
CORREÇÃO DE VIÉS DO ESTIMADOR DE MÁXIMA
VEROSSIMILHANÇA PARA A FAMÍLIA
EXPONENCIAL BIPARAMÉTRICA

GILSON BARBOSA DOURADO

Orientador: Klaus Leite Pinto Vasconcellos
Área de concentração: Estatística Matemática

Dissertação apresentada ao Departamento de Estatística da Universidade Federal
de Pernambuco para obtenção do grau de Mestre em Estatística

Recife, fevereiro de 2004

Universidade Federal de Pernambuco
Mestrado em Estatística

16 de fevereiro de 2004

(di)

Vós recomendamos que a dissertação de mestrado de autoria de

Gilson Barbosa Dourado

titulada

Correção de viés do estimador de máxima verossimilhança para a família

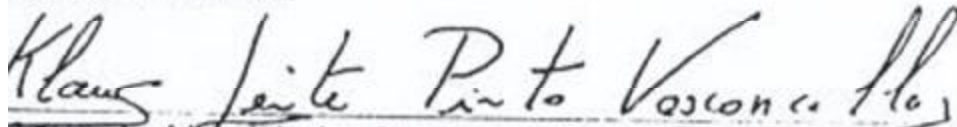
exponencial biparamétrica

é aceita como cumprimento parcial dos requerimentos para o grau
de Mestre em Estatística.

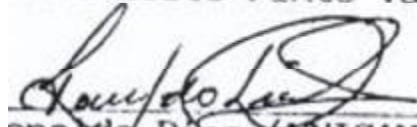


Coordenador da Pós-Graduação em Estatística

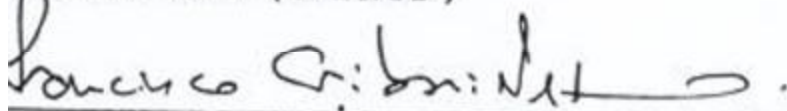
Examinadora:



Klaus Leite Pinto Vasconcellos orientador



Ronaldo Dias (UNICAMP)



Francisco Cribari Neto

Computers are useless. They can only give you answers.
— Pablo Picasso

Agradecimentos

A Deus, cujo nome é Jeová, pois sem ele seria impossível a realização deste trabalho.

A meus pais, pelo apoio e incentivo. Aos meus irmãos, Jaciara, Jussara e Gilvã, pelo amor, carinho e amizade.

Ao meu orientador, Klaus Vasconcellos, pela paciência e confiança.

Aos meus colegas de mestrado, que se tornaram não só colegas mas verdadeiros amigos. Em especial, a Sílvia, a Patrícia, Tatiene e Tarciana, não desmerecendo os demais. A Sílvia, pelo belo exemplo de respeito e confiança; a Patrícia, por sua amizade, confiança e sinceridade; a Tatiene, pela alegria e carinho; e a Tarciana, pela amizade e respeito.

Aos meus amigos e colegas, Felipe, Ricardo e Raydonal, pela amizade, respeito e compreensão.

A todos os colegas de mestrado, Patrícia Espinheiro, Michelli, Diana, Heráclito, Amanda, Júnior, André, Sandra Rêgo, Sandra Pinheiro, Gecynalda, Andréa, Tatiane e Renata.

Aos professores do Programa de Mestrado em Estatística da UFPE, pela credibilidade e por sua contribuição à minha formação estatística.

A Valéria, pela competência, disponibilidade e compreensão.

Ao Coordenador da Pós-Graduação em Estatística, Francisco Cribari Neto, pelo apoio e ajuda.

A meu grande amigo Reginaldo, pela amizade, respeito e companheirismo.

A todos que participaram direta ou indiretamente na realização deste sonho. A meus amigos da Congregação Engenho do Meio.

À Capes, pelo apoio financeiro.

Resumo

Os estimadores de máxima verossimilhança são, em geral, viesados para o verdadeiro valor do parâmetro. Normalmente, o viés é desprezado com base na alegação de que ele é desprezível comparado aos erros padrão das estimativas. Em uma amostra de tamanho n , o viés em geral é de ordem $O(n^{-1})$, enquanto que o desvio padrão é de ordem $O(n^{-1/2})$. Apesar do viés não constituir um problema sério se o tamanho da amostra for razoavelmente grande, em amostras onde o tamanho não é suficientemente grande o viés pode ser significativo.

Dada a grande importância do estimador de máxima verossimilhança, muitas técnicas foram desenvolvidas para corrigir o viés destes estimadores em pequenas amostras. O objetivo desta dissertação é apresentar algumas técnicas que concentram na remoção do viés de segunda ordem para estimadores de máxima verossimilhança na família exponencial biparamétrica, o que pode ser feito tanto de forma analítica como numérica. Apresentaremos três procedimentos para correção do viés de segunda ordem das estimativas de máxima verossimilhança. O primeiro procedimento é baseado na expressão do viés de segunda ordem obtida por Cox e Snell (1968), onde o estimador corrigido será dado pela diferença entre o estimador de máxima verossimilhança e o viés de segunda ordem calculado usando o estimador original. Uma segunda metodologia utilizada para corrigir o estimador de máxima verossimilhança foi introduzida por Firth (1993). Este método consiste na modificação da função escore com o objetivo de remover o termo de ordem n^{-1} do viés do estimador de máxima verossimilhança. Um terceiro procedimento para a correção do viés de segunda ordem do estimador de máxima verossimilhança é baseado na estimação numérica do viés através de um esquema de reamostragem bootstrap, onde o viés é estimado como a diferença entre o valor médio das estimativas de máxima verossimilhança nas réplicas de bootstrap e a estimativa original. Derivamos a expressão do viés dos estimadores de máxima verossimilhança para a formula de Cox e Snell (1968). Comprovamos a similaridade entre os métodos corretivo e preventivo, que demonstraram desempenho superior na redução do viés e do erro quadrático médio em comparação aos estimadores originais e bootstrap.

Abstract

Maximum likelihood estimators are typically biased. There are several different ways to correct this problem. The chief goal of this dissertation is to present some of them, which focus on removing the second order bias of maximum likelihood estimators in the bivariate exponential family. This may be done by analytical or numerical procedures. We will present three of these procedures; a correction method, a preventive method and a bootstrap correction method. We observe that the first two methods produce similar results in our specific problem; the performance of these estimators was much better than that of the original estimators and that of the estimator obtained by bootstrap methods.

Índice

1	Introdução	1
1.1	Introdução	1
1.2	Família exponencial biparamétrica	3
1.3	Estimação por máxima verossimilhança	4
1.4	Organização da dissertação	7
1.5	Suporte computacional	7
2	Correção de Viés para Família Exponencial Biparamétrica	8
2.1	Viés de segunda ordem	8
2.2	Estimadores corrigidos	10
2.3	Viés para família exponencial biparamétrica	13
2.4	Casos particulares	16
2.4.1	Distribuição gama	16
2.4.2	Distribuição normal inversa	19
2.4.3	Distribuição log-gama	21
2.4.4	Distribuição log-beta-inversa	23
3	Resultados Numéricos	27
3.1	Introdução	27
3.2	Distribuição gama	28
3.3	Distribuição normal inversa	30
3.4	Distribuição log-gama	32
3.5	Distribuição log-beta-inversa	34
4	Conclusão	56
◇	Apêndice	57
◇	Referências	68