\rho}_{cb}^{\bar{0}\bar{1}} \exp[i(-\omega_P + \omega_B)t] = \tilde{\rho}_{cd}^{\bar{0}\bar{1}} \exp(i\Omega t), \quad (\text{C.15})$$

$$\tilde{\rho}_{cb} = \tilde{\rho}_{cb}^{\bar{0}\bar{1}\bar{0}} \exp(-i\omega_P t), \quad (\text{C.16})$$

$$\tilde{\rho}_{bd} = \tilde{\rho}_{bd}^{\bar{0}\bar{0}\bar{1}} \exp(i\omega_B t). \quad (\text{C.17})$$

E ainda,

$$V_{cd}^{(B)} = \tilde{V}_{cd} \exp(i\omega_B t), \quad (\text{C.18})$$

$$V_{cb}^{(P)} = \tilde{V}_{cb} \exp(-i\omega_P t). \quad (\text{C.19})$$

Obtemos:

$$\tilde{\rho}_{cd}^{\bar{0}\bar{1}} = \frac{i}{\gamma_{cd}} [V_{cd}^{(B)}\tilde{\rho}_{cb}^{\bar{0}\bar{1}\bar{0}} - V_{cb}^{(P)}\tilde{\rho}_{bd}^{\bar{0}\bar{0}\bar{1}}]. \quad (\text{C.20})$$

De modo análogo, para calcular  $\tilde{\rho}_{ab}^{\bar{1}\bar{0}}$  temos:

$$\dot{\tilde{\rho}}_{ab} = -(\gamma_{ab} - i\Omega)\tilde{\rho}_{ab} + \quad (\text{C.21})$$

$$i[V_{cb}^{(P)}\tilde{\rho}_{ac} + V_{db}\tilde{\rho}_{ad} - V_{ac}^{(B)}\tilde{\rho}_{cb} - V_{ad}^{(B)}\tilde{\rho}_{db}]. \quad (\text{C.22})$$

$$\tilde{\rho}_{ab} = \tilde{\rho}_{ab}^{\bar{1}\bar{1}\bar{0}} \exp(i\Omega t), \quad (\text{C.23})$$

$$\tilde{\rho}_{ac} = \tilde{\rho}_{ac}^{\bar{1}\bar{0}\bar{0}} \exp(i\Omega_P t), \quad (\text{C.24})$$

$$\tilde{\rho}_{cb} = \tilde{\rho}_{cb}^{\bar{0}\bar{1}\bar{0}} \exp(i\Omega_P t), \quad (\text{C.25})$$

$$V_{cb}^{(P)} = \tilde{V}_{cb} \exp(-i\omega_P t), \quad (\text{C.26})$$

$$V_{ac}^{(B)} = \tilde{V}_{ac}^{(B)} \exp(i\omega_P t). \quad (\text{C.27})$$

E desprezando os termos que dependem da presença do acoplamento  $V_{ad}$  que só existirá na presença do sinal, temos,

$$\tilde{\rho}_{ab}^{110} = \frac{i}{\gamma_{ab}} [V_{cb}^{(P)} \rho_{ac}^{100} - V_{ac}^{(P)} \tilde{\rho}_{cb}^{011}]. \quad (C.28)$$

Precisamos calcular ainda os termos  $\tilde{\rho}_{cb}^{010}$ ,  $\rho_{bd}^{101}$ ,  $\rho_{ac}^{100}$  que aparecem nas equações Eq. (C.20) e Eq. (C.28).

$$\dot{\rho}_{cb} = -i\omega_P \rho_{cb} - \gamma_{cb} \rho_{cb} - i(V_{ca}^{(P)} + V_{cb}^{(P)}) \rho_{bb} - iV_{cb}^{(P)} \rho_{cc} + V_{db}^{(B)} \rho_{cd}. \quad (C.29)$$

$\rho_{cb}$  e  $\rho_{cd}$  são zero na ordem de perturbação  $\rho_{cb}^{010}$ .

$$\begin{aligned} \rho_{cb} &= \tilde{\rho}_{cb}^{010} \exp(i\Omega_P t), \\ \rho_{bb}^{000} &= \text{constante}, \\ \rho_{cc}^{000} &= \text{constante}, \\ V_{cb}^{(P)} &= \tilde{V}_{cb}^{(P)} \exp(-i\omega_P t). \end{aligned} \quad (C.30)$$

Eq. (C.31) na Eq. (C.29), temos:

$$\tilde{\rho}_{cb}^{010} = -\frac{i}{\gamma_{cb}} \tilde{V}_{cb} (\rho_{bb}^{000} - \rho_{cc}^{000}). \quad (C.31)$$

De modo análogo:

$$\tilde{\rho}_{bd}^{101} = -\frac{i}{\gamma_{bd}} V_{bd} (\rho_{dd}^{000} - \rho_{bb}^{000}). \quad (C.32)$$

Cálculo de  $\rho_{ac}^{100}$ :

$$\dot{\rho}_{ac} = i\rho_{ac} \omega_{ca} - i(V_{ac}^{(P)} \rho_{cc} + V_{ad} - \rho_{aa} V_{ac}^{(P)} - V_{bc}^{(P)}) - \gamma_{ac} \rho_{ac}. \quad (C.33)$$

$$\rho_{ac} = \tilde{\rho}_{ac}^{100} \exp(i\Omega_P t),$$

$$V_{ac} = V_{ac}^{(P)} \exp(i\Omega_P t). \quad (C.34)$$

Substituindo a Eq. (C.34) na Eq. (C.33), temos:

$$\tilde{\rho}_{ac}^{100} = -\frac{i}{\gamma_{ac}} V_{ac} (\rho_{cc}^{000} - \rho_{aa}^{000}). \quad (C.35)$$

Usando Eq. (C.31) e Eq. (C.32) na Eq. (C.20):

$$\begin{aligned}\bar{\rho}_{ad}^{011} &= \frac{i}{\gamma_{ad}} \left[ V_{ad}^P \left( \frac{i}{\gamma_{ad}} \right) V_{cb}^P (\rho_{bb}^{000} - \rho_{cc}^{000}) - V_{cb}^P \left( -\frac{i}{\gamma_{ad}} \right) V_{ad}^P (\rho_{dd}^{000} - \rho_{bb}^{000}) \right], \\ \bar{\rho}_{ad}^{011} &= \frac{V_{ad}^P V_{cb}^P}{\gamma_{ad}} \left[ \frac{(\rho_{bb}^{000} - \rho_{cc}^{000})}{\gamma_{cb}} - \frac{(\rho_{dd}^{000} - \rho_{bb}^{000})}{\gamma_{ad}} \right].\end{aligned}\quad (\text{C.36})$$

Usando Eq. (C.31) e Eq. (C.35) na Eq. (C.28):

$$\begin{aligned}\bar{\rho}_{ab}^{110} &= \frac{i}{\gamma_{ab}} \left[ V_{cb}^P \left( \frac{-i}{\gamma_{ac}} \right) V_{ac}^P (\rho_{cc}^{000} - \rho_{aa}^{000}) - V_{ac}^P \left( -\frac{i}{\gamma_{ab}} \right) \tilde{V}_{cb} (\rho_{bb}^{000} - \rho_{cc}^{000}) \right], \\ \bar{\rho}_{ab}^{110} &= \frac{V_{cb}^P V_{ac}^P}{\gamma_{ab}} \left[ \frac{(\rho_{cc}^{000} - \rho_{aa}^{000})}{\gamma_{ac}} - \frac{(\rho_{bb}^{000} - \rho_{cc}^{000})}{\gamma_{cb}} \right].\end{aligned}\quad (\text{C.37})$$

Substituindo as equações Eq. (C.36) e Eq. (C.37) na eq. (C.13):

$$\rho_{ad}^{111} = -\frac{i}{\gamma_{ab}} \tilde{V}_{ac} \tilde{V}_{ad} \tilde{V}_{cb} \left[ \frac{\rho_{bb}^{000} - \rho_{cc}^{000}}{\rho_{ad} \rho_{cb}} - \frac{\rho_{bb}^{000} - \rho_{cc}^{000}}{\rho_{ab} \rho_{cb}} \right].\quad (\text{C.38})$$

Considerando que  $\rho_{aa} = \rho_{cc}$  e que  $\rho_{bb} = \rho_{dd}$ :

$$\rho_{ad}^{111} = -\frac{i}{\gamma_{ad}} \tilde{V}_{ac} \tilde{V}_{ad} \tilde{V}_{cb} \left[ \left( \frac{1}{\gamma_{ad} \gamma_{cb}} + \frac{1}{\gamma_{ab} \gamma_{cb}} \right) (\rho_{bb}^{000} - \rho_{cc}^{000}) \right].\quad (\text{C.39})$$

Usando a definição da Eq. (C.3), temos:

$$\rho_{ad}^{111} = \frac{i}{\gamma_{ad}} \left( -\frac{1}{8\hbar^3} \right) \tilde{\mathcal{E}}_P \tilde{\mathcal{E}}_B \tilde{\mathcal{E}}_P \frac{(\mu_{ac} \mu_{ad} \mu_{cb} \mu_{cb})}{\gamma_{ad} \gamma_{cb}} \left[ \frac{1}{\gamma_{cb}} \left( \frac{1}{\gamma_{ad}} + \frac{1}{\gamma_{ab}} \right) (\rho_{bb}^{000} - \rho_{cc}^{000}) \right].\quad (\text{C.40})$$

A polarização na frequência do sinal ( $\omega_s = \omega_p - \omega_p + \omega_B$ )

$$P = \frac{i}{8\hbar^3} \tilde{\mathcal{E}}_P \tilde{\mathcal{E}}_B \tilde{\mathcal{E}}_P \frac{(\mu_{ac} \mu_{ad} \mu_{cb} \mu_{cb})}{\gamma_{ad} \gamma_{cb}} \left( \frac{1}{\gamma_{ad}} + \frac{1}{\gamma_{ab}} \right) (\rho_{bb}^{000} - \rho_{cc}^{000}).\quad (\text{C.41})$$

Lembramos aqui que na aproximação da onda girante no cálculo de  $T\tau(\hat{\mu}\hat{p})$ , a parte complexa conjugada não deve ser levada em consideração, porque nos campos a parte complexa conjugada também está sendo desprezada. Assim o sinal de MQO é proporcional a  $|\rho_{ad}|^2$ , no problema tratado neste apêndice.

## Apêndice D

# Elementos de matriz de dipolo de sistemas de dois níveis com degenerescência Zeeman

### D.1 O tensor momento de dipolo

Desprezando os decaimentos radiativos, a hamiltoniana de interação de um átomo com um campo de luz é dada por:

$$H = H_{\text{átomo}} + V \quad (\text{D.1})$$

onde  $H_{\text{átomo}}$  dá os níveis de energia do átomo e  $V$  representa o potencial de interação átomo-campo. Nos átomos alcalinos,  $V$  representa essencialmente a interação do elétron mais externo (elétron opticamente ativo) com o campo elétrico da luz aplicada. Como qualquer outra função, podemos escrever  $V$  em termos de uma expansão em momentos de multipolos [30]:

$$V(\vec{r}) = eU(\vec{r}) = e \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{\ell} \alpha_{\ell,m} \sqrt{\frac{4\pi}{2\ell+1}} r^{\ell} Y_{\ell}^m(\theta, \varphi) \quad (\text{D.2})$$

$$= e \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{\ell} \alpha_{\ell,m} Q_{\ell}^m \quad (\text{D.3})$$

onde utilizamos coordenadas esféricas, sendo  $Y_{\ell}^m(\theta, \varphi)$  as harmônicas esféricas e  $\alpha_{\ell,m}$  coeficientes que dependem da forma do potencial e correspondem ao gradiente do potencial escrito nas coordenadas

esféricas.  $Q_\ell^m$  são os momentos de multipolo elétricos. Sabemos do eletromagnetismo que o momento de monopolo  $Q_0^0$  representa a carga total do sistema. Portanto,  $Q_0^0$  é nulo para um átomo neutro. Os termos de momento de quadrupolo e de ordens superiores ( $\ell \geq 2$ ) são normalmente muito pequenos, principalmente quando o campo elétrico varia pouco sobre distâncias da ordem do raio de Bohr; além disso, os termos onde  $\ell \geq 2$  são identicamente nulos para o caso hipotético de um campo elétrico uniforme (onda plana). Como tratamos nossos campos de luz como ondas planas, vamos considerar apenas o termo de dipolo do potencial de interação cujos elementos de matriz são dados por:

$$\langle n, j, F, m | e\mathcal{E}_m \hat{Q}_1^{\dagger} | n', j', F', m' \rangle \quad (\text{D.4})$$

onde,

$$\hat{Q}_1 = \hat{Q}_1^{-1} \hat{e}_1 + \hat{Q}_1^0 \hat{e}_0 - \hat{Q}_1^1 \hat{e}_{-1} \quad (\text{D.5})$$

e  $Q_1^m$  são as componentes do tensor esférico de primeira ordem na base complexa unitária, relacionada com a base cartesiana por:

$$\hat{e}_{-1} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{e}_x - i\hat{e}_y) \quad (\text{D.6})$$

$$\hat{e}_0 = \hat{e}_z \quad (\text{D.7})$$

$$\hat{e}_1 = -\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{e}_x + i\hat{e}_y) \quad (\text{D.8})$$

$$(\text{D.9})$$

Usando a transformação acima podemos escrever as três componentes do momento de dipolo elétrico total na base cartesiana:

$$\begin{aligned} Q_1^x &= \frac{1}{\sqrt{2}}[Q_1^{-1} - Q_1^1] = \sum_n q_n x_n \\ Q_1^y &= \frac{-i}{\sqrt{2}}[Q_1^{-1} + Q_1^1] = \sum_n q_n y_n \\ Q_1^z &= Q_1^0 = \sum_n q_n z_n \end{aligned} \quad (\text{D.10})$$

onde  $q_n$  é a distribuição da carga eletrônica. O potencial de interação de dipolo da Eq. (D.3) pode ser escrito, usando a mesma regra da transformação de bases usada na Eq. (D.11), como:

$$\sum_{m=-1}^{+1} c_{1,m} Q_1^m = \frac{1}{\sqrt{2}}(c_{1,-1} - c_{1,1}) \left( \sum_n q_n x_n \right) - \frac{1}{\sqrt{2}}(c_{1,-1} + c_{1,1}) \left( \sum_n q_n y_n \right) + c_{1,0} \left( \sum_n q_n z_n \right) \quad (\text{D.11})$$

Observando que a expressão acima representa um produto interno, onde:

$$-\frac{1}{\sqrt{2}}(c_{1,1} - c_{1,-1})\hat{e}_x - \frac{i}{\sqrt{2}}(c_{1,1} + c_{1,-1})\hat{e}_y + c_{1,0}\hat{e}_z = \nabla U(\mathbf{r})|_{\mathbf{r}=\mathbf{0}} \quad (\text{D.12})$$

Podemos reescrever a Eq. (D.11) como:

$$\sum_{m=-1}^{+1} c_{1,m} Q_1^m = \left( \sum_{n=1}^N q_n \hat{r}_n \right) \nabla U|_{\mathbf{r}=\mathbf{0}} = -\vec{D} \cdot \vec{E}|_{\mathbf{r}=\mathbf{0}} \quad (\text{D.13})$$

onde  $\vec{E}(\mathbf{r}) = -\nabla U(\mathbf{r})$  é o vetor campo elétrico aplicado ao centro de simetria do átomo. Reconheça-se o termo  $\vec{D} \cdot \vec{E}|_{\mathbf{r}=\mathbf{0}}$  como o termo de dipolo da interação campo-átomo.

No caso de um átomo de dois níveis  $|g\rangle$  e  $|s\rangle$ , temos para a matriz  $V$  de interação com o campo elétrico, na aproximação de dipolo elétrico:

$$\vec{D} \cdot \vec{E} = \begin{pmatrix} 0 & -\mu E \\ -\mu E & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{D.14})$$

onde  $\mu$  é o momento de dipolo elétrico do átomo, cujo valor absoluto não é relevante para análises de formas de linha, mas pode ser calculado com o uso das funções de onda completas dos estados envolvidos na transição. Para qualquer sistema de níveis, os elementos  $\langle i | \vec{D} \cdot \vec{E} | i \rangle$ ,  $i = g, s$ , são nulos, sempre que o átomo tiver simetria de rotação na ausência de campos externos, i.e., não tiver momento de dipolo permanente, como tem a molécula da água.

No caso de *átomos reais*, temos que considerar o valor das várias componentes do tensor momento de dipolo, que só é conhecido através das funções de onda completas dos níveis de energia com os quais o campo de luz está acoplado. Nesse caso, o estado de polarização da luz é um parâmetro importante, como vai ficar claro. Olhando para a Eq. (D.12) vemos que os coeficientes  $c_{1,m}$  (em coordenadas esféricas), dão, de acordo com a Eq. (D.13) as componentes na base esférica do vetor campo elétrico aplicado:

$$c_{1,-1} = \frac{1}{\sqrt{2}}(E_x - iE_y) \quad (\text{D.15})$$

$$c_{1,0} = E_z \quad (\text{D.16})$$

$$c_{1,1} = -\frac{1}{\sqrt{2}}(E_x + iE_y) \quad (\text{D.17})$$

onde  $E_i$ , ( $i = x, y, z$ ) são as componentes cartesianas do campo elétrico aplicado. As Eqs. (D.15) e Eq. (D.17) representam campos com polarização circular à direita e circular à esquerda, respectivamente, se o vetor  $\vec{k}$  de propagação da luz for paralelo ao eixo  $z$ . A Eq. (D.16) representa um campo elétrico com polarização linear. Experimentalmente esses campos são obtidos, qualquer um a partir de qualquer outro, através do uso de polarizadores de  $\lambda/2$  e  $\lambda/4$ . As várias componentes do tensor momento de dipolo elétrico, são dadas pelos elementos de matriz que dependem da função de onda completa:

$$\langle \pi, j, F, m_F | Q_i^q | \pi', j', F', m_F' \rangle \quad (\text{D.18})$$

onde  $q = 0, \pm 1$ , e  $\pi, j, F, m_F$  são os números quânticos principal, de momento angular, de momento angular total e magnético (Zeeman). O teorema de Wigner-Eckart, é usado como uma forma operacional para simplificar o cálculo dos elementos de matriz acima.

## D.2 Teorema de Wigner-Eckart e regras de seleção

O teorema de Wigner-Eckart para harmônicos esféricos [17, 30, 132] permite separar, no elemento de matriz da Eq. D.18, a parte angular das funções de onda, da parte radial. Em termos dos coeficientes de Clebsch-Gordan, o teorema de Wigner-Eckart é escrito da seguinte forma [132]:

$$\langle \pi, j, F, m | Q_i^q | \pi', j', F', m' \rangle = (-1)^{2\ell} \langle \pi j F || Q_i || \pi' j' F' \rangle \langle F' \ell m' q | F' \ell F m \rangle \quad (\text{D.19})$$

onde o termo  $\langle \pi j F || Q_i || \pi' j' F' \rangle$  é chamado elemento de matriz reduzido e depende da parte radial da onda. O termo  $\langle F' \ell m' q | F' \ell F m \rangle$  é um coeficiente de Clebsch-Gordan e depende apenas de variáveis angulares. Nos textos de mecânica quântica básica (vide, por exemplo, a Ref. [30]), os coeficientes de Clebsch-Gordan são normalmente escritos na forma numa forma se relaciona com aquela mostrada acima, assim [30, 132]:

$$\langle F' \ell m' q | F' \ell F m \rangle = \frac{(-1)^{2\ell}}{\sqrt{2F+1}} \langle F' \ell m' q | F m \rangle \quad (\text{D.20})$$

Há outros textos onde a normalização é feita com  $\sqrt{2F'+1}$  [29].

Para um dado par de níveis hiperfinos, a Eq. D.19 nos mostra que podemos obter a relação entre os diversos acoplamentos Zeeman diretamente dos coeficientes de Clebsch-Gordan, uma vez que o elemento de matriz reduzida é sempre o mesmo. Isso é muito útil em óptica atômica. Para comparar transições hiperfinas diferentes, dentro da mesma transição  $J \rightarrow J'$ , o teorema de Wigner-Eckart



pode ser usado novamente para eliminar os  $F, F'$  do elemento da matriz reduzida da Eq. D.19. O resultado é escrito em termo dos símbolos  $3j$ , que não serão tratados neste apêndice. O elemento da matriz reduzida pode ser calculado numericamente através do conhecimento completo das funções de onda atômicas, mas seu cálculo é desnecessário para fins análises de formas de linha, e invariáveis relativas de linhas dentro de uma mesma transição atômica ( $J \rightarrow J'$ ). Por razões de simetria e praticidade, é mais comum escrever-se os coeficientes de Clebsch-Gordan numa forma mais operacional, que são os símbolos  $3j$ , e reescrever o teorema de Wigner-Eckart segundo a expressão abaixo [132]:

$$(Fm|Q_2^q|F'm') = (-1)^{2\ell} \frac{\sqrt{2F+1}}{(-1)^{F'-\ell+m}} (F||Q_2^q||F') \times \begin{pmatrix} F' & \ell & F \\ m' & q & -m \end{pmatrix} \quad (D.21)$$

onde o último termo é um símbolo  $3j$ , que se calcula pela Eq. D.22 [132]. Um dos termos de controle do sinal da expressão acima está no denominador para ficar em evidência, pois aparece no numerado da expressão do símbolo  $3j$ , como mostrado abaixo.

$$\begin{pmatrix} j_1 & j_2 & j_3 \\ m_1 & m_2 & m_3 \end{pmatrix} = \delta_{m_1+m_2+m_3,0} (-1)^{j_1-m_1} \times \sqrt{\frac{(j_3+j_1-j_2)!(j_3-j_1+j_2)!(j_1+j_2-j_3)!(j_3-m_3)!(j_3+m_3)!}{(j_1+j_2+j_3+1)!(j_1-m_1)!(j_1+m_1)!(j_2-m_2)!(j_2+m_2)!}} \times \sum_k \frac{(-1)^k i^{|j_1-m_1|} (j_2+j_3+m_1-k)!(j_1-m_1+k)!}{k!(j_3-j_1+j_2-k)!(j_3-m_3-k)!(k+j_1-j_2+m_3)!} \quad (D.22)$$

onde o soma em  $k$  é sobre todos os inteiros para os quais os fatoriais têm argumentos não negativos. Uma característica importante dos símbolos  $3j$  e também dos coeficientes de Clebsch-Gordan é são sempre números reais. O símbolo  $3j$  vale zero, a menos que  $m_1 + m_2 + m_3 = 0$ , i.e.,  $m' = m - q$ . No termo de dipolo,  $\ell = 1$ , e temos  $q = 0, \pm 1$ . As transições permitidas por dipolo são, conseqüentemente:

$$m' = m + 1 \quad (\text{transição } \sigma^+, q = -1) \quad (D.23)$$

$$m' = m \quad (\text{transição } \pi, q = 0) \quad (D.24)$$

$$m' = m - 1 \quad (\text{transição } \sigma^-, q = +1). \quad (D.25)$$

Os campos elétricos responsáveis por essas transições estão definidas nas Eqs. (D.15) a (D.17). Os acoplamentos  $\sigma^+$  e  $\sigma^-$ , são estimulados por campos eletromagnéticos com campos elétricos de polarização circular à direita, e circular à esquerda, respectivamente, quando o eixo de quantização é definido como paralelo ao vetor  $\vec{k}$  de propagação da luz. O acoplamento  $\pi$  ocorre quando a polarização do campo eletromagnético é paralela ao eixo de quantização. Um exemplo de acoplamento  $\pi$  ocorre quando um feixe de luz de polarização linear propaga perpendicularmente ao eixo de quantização. Para luz de polarização linear, quando o eixo de quantização é paralelo à direção de propagação do feixe, teremos uma combinação linear de transições  $\sigma^+$  e  $\sigma^-$ . Vale lembrar que a definição do eixo de quantização é arbitrária na ausência de campos magnéticos externos. Na presença de um campo magnético externo, essa definição continua arbitrária, mas o mais simples é considerar a direção do campo magnético como definindo o eixo  $z$  de quantização. Dessa forma a definição das transições  $\sigma^-$ ,  $\pi$  e  $\sigma^+$  fica simplificada, e corresponde, respectivamente, as Eqs. (D.15) a (D.17).

Um exemplo simples do uso do teorema de Wigner-Eckart e do símbolo  $3j$  é para o cálculo da relação entre os coeficientes de acoplamento entre os subníveis Zeeman, de uma transição entre subníveis hiperfinos  $F \rightarrow F'$ . Eles são simplesmente proporcionais aos símbolos  $3j$  ou coeficientes de Clebsch-Gordan, correspondentes. Aplicamos esses conceitos no capítulo 6.

# Bibliografia

- [1] AGAPEV, B. D., GORDYI, M. B., AND MATISOV, B. G. Coherent population trapping in quantum systems. *Physica-Uspokhi* 36, 9 (1993), 793.
- [2] AKULSHIN, A. M., BARREIRO, S., AND LEZAMA, A. *SPIE* 3486 (1998), 194.
- [3] AKULSHIN, A. M., BARREIRO, S., AND LEZAMA, A. Electromagnetically induced absorption and transparency due to resonant two-field excitation of quasidegenerate levels in Rb vapor. *Phys. Rev. A* 57, 4 (1998), 2096.
- [4] AKULSHIN, A. M., BARREIRO, S., AND LEZAMA, A. Steep anomalous dispersion in coherently prepared Rb vapor. *Phys. Rev. Lett.* 83 (1999), 4277.
- [5] AKULSHIN, A. M., BARREIRO, S., AND LEZAMA, A. Highly selective four-wave mixing of low-intensity radiation in a degenerate two-level atomic system. *Quantum Electronics [Kvantovaya Elektronika]* 30 [30], 3 (2000), 189 [189].
- [6] ALZETTA, G., GOZZINI, L., AND ORRIOLS, G. *Nuovo Cimento B* 36 (1976), 5.
- [7] ANDERSON, M. H., ENSHER, J. R., MATTHEWS, M. R., WIEMAN, C. E., AND CORNELL, E. A. *Science* 269 (1995), 198.
- [8] ARIMONDO, E. *Coherent population trapping, in Progress in Optics*, vol. XXXV. editor E. Wolf Elsevier Science, Amsterdam, 1996, p. 257.
- [9] BARREIRO, S. Estudio espectral de resonancias coherentes en sistemas de dos niveles degenerados. Master's thesis, Universidad de la Republica (Montevideo), 2000.
- [10] BENEVIDES, C. Lasers de diodo estabilizados: aplicação à espectroscopia de átomos frios de césio. Master's thesis, Departamento de Física - Universidade Federal de Pernambuco, 1997.

- [11] BERMAN, P. R., STEEL, D. G., KHITROVA, G., AND LIU, J. Effect of radiative decay in four-wave mixing spectroscopy: narrow resonances produced by nonconservation of population, alignment and orientation. *Phys. Rev. A* **38**, 1 (1988), 262.
- [12] BJORKHOLM, J. E., AND LIAO, P. E. Resonant enhancement of 2-photon absorption in sodium vapor. *Phys. Rev. Lett.* **33** (1974), 128.
- [13] BLOCH, D. Conjugaison de phase dans les milieux gazeux. spectroscopie de saturation heterodyne. Master's thesis, Université Paris XI, 1980.
- [14] BLOCH, D. Melange degenerate a quatre ondes en milieu gazeux resonant. applications a la conjugaison de phase et a la spectroscopie heterodyne a haute frequence. Master's thesis, Université Paris XIII, 1984.
- [15] BLOEMBERGEN, N., AND SHEN, Y. R. Quantum-theoretical comparison of nonlinear susceptibilities in parametric media, lasers, and raman lasers. *Phys. Rev. A* **100**, 1 (1964), 37.
- [16] BLOOM, D. M., LIAO, P. F., AND ECONOMOU, N. P. Observation of amplified reflection by degenerate 4-wave mixing in atomic sodium vapor. *Opt. Lett.* **3** (1978), 58.
- [17] BLUM, K. *Density Matrix Theory and Applications*. Plenum Press, 1981.
- [18] BOYD, R. W. *Nonlinear optics*. Academic Press, NY, 1992.
- [19] BOYD, R. W., RAYMER, M. G., NARIUM, P., AND HARTER, D. J. Four-wave parametric interactions in a strongly driven two-level system. *Phys. Rev. A* **24**, 1 (1981), 411.
- [20] BRUSH, S. G. *The kind of motion we call heat*, vol. 2. North-Holland Publishing Company Amsterdam, New York, Oxford, 1976.
- [21] BUTCHER, P. N., AND COTTER, D. *The elements of nonlinear optics*. Cambridge University Press, Cambridge, 1990.
- [22] CARDOSO, G. C. Mistura de quatro ondas via transferência de grade de população em átomos frios. Master's thesis, Depto. Física, Universidade Federal de Pernambuco, 1998.
- [23] CARDOSO, G. C., DE CARVALHO, V. R., VIANNA, S. S., AND TABOSA, J. W. R. Population grating transfer in cold cesium atoms. *Phys. Rev. A* **59** (1999), 1408.

- [24] CARDOSO, G. C., AND TABOSA, J. W. R. Four-wave mixing in dressed cold cesium atoms. *Opt. Commun.* **185** (2000), 353.
- [25] CARDOSO, G. C., AND TABOSA, J. W. R. Electromagnetically induced gratings in a degenerate open two-level system. *Phys. Rev A* **65** (2002), 033803.
- [26] CARDOSO, G. C., AND TABOSA, J. W. R. Saturated lineshapes and high-order susceptibilities of cold cesium atoms observed via a transferred population grating. *Opt. Commun.* **210** (2002), 271.
- [27] CHESMAN, C., LIMA, E. G., DE OLIVEIRA, F. A. M., VIANNA, S. S., AND TABOSA, J. W. R. Two-and four-beam magneto-optical trapping of neutral atoms. *Opt. Lett.* **19**, 16 (1994), 1237.
- [28] CHU, S. The manipulation of neutral particles. *Rev. Mod. Phys.* **70** (1998), 685.
- [29] COHEN-TANNOUDJI, C. In *Frontiers of Laser Spectroscopy*, vol. 1. Ed. R. Balian, S. Haroche and S. Liberman. North Holland, Amsterdam, 1977.
- [30] COHEN-TANNOUDJI, C., DIU, B., AND LALOË, F. *Quantum Mechanics*, vol. 2. John Wiley and Sons, Hermann, Paris, 1977.
- [31] COHEN-TANNOUDJI, C., DUPONT-ROC, J., AND GRYNBERG, G. *Atom-photon Interactions*. John Wiley, NY, 1992.
- [32] COHEN-TANNOUDJI, C., AND REYNAUD, S. Dressed-atom description of resonance fluorescence and absorption spectra of a multi-level atom in an intense laser beam. *J. Physique B, Atom. Molec. Phys.* **10** (1977), 345.
- [33] COHEN-TANNOUDJI, C. N. Manipulating atoms with photons. *Rev. Mod. Phys.* **70** (1998), 707.
- [34] CYR, N. PhD thesis, Laval University, 1990.
- [35] DAVIS, K. B., MEWES, M. O., ANDREWS, M. R., VAN DRUPTEN, N. J., DURFEE, D. S., KURN, D. M., AND KETTERLE, W. Bose-einstein condensation in a gas of sodium atoms. *Phys. Rev. Lett.* **75** (1995), 3969.
- [36] DE OLIVEIRA, P. C., AND LETTE, J. R. R. *Appl. Phys. B* **67** (1998), 601.

- [37] DEMTROEDER, W. *Laser spectroscopy*, 2nd edition ed. Springer-Verlag, Berlin, 1996.
- [38] DENG, L., PAYNE, M. G., AND GARRETT, W. R. Effect of the odd-photon destructive interference on laser induced transparency in rubidium. *Opt. Commun.* *126* (1996), 73.
- [39] DREWSSEN, M., LAURENT, P., NADIA, A., SANTARELLI, G., CLAIROU, A., CARTIN, Y., GRISON, D., AND SALOMON, C. Investigation of sub-doppler cooling effects in a cesium magneto-optical trap. *Appl. Phys. B* *59* (1994), 283.
- [40] DUCLOY, M. Nonlinear optical phase conjugation. *Festkörperprobleme XXII* (1982).
- [41] DUCLOY, M., AND BLOCH, D. Theory of degenerate four in resonant doppler broadened systems; 1. angular dependence of intensity and lineshape of phase conjugate emission. *J. Physique* *42* (1981), 711.
- [42] DUCLOY, M., AND BLOCH, D. Resonant phase conjugation as a saturated absorption process induced by a spatially modulated pump beam - application to strong-field lineshape studies. *Opt. Commun.* *47*, 5 (1983), 351.
- [43] DUCLOY, M., AND BLOCH, D. Polarization properties of phase-conjugate mirrors: Angular dependence and disorienting collision effects in resonant backward four-wave mixing for doppler-broadened degenerate transitions. *Phys. Rev. A* *30*, 6 (1984), 3107.
- [44] DUCLOY, M., DE OLIVEIRA, F. A. M., AND BLOCH, D. Theory of resonant doppler-broadened backward four-wave mixing in the pump saturation regime. *Phys. Rev. A* *32* (1985), 1614.
- [45] (EDITORS), ARMONDO, E., PHILLIPS, W., AND STRUMIA, F. *Manipulation of Atoms, Proc. Int'l School of Physics Enrico Fermi*. North-Holland, Amsterdam, 1992.
- [46] EICHLER, H. J., GÜNTHER, P., AND POHL, D. W. *Laser-induced dynamic gratings*. Springer-Verlag, Berlin, 1986.
- [47] FEITOSA, C. C. A. Novas armadilhas para átomos neutros. Master's thesis, Departamento de Física - Universidade Federal de Pernambuco, 1994.
- [48] FELINTO, D. Dinâmica de átomos em armadilhas magneto ópticas com aplicações ao problema dos modos orbitais. Master's thesis, Depto. Física, Universidade Federal de Pernambuco, 1999.

- [49] FEUILLADE, C., AND BERMAN, P. R. *Physical Review A* *61* (1984), 013801.
- [50] FICEK, Z., AND FREEDHOFF, H. S. Fluorescence and absorption by a two-level atom in a bichromatic field with one strong and one weak component. *Phys. Rev. A* *53*, 6 (1996), 4275.
- [51] FISHER, R. *Optical Phase Conjugation*. Academic Press, New York, 1983.
- [52] FREEDHOFF, H. S., AND FICEK, Z. Resonance fluorescence and anti-laser-townes spectra of a two-level atom driven by two fields of equal frequencies. *Phys. Rev. A* *55* (1997), 1234.
- [53] FRIEDMANN, H., AND WILSON-GORDON, A. D. Dispersion profiles of the absorptive response of a two-level system interacting with two intense fields. *Phys. Rev. A* *36* (1987), 1333.
- [54] GAO, B. Effects of zeeman degeneracy on the steady-state properties of an atom interacting with a near-resonant laser field - analytic results. *Phys. Rev. A* *48* (1993), 2443.
- [55] GAO, B. Effects of zeeman degeneracy on the steady-state properties of an atom interacting with a near-resonant laser field - probe spectra. *Phys. Rev. A* *49* (1994), 3391.
- [56] GRISON, D. *Atomes piégés et refroidis par laser à quelques microkelvins: un piège magnéto-optique dans une cellule de césium et quelques applications*. PhD thesis, Université Paris VI, 1992.
- [57] GRISON, D., LOUIS, B., SALOMON, C., COURTOIS, J. Y., AND GRYNBERG, G. Raman spectroscopy of cesium atoms in a laser trap. *Europhys. Lett* *15*, 2 (1991), 149.
- [58] GRYNBERG, G., AND COHEN-TANNOUDJI, C. Central resonance of the mollow absorption spectrum: Physical origin of gain without population inversion. *Optics Communications* *96* (February 1993), 150.
- [59] HAM, B. S., AND HEMMER, P. R. Coherence switching in a four-level system: Quantum switching. *Phys. Rev. Lett.* *84* (2000), 4080.
- [60] HAM, B. S., HEMMER, P. R., KIM, M. K., AND SHAHRIAR, S. M. Quantum interference and its potential applications in a spectral hole-burning solid. *Laser Physics* *9*, 4 (1998), 788.
- [61] HAM, B. S., HEMMER, P. R., AND SHAHRIAR, M. S. Efficient electromagnetically induced transparency in a rare-earth doped crystal. *Optics communications* *144* (December 1997), 227.

- [62] HAM, B. S., SHAHRIAR, M. S., AND HEMMER, P. R. Enhanced nondegenerate four-wave mixing owing to electromagnetically induced transparency in a spectral hole-burning crystal. *Opt. Lett.* **22**, 15 (1997), 1138.
- [63] HAM, B. S., SHAHRIAR, M. S., AND HEMMER, P. R. Enhancement of four-wave mixing and line narrowing by use of quantum coherence in an optically dense double-lambda solid. *Opt. Lett.* **24**, 2 (1999), 86.
- [64] HAM, B. S., SHAHRIAR, M. S., KIM, M. K., AND HEMMER, P. R. Frequency-selective time-domain optical data storage by electromagnetically induced transparency in a rare-earth-doped solid. *Opt. Lett.* **22**, 24 (1997), 1849.
- [65] HAPPER, W. Optical-pumping. *Reviews of Modern Physics* **44** (1972), 169.
- [66] HARRIS, S. E. Electromagnetically induced transparency. *Physics Today* **50**, 7 (1997), 36.
- [67] HAU, L. V., HARRIS, S. E., DUTTON, Z., AND BEHROOZI, C. H. Light speed reduction to 17 metres per second in an ultracold atomic gas. *Nature* **397** (1999), 594.
- [68] HECHT, E. *Optics*. Addison-Wesley Publishing Company, 1987.
- [69] HEMMER, P. R., KATZ, D. P., DONOGHUE, J., CRONIN-GALOMB, M., SHAHRIAR, M. S., AND KUMAR, P. Efficient low-intensity optical phase conjugation based on coherent population trapping in sodium. *Opt. Lett.* **20**, 9 (1995), 982.
- [70] HEMMERICH, A., WEIDEMÜLLER, M., AND HÄNSCH, T. 4-wave-mixing in a 3d optical lattice. *Europhys. Lett.* **27** (1994), 427.
- [71] HILICO, L., VERKERK, P., AND GRYNBERG, G. Conjugaison de phase par des atomes de césium ultrafroids dans un piège magnéto-optique. *C. R. Acad. Sci. Paris* **315** (1992), 285.
- [72] HIROSHIMA, T., AND YAMAMOTO, Y. Nonlinear optical response of cold atoms. *Phys. Rev. A* **53** (1996), 53.
- [73] HÄNSCH, T. W., AND WALTHER, H. Laser spectroscopy and quantum optics. *Rev. Mod. Phys.* **71** (1999), S242.
- [74] HOOD, C. J., CHAPMAN, M. S., LYNN, T. W., AND KIMBLE, H. J. Real-time cavity qed with single atoms. *Phys. Rev. Lett.* **80** (1998), 4157.



- [75] HU, Z., AND KIMBLE, H. J. *Opt. Lett.* **19** (1994), 1888.
- [76] KASH, M. M., A. SAUTENKOV, V., ZIBROV, A. S., HOLLBERG, L., WELCH, G. H., LUKIN, M. D., ROSTOVTSSEV, Y., FRY, E. S., AND SCULLY, M. Ultralow group velocity and enhanced nonlinear optical effects in a coherently driven hot atomic gas. *Phys. Rev. Lett.* **82** (1999), 5229.
- [77] KHAYKOVICH, L., FRIEDMAN, N., AND DAVIDSON, N. Saturation of the weak probe amplification in a strongly driven cold and dense atomic cloud. *Eur. Phys. J. D* **7** (1999), 467.
- [78] KOHNS, P., BUCH, P., SÜPTITZ, W., OSAMBAL, C., AND ERTMER, W. Online measurement of sub-doppler temperatures in a rb magneto-optical trap-by-trap center. *Europhys. Lett.* **22** (1993), 517.
- [79] LAM, J. F., STEEL, D. G., AND MCFARLANE, R. A. Observation of collision-induced subnatural zeeman-coherence linewidths in the doppler limit. *Phys. Rev. Lett.* **56** (1986), 1679.
- [80] LAMBRECHT, A., COURDREAU, T., STEINBERG, A. M., AND GIACOBINO, E. Squeezing with cold atoms. *Europhys. Lett.* **36** (1996), 93.
- [81] LAMBRECHT, A., COURTY, J. M., REYNAUD, S., AND GIACOBINO, E. Cold atoms: A new medium for quantum optics. *Appl. Phys. B* **60** (1995), 129.
- [82] LETT, P., WATTS, R., WESTBROOK, C., PHILLIPS, W., GOULD, P., AND METCALF, H. Observation of atoms laser cooled below the doppler limit. *Phys. Rev. Lett.* **61** (1988), 169.
- [83] LEZAMA, A., BARREIRO, S., AND AKULSHIN, A. M. Electromagnetically induced absorption. *Phys. Rev. A* **59**, 6 (1999), 4732.
- [84] LEZAMA, A., BARREIRO, S., LIPSICH, A., AND AKULSHIN, A. Coherent two-field spectroscopy of degenerate two-level systems. *Phys. Rev. A* **60**, 1 (2000), 3801.
- [85] LEZAMA, A., CARDOSO, G. C., AND TABOSA, J. W. R. Polarization dependence of four-wave mixing in a degenerate two-level system. *Phys. Rev. A* **63** (2000), 013805.
- [86] LEZAMA, A., CARDOSO, G. C., AND TABOSA, J. W. R. Polarization dependence of four-wave mixing in a degenerate two-level system. *Phys. Rev. A* **63** (2001), 013805.

- [87] LEZAMA, A., CARDOSO, G. C., VIANNA, S. S., AND TABOSA, J. W. R. Population grating decay in a magneto-optical trap. *European Quantum Electronics Conference* (September 1998). Glasgow, UK.
- [88] LIN, J., RUBIERA, A. I., AND ZHU, Y. Nearly degenerate four-wave mixing with bichromatic laser fields in a rb atomic system. *Phys. Rev. A* *52* (1995), 4882.
- [89] LING, H. Y., LI, Y.-Q., AND XIAO, M. Coherent population trapping and electromagnetically induced transparency in multi-zeeman-sublevel atoms. *Phys. Rev. A* *53*, 2 (1996), 1014.
- [90] LING, H. Y., LI, Y.-Q., AND XIAO, M. Electromagnetically induced grating: Homogeneously broadened medium. *Phys. Rev. A* *57* (1998), 1338.
- [91] LIPSICH, A., BARREIRO, S., AKULSHIN, A. M., AND LEZAMA, A. Absorption spectra of driven degenerate two-level atomic systems. *Phys. Rev. A* *61* (2000), 053803.
- [92] LIU, C., DUTTON, Z., F. BEHROOZI, C., AND HAU, L. V. Observation of coherent optical information storage in an atomic medium using halted light pulses. *Nature* *409* (2001), 490.
- [93] LOUNIS, B., VERKERK, P., SALOMON, C., COURTOIS, J. Y., AND GRYNBERG, G. *Nonlinear Opt.* *5* (1993), 459.
- [94] MACADAM, K. B., STEINBACH, A., AND WIEMAN, C. A narrow-band tunable diode laser system with grating feedback, and a saturated absorption spectrometer for cs and rb. *Am. J. Phys.* *60*, 12 (1992), 1098.
- [95] MAGNO, W. C., PRANDINI, R. B., NUSSENZVEIG, P., AND VIANNA, S. S. Four-wave mixing with rydberg levels in rubidium vapor: Observation of interference fringes. *Phys. Rev. A* *63* (2001), 3406.
- [96] MATSKO, A. B., ROSTOVTSSEV, Y. V., FLEISHHAUER, M., AND SCULLY, M. O. Anomalous stimulated brillouin scattering via ultraslow light. *Phys. Rev. Lett.* *86* (2001), 2006.
- [97] MEACHER, D. R., BOIRON, D., METCALF, H., SALOMON, C., AND GRYNBERG, G. Method for velocimetry of cold atoms. *Phys. Rev. A* *50*, 3 (1994), R1992.
- [98] MILNER, V., CHERNOBROD, B. M., AND PRIOR, Y. Coherent-population trapping in a highly degenerate open system. *Europhys. Lett.* *34*, 8 (1996), 557.

- [99] MILNER, V., CHERNOBROD, B. M., AND PRIOR, Y. Arbitrary orientation of atoms and molecules via coherent population trapping by elliptically polarized light. *Phys. Rev. A* **60**, 2 (1999), 1293.
- [100] MITSUNAGA, M., AND IMOTO, N. Observation of eig in cold na atoms. *Phys. Rev. A* **59** (1999), 4773.
- [101] MITSUNAGA, M., MUKAI, J., WANATABE, K., AND MUKAI, T. Dressed-atom spectroscopy of cold ca atoms. *J. Opt. Soc. Am. B* **13**, 12 (1996), 2696.
- [102] MITSUNAGA, M., YAMASHITA, M., KOASHI, M., AND IMOTO, N. Temperature diagnostics for cold sodium atoms by transient four-wave mixing. *Opt. Lett.* **23** (1998), 840.
- [103] MOLLOW, B. R. Absorption and emission line-shape function for driven atoms. *Physical Review A* **5**, 3 (March 1972), 1522.
- [104] MOLLOW, B. R. Stimulated emission and absorption near resonances for driven systems. *Phys. Rev. A* **3**, 6 (1972), 2217.
- [105] NAGEL, A., GRAP, L., NAUMOV, A., MARIOTTI, E., V. BIANCALANA, D. M., AND WYNANDS, R. Experimental realization of coherent dark-state magnetometers. *Europhys. Lett.* **44** (1998), 31.
- [106] PEISTER, O., BROWN, W. J., STENNER, M. D., AND GAUTHIER, D. J. Polarization instabilities in a two-photon laser. *Phys. Rev. Lett.* **86** (2001), 4512.
- [107] PINARD, M., KLEINMANN, B., GRYNBERG, G., BLOCH, D., AND DUCLOY, M. Effets de saturation en conjugaison de phase: Atomes à deux niveaux et élargissement Doppler. *J. Physique* **46** (1985), 149.
- [108] RAAB, E. L., PRENTISS, M., CABLE, A., CHU, S., AND PRITCHARD, D. E. *Phys. Rev. Lett.* **59** (1987), 2631.
- [109] RENZONI, F., AND ARIMONDO, E. Steep dispersion in opt with losses. *Opt. Commun.* **178** (2000), 345.
- [110] ROOS, C. F., LIEBFRIED, D., MUNDT, A., SCHMIDT-KALER, F., ESCHNER, J., AND BLATT, R. Experimental demonstration of ground state laser cooling with electromagnetically induced transparency. *Phys. Rev. Lett.* **85** (2000), 5547.

- [111] SALOMON, C., DALIBARD, J., PHILLIPS, W., CLAIRON, A., AND GUELLATI, S. Laser cooling of cesium atoms below 3- $\mu$ k. *Europhys. Lett.* **12** (1990), 633.
- [112] SCHMIDT-IGLESIAS, C. Nonlinear sublevel-coherence effects in the phase-conjugate emission on doppler-broadened dilute media. *Phys. Rev. A* **46** (1992), 7210.
- [113] SCULLY, M. O., AND FLEISCHHAUER, M. High-sensitivity magnetometer based on index-enhanced media. *Phys. Rev. Lett.* **69**, 9 (July 1992), 1360.
- [114] SCULLY, M. O., AND ZUBAIRY, M. S. *Quantum Optics*. Cambridge University Press, Cambridge, 1997.
- [115] SESKO, D. W., WALKER, T. G., AND WIEMAN, C. E. Behavior of neutral atoms in a spontaneous force trap. *J. Opt. Soc. Am. B* **8** (1991), 946.
- [116] SHAHRIAR, M. S., AND HEMMER, P. R. Generation of squeezed states and twin beams via non-degenerate four-wave mixing in a  $\Lambda$  system. *Opt Commun.* **86**, 21 (1998), 4373.
- [117] SHAHRIAR, M. S., HEMMER, P. R., KATZ, D. P., LEE, A., AND PRENTISS, M. G. Dark-state-based three-element vector model for the stimulated raman interaction. *Phys. Rev. A* **55**, 3 (1997), 2272.
- [118] SHEN, Y. *The principles of nonlinear optics*. J. Wiley & Sons, New York, 1984.
- [119] SMIRNOV, V. S., TUMAIKIN, A. M., AND YUDIN, V. I. Stationary coherent states of atoms in resonant interaction with elliptically polarized light. coherent trapping of populations (general theory). *Sov. Phys. JEPT* **69** (1989), 5.
- [120] STECK, D. A. Cesium D line data. [www.ph.utexas.edu/quantopt](http://www.ph.utexas.edu/quantopt), 2000.
- [121] STEEL, D. G., AND LIND, R. C. Multiresonant behavior in nearly degenerate four-wave mixing: the ac stark effect. *Opt. Lett.* **6**, 12 (1981), 587.
- [122] STEEL, D. G., AND REMILLARD, J. T. Resonant nearly degenerate backward four-wave mixing in open and closed systems. *Phys. Rev. A* **36**, 9 (1987), 4330.
- [123] TABOSA, J. W. R., CÉSAR, C. L., DUCLOY, M., AND LEITE, J. R. R. Degenerate multiwave mixing in SF<sub>6</sub>. *Opt. commun.* **67** (1988), 240.

- [124] TABOSA, J. W. R., CHEN, G., HU, Z., LEE, R. B., AND KIMBLE, H. J. Nonlinear spectroscopy of cold atoms in magneto-optical trap. *Bras. J. Phys.* **22**, 3 (1991), 237.
- [125] TABOSA, J. W. R., CHEN, G., HU, Z., LEE, R. B., AND KIMBLE, H. J. Nonlinear spectroscopy of cold atoms in a spontaneous-force optical trap. *Phys. Rev. Lett.* **66**, 25 (1991), 3245.
- [126] TABOSA, J. W. R., LEZAMA, A., AND CARDOSO, G. C. Transient bragg-diffraction by a transferred population grating: Application for cold atoms velocimetry. *Opt. Commun.* **165** (1999), 59.
- [127] TABOSA, J. W. R., AND PETROV, D. Optical pumping of orbital angular momentum of light in cold cesium atoms. *Phys. Rev. Lett.* **83** (1999), 4967.
- [128] TABOSA, J. W. R., VIANNA, S., AND DE OLIVEIRA, A. M. Nonlinear spectroscopy and optical phase conjugation in cold cesium atoms. *Phys. Rev. A* **55**, 4 (1997), 2968.
- [129] TAICHENACHEV, A. V., TUMAIKIN, A., AND YUDIN, V. I. Electromagnetically induced absorption in a four-state system. *Phys. Rev. A* **61** (1999), 011802-1.
- [130] TAICHENACHEV, A. V., TUMAIKIN, A. M., AND YUDIN, V. I. On the spontaneous-coherence-transfer-induced sign change of a subnatural-width nonlinear resonance. *JETP Lett.* **69** (1999), 819.
- [131] T.GROVE, T., ROSSEAU, E., XIA, X.-W., HSIUNG, D. S., AND SHAHRIAR, M. S. Efficient and fast optical phase conjugation by use of two-photon-induced gratings in the orientation of angular momentum. *Opt.Lett.* **22** (1997), 1677.
- [132] THOMPSON, W. J. *Angular Momentum*. John Wiley and Sons, 1994.
- [133] TURUKHIN, A., SUDARSHANAM, V. S., SHAHRIAR, M. S., MUSSER, J. A., MUSSER, J. A., AND HEMMER, P. R. Observation of ultralow and stored light pulses in a solid. *Phys. Rev. Lett.* **88**, 2 (2002), 023602.
- [134] V.DURRANT, A., CHEN, H. X., HOPKINS, S. A., AND VACCARO, J. A. Zeeman-coherence-induced transparency and gain without inversion in laser-cooled rubidium. *Opt. Commun.* **151** (1998), 136.

- [135] VERKERK, P., PINARD, M., AND GREYBERG, G. Backward saturation in four-wave mixing in neon: Case of parallel pump polarizations. *Phys. Rev. A* **34**, 5 (1986), 4008.
- [136] VIANNA, S., NUSSENZVEIG, P., MAGNO, W. C., AND TABOSA, J. W. R. Polarization dependence and interference in four-wave mixing with rydberg levels in rubidium vapor. *Phys. Rev. A* **58** (1998), 3000.
- [137] WANG, S., DUCREAY, D. G., PINA, R., YAN, M., AND ZHU, Y. Coherent population trapping and fwm via dark states in a doppler-broadened open Rb system. *Phys. Rev. A* **61** (2000), 033805-1.
- [138] WEISSBLUTH, M. *Atoms and molecules*. Academic Press, NY, 1978.
- [139] WIEMAN, C. E., AND HOLLBERG, L. Using diode lasers for atomic physics. *Rev. Sci. Instrum.* **62** (1991), 1.
- [140] WIEMAN, C. E., PRITCHARD, D. E., AND WINELAND, D. J. Atom cooling, trapping, and quantum manipulation. *Rev. Mod. Phys.* **71** (1999), S253.
- [141] YAN, M., RICKEY, E. G., AND ZHU, Y. Nonlinear absorption and quantum interference in cold atoms. *Opt. Lett.* **26** (2001), 548.
- [142] YU, C. C., BOCHINSKI, J. R., KORDICH, T. M. V., MOSSBERG, T. W., AND FICEK, Z. Driving the driven atom: Spectral signatures. *Phys. Rev. A* **56**, 6 (1997), R4381.
- [143] ZHU, Y., WANG, S., AND MULCHAN, N. M. Multilevel dark states in an inhomogeneously broadened open atomic system. *Phys. Rev. A* **59**, 5 (1999), 4005.
- [144] ZHU, Y., WU, Q., LESAMA, A., GAUTHIER, D., AND MOSSBERG, T. W. Resonance fluorescence of two-level atoms under strong bichromatic excitation. *Phys. Rev. A* **41** (1990), 6574.

Para obter cópias desta base ou material relacionado, por favor entre em contato diretamente com [gcardoso@zipmail.com](mailto:gcardoso@zipmail.com) ou [tabosa@df.ufpa.br](mailto:tabosa@df.ufpa.br)