
COMPORTAMENTO DE UM AUTÔMATO CELULAR
SEM E COM RUÍDO ALEATÓRIO

MOISÉS LIMA DE MENEZES

Orientador: Prof. PhD. Andrei Toom
Área de Concentração: Probabilidade

Dissertação submetida como requerimento parcial para obtenção do
grau de Mestre em Estatística pela Universidade Federal de Pernambuco

Recife, dezembro de 2003

Universidade Federal de Pernambuco

Mestrado em Estatística

04 de dezembro de 2003

(data)

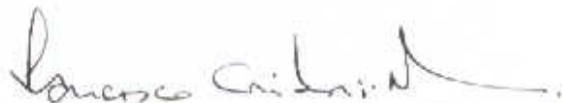
Nós recomendamos que a dissertação de mestrado de autoria de

Moisés Lima de Menezes

intitulada

Comportamento de um autômato celular sem e com ruído aleatório

seja aceita como cumprimento parcial dos requerimentos para o grau de Mestre em Estatística.



Coordenador da Pós-Graduação em Estatística

Banca Examinadora:

A. Toom

André Toom

 Prof. Francisco Cribari Neto
Coordenador de Mestrado
em Estatística da UFPE

orientador

Ramón Mendoza

Ramón Oreste Mendoza Ahumada

Klaus Leite Pinto Vasconcelos

Klaus Leite Pinto Vasconcelos

Este documento será anexado à versão final da dissertação.

No barulho das usinas,
Na sombra áspera e pálida que desce dos *sheds*,
Um dia os homens desapareceram.
No entanto
Braços de ferro gesticulam enérgicos,
Bocas, abertas, de fogo vociferam,
Ouvem-se vozes telegráficas de comando.

Autômatos!

Os homens se encantaram,
Se enlearam, se perderam
Nas formas e movimentos dos grandes maquinismos?

Ou são as almas que trabalham,
Almas forçadas, almas perdidas, almas penadas?

Oh! Com certeza os homens morreram
E às máquinas legaram
O sopro divino.

Joaquim Cardozo

À minha mãe, Judite Lima

Agradecimentos

A Deus todo poderoso de quem sou criação e me concedeu dons necessários para que eu pudesse escrever esta dissertação.

Ao meu orientador Andrei Toom que, com sabedoria e tranqüilidade, soube me conduzir no desenvolvimento deste trabalho e teve participação fundamental.

Ao professor Klaus Vasconcellos que brilhantemente acrescentou sua colaboração ao indicar caminhos para soluções de problemas.

Aos meus pais que foram meus principais educadores. A minha irmã Laudicéa e meus irmãos Ricardo e Silvano.

A minha esposa Adriana, companheira em todos os momentos.

A minha amiga Keila Mara Cassiano que me mostrou força, me ensinou que viver é muito mais que simplesmente existir, que uma grande amizade se constrói ao longo do tempo e que o amor supera todas as barreiras.

A todos os professores do programa de mestrado em Estatística da UFPE, especial aos professores Francisco Cribari-Neto (Coordenador), Viviana Giampaoli, Alejandro Frery e Cláudia Lima. À secretária Valéria Bittencourt sempre disposta a ajudar.

Aos colegas da turma que dei os primeiros passos: Amanda, Carla, Diana, Michelli, Patrícia Leone, Carlos e Heráclito. Aos colegas da turma nova: André, Júnior, Lenaldo, Alvino, Cherubino, Fernando César, Andréa, Gecynalda, Sandra Pinheiro, Sandra Rêgo, Sílvia Torres, Tatiane e Renata.

A minha turma a qual convivi os momentos bons e superamos os momentos difíceis durante todo o mestrado e a qual devo eternamente: Patrícia Leal que mostrou alto astral; Tatiene, minha irmã do mestrado, que me mostrou amizade; Sílvia que me ensinou a converter tudo em alegria; Tarciana que me mostrou capacidade e respeito; Raydonal que me ensinou o que é personalidade e companheirismo; Gilson que me mostrou fraternidade; Felipe que ensinou a ser tranqüilo; Bartolomeu que me ensinou o que é parceria; João Marcelo que mostrou o que é determinação e especial a Cristina Morais por realizar um verdadeiro papel de mãe.

Agradecimento especial a Manoel Apolinário que me deu grande força, Mirele Moutinho que me indicou o curso e Alessandra Berenguer pela amizade.

À CAPES pelo apoio financeiro.

Resumo

Trabalhamos com autômatos celulares de forma $F_r D$, onde F_r é um operador aleatório que age nas medidas no espaço $\{0, \dots, m\}^{\mathbb{Z}^d}$ e D é um operador determinístico que age no mesmo espaço. F_r aumenta o estado de cada ponto em \mathbb{Z}^d com probabilidade $r > 0$ independentemente e D é qualquer operador determinístico com interação local monótona e uniforme. Os elementos de $\{0, \dots, m\}^{\mathbb{Z}^d}$ são chamados configurações. Chamamos ilhas as configurações onde o número de componentes com estado diferente de zero é finito. Dizemos que o operador D erode uma ilha x se existe t tal que $D^t x =$ “todos zeros”. Chamamos um operador de erodente se ele erode todas ilhas. Nos casos $m = 1$ e $d = 1$ condições de erodentes foram pesquisadas por [T. 2001] e [G. 1976]. Chamamos D um erodente linear se existe c tal que D erode cada ilha em um tempo que não excede c vezes o diâmetro desta ilha. [T. 2001] e [G. 1976] mostram que nos casos acima todos os erodentes são lineares. Nesta tese consideramos o primeiro caso não pesquisado: $m = 2$ e $d = 2$ e descobrimos que neste caso existem erodentes não lineares. Concentramos nossa atenção num exemplo G deste tipo. O teorema 2 mostra que a superposição $F_r G$ é ergódica para todos $r > 0$. Comparamos nosso processo com a metaestabilidade, fenômeno físico caracterizado pela capacidade de um estado de desequilíbrio permanecer por um longo período de tempo.

Abstract

Elements of $\{0, \dots, m\}^{\mathbb{Z}^d}$ are called configurations. We work with cellular automata, which can be presented as $F_r D$, where F_r is a *random* operator which acts on measures on the set of configurations and D is a *deterministic* operator which acts on configurations. F_r increases state of every point in \mathbb{Z}^d with probability $r > 0$ independently and D is a uniform monotonic deterministic operator with local interaction. We call an *island* any configuration whose number of components with non-zero state is finite. We say that an operator D erodes an island x if there is t such that $D^t x =$ “all zeros”. We say that an operator D is an *eroder* if it erodes all islands. In the cases $m = 1$ and $d = 1$ necessary and sufficient conditions for D to be an eroder were presented in [T. 2001] and [G. 1976]. We say that D is a linear eroder if there is c such that D erodes any island in a time which does not exceed c times diameter of this island. [T. 2001] and [G. 1976] show that in these cases all eroders are linear. In this thesis we consider the first case not studied before: $m = 2$ and $d = 2$ and find that in this case there are non-linear eroders. We concentrate our attention on an example G of this sort. Theorem 2 shows that superposition $F_r G$ is ergodic for all $r > 0$. We compare our process with *metastability*, a physical phenomenon when a systems remains in a non-equilibrium state for a long time.

Índice

1	Introdução	1
2	Operadores Determinísticos	5
2.1	Propriedades Determinísticas	5
2.2	O Maior Exemplo	7
2.3	Teorema 1	8
2.4	demonstração do Teorema 1	9
2.4.1	demonstração do Item <i>a)</i> do Teorema 1	10
2.4.2	demonstração do Item <i>b)</i> do Teorema 1	12
3	Teorema 2	13
3.1	Outra Apresentação do Operador Aleatório F_r	15
3.2	Outra Descrição do Processo	16
3.3	Problema Clássico da Ruína do Jogador	17
3.4	demonstração do Item <i>a)</i> do Teorema 2	28
3.5	Discussão	29
	Apêndice	31
	Referências	33