

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

**WAVELETS NA COMPACTAÇÃO E
PROCESSAMENTO DE SINAIS DE DISTÚRBIOS EM
SISTEMAS DE POTÊNCIA PARA CLASSIFICAÇÃO
VIA REDES NEURAIS ARTIFICIAIS**

por

MILDE MARIA DA SILVA LIRA

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Pernambuco como parte dos requisitos para a obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica

ORIENTADOR: MANOEL AFONSO DE CARVALHO JÚNIOR, Ph.D.

Recife, Julho de 2004

© Milde Maria da Silva Lira, 2004

L732w

Lira, Milde Maria da Silva

Wavelets na compactação e processamento de sinais de distúrbios em sistemas de potência para classificação via redes neurais artificiais / Milde Maria da Silva Lira ; Orientador: Manoel Afonso de Carvalho Júnior. - Recife : O Autor , 2004.

vii, 118 folhas. : il. ; fig., tab.

Tese (doutorado) – Universidade Federal de Pernambuco. CTG. Engenharia Elétrica, 2004.

Inclui bibliografia e apêndices.

1. Redes neurais artificiais. 2. Sistemas elétricos de potência 3. Processamento de energia . 4. Processamento de sinais - transformadas Wavelets. I. Carvalho Júnior, Manoel Afonso de . II. Título.

621.3

CDD (21.ed.)

UFPE
BCTG/2004-40



Universidade Federal de Pernambuco

Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

PARECER DA COMISSÃO EXAMINADORA DE DEFESA DE TESE DE
DOUTORADO

MILDE MARIA DA SILVA LIRA

TÍTULO

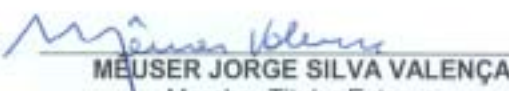
**"WAVELETS NA COMPACTAÇÃO E PROCESSAMENTO DE SINAIS DE
DISTÚRBIOS EM SISTEMAS DE POTÊNCIA PARA CLASSIFICAÇÃO
VIA REDES NEURAIS ARTIFICIAIS"**

A comissão examinadora composta pelos professores: MANOEL AFONSO DE CARVALHO JÚNIOR, DEESP/UFPE, GERALDO LEITE TORRES, DEESP/UFPE, FRANCISCO DE ASSIS DOS SANTOS NEVES, DEESP/UFPE, MÊUSER JORGE SILVA VALENÇA, Universidade Salgado de Oliveira e BENEMAR ALENCAR DE SOUZA, DEE/UFPE sob a presidência do prof. Joaquim Ferreira Martins Filho, Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, consideram a candidata **MILDE MARIA DA SILVA LIRA APROVADA.**


Recife, 29 de julho de 2004.

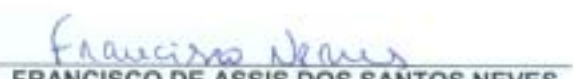

JOAQUIM FERREIRA MARTINS FILHO
Coordenador do PPGE


MANOEL AFONSO DE CARVALHO JÚNIOR
Orientador e Membro Titular Interno


MÊUSER JORGE SILVA VALENÇA
Membro Titular Externo


GERALDO LEITE TORRES
Membro Titular Interno


BENEMAR ALENCAR DE SOUZA
Membro Titular Externo


FRANCISCO DE ASSIS DOS SANTOS NEVES
Membro Titular Interno

Com muito amor, ao meu marido
Carlos Brayner e às minhas filhas
Maria do Carmo e Mariana, DEDICO.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por ter-me concedido condições intelectuais e emocionais para o desenvolvimento deste trabalho.

Ao Prof. Manoel Afonso de Carvalho Júnior pela calorosa acolhida a este doutorado, pela orientação segura e por todo o apoio e compreensão constantes, fundamentais para efetivação desta tese.

Ao meu marido, Brayner, por sua dedicação durante a organização deste trabalho, principalmente no que se refere a esta redação.

À CHESF em nome dos Engenheiros José Júlio A. L. Leitão (DPA) e Sandra Sayonara Bispo da Silva (DOEM) pela permissão da utilização dos dados da Rede de Qualimetria e Oscilografia, sem os quais não seria possível a realização deste trabalho com sinais de distúrbios reais.

Ao Prof. Hélio Magalhães pela gentileza, presteza e empenho ao me fornecer informações, livros e artigos sobre wavelets necessárias para a realização deste trabalho.

A CAPES pela bolsa de estudos, sem a qual este trabalho não seria possível.

Às minhas filhas, Maria do Carmo e Mariana, por tolerarem a minha falta de atenção durante minhas horas de estudo e pesquisas.

Agradeço ainda, a todas as pessoas que de alguma forma contribuíram para a conclusão desta dissertação.

Resumo da Tese apresentada à UFPE como parte dos requisitos necessários para a
obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica.

WAVELETS NA COMPACTAÇÃO E PROCESSAMENTO DE SINAIS DE DISTÚRBIOS EM SISTEMAS DE POTÊNCIA PARA CLASSIFICAÇÃO VIA REDES NEURAIAS ARTIFICIAIS

MILDE MARIA DA SILVA LIRA

Julho/2004

Orientador: Manoel Afonso de Carvalho Júnior, Ph.D.

Área de Concentração: Processamento de Energia.

Palavras Chaves: Transformadas Wavelets, Análise de Componentes Principais, Redes Neurais Artificiais, Classificação, Compactação, Sinais de Distúrbios, Combinação de Modelos.

Número de Páginas: 118

RESUMO: Neste trabalho, são desenvolvidos novos tipos de Wavelets para análise de sinais, um Algoritmo de Compactação e um Sistema de Classificação de sinais de tensões com distúrbio. A compactação do sinal é realizada eliminando-se os coeficientes wavelets cujos módulos estão abaixo de um determinado limiar de corte. Os resultados para sinais reais obtidos em registradores digitais forneceram altas taxas de compactação, tipicamente em torno de 82%, demonstrando a potencialidade deste método. Na classificação, o sinal de tensão é pré-processado via Wavelets e em seguida submetido a uma redução dimensional por meio da ferramenta estatística, Análises de Componentes Principais, e finalmente é submetido à Rede Neural tipo *Multilayer Perceptrons* - MLP, que indicará o tipo de distúrbio presente no sinal. Cada rede implementada foi treinada com uma base de conhecimento, cujos atributos foram constituídos dos coeficientes wavelets de aproximação, ou de detalhes, ou de ambos. Na combinação das Redes Neurais, em cada um dos seis nós de saída, aplicou-se a média entre as três saídas das redes individuais. A decisão final do classificador corresponde à saída combinada de maior valor. A técnica de combinação de modelos diferentes na classificação mostra excelentes resultados ao corrigir os casos mal classificados pelas redes individuais. O percentual de acerto da combinação da rede treinada com os coeficientes de detalhes com a aquela treinada com os coeficientes de aproximação para um conjunto de teste formado por 306 padrões foi de 99,3%, enquanto que na rede individual treinada com ambos coeficientes, esse índice foi de 96,4%. Estes resultados demonstram a superioridade do Sistema de Classificação baseado na combinação de redes com arquiteturas diferentes.

Abstract of Thesis presented to UFPE as a partial fulfilment of the requirements for the degree of Doctor in Electrical Engineering.

WAVELETS FOR COMPACTING AND PROCESSING SIGNALS IN POWER SYSTEMS DISTURBANCES FOR CLASSIFICATION VIA ARTIFICIAL NEURAL NETWORK

MILDE MARIA DA SILVA LIRA

July/2004

Supervisor(s): Manoel Afonso de Carvalho Júnior, Ph.D

Concentration Area: Electric Power.

Keywords: Wavelet Transform, Principal Components Analysis, Artificial Neural Networks, classification, data compression, power disturbance, combining models.

Number of Pages: 118

ABSTRACT: In this work, new types of wavelets for signal analysis were developed and a compacting algorithm to be used in a voltage signal classification system was constructed. The signal compressing is achieved by filtering out the wavelets coefficients under a given threshold. Actual voltage waveforms obtained from data acquisition system connected to power lines were compressed typically to 82%, showing a high degree of performance. In the subsequent phase of classification, the waveform signal is pre-processed via Wavelet Transform, followed by a statistical treatment with Principal Components Analysis to reduce the vector dimension for the next step. Finally, the signal is lead to the input of a Multilayer Perceptrons - MLP Neural Network, which is able to identify the category of disturbance present in the waveform signal. The implemented networks were trained with three different knowledge bases, assigning to their attributes only the approximation coefficients, only the detail coefficients and both, respectively. The combination of these networks is formed for each of the six output nodes by averaging across the three individual outputs. The final decision of the classifier corresponds to the combination output with the highest value. This resulted in a considerable improvement of the network output, since it was capable of correcting false outcomes of the individual networks. For instance, taking the network trained with the approximation coefficients and combining it with that trained with the detail coefficients, the classification was true at a 99,3% level, while the individual networks never reached more than 96,4%. These results demonstrated the superiority of a classification system based on the combination of neural networks with different architectures, when applied to the recognition of electrical disturbances in power systems.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS.....	iv
LISTA DE TABELAS.....	vi
CAPÍTULO 1: INTRODUÇÃO.....	01
1.1 – OBJETIVOS.....	06
1.2 – ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO.....	06
CAPÍTULO 2: FERRAMENTAS MATEMÁTICAS.....	08
2.1 – ANÁLISE DE COMPONENTES PRINCIPAIS.....	08
2.1.1 - Estrutura de Valores Próprios do PCA.....	11
2.1.2 - Componentes Principais.....	13
2.1.3 - Redução da Dimensionalidade.....	13
2.2 – TRANSFORMADAS WAVELETS.....	15
2.2.1 - Wavelet Discreta.....	17
2.2.2 - Reticulado.....	19
2.2.3 - Abordagem Matemática da Transformada Wavelet Contínua.....	19
2.2.4 - Relação entre Filtragem e Wavelets.....	22
2.2.5 - Momentos Nulos.....	24
2.2.6 - Análise Multirresolução.....	25
2.2.7 - Codificação em Sub-Bandas.....	26
2.2.8 - Aproximações e Detalhes.....	29
2.2.9 - Decomposição em Múltiplos Níveis.....	31
2.3 – REDES NEURAIS ARTIFICIAIS.....	32
2.3.1 – Arquitetura de Rede.....	33
2.3.2 – Função de Transferência.....	34
2.3.3 – Processo de Aprendizagem.....	35
2.3.4 – Modelos de Redes MLP.....	36
2.3.5 – Aumentando o Desempenho do <i>Backpropagation</i> : Algoritmo <i>Rprop</i>	37

2.3.6 – Limitações das Redes Neurais.....	39
CAPÍTULO 3: CONSTRUÇÃO DE NOVAS WAVELETS.....	40
3.1 – WAVELETS DE MATHIEU.....	41
3.1.1 – Coordenadas Elíptico-Cilíndricas.....	44
3.1.2 – Filtros de Análise de Multirresolução e as Equações de Mathieu....	45
3.2 – WAVELETS DE LEGENDRE.....	51
3.2.1 – Introdução às Funções de Legendre.....	53
3.3 – CONCLUSÕES.....	59
CAPÍTULO 4: COMPACTADOR DE SINAIS.....	61
4.1 – DESENVOLVIMENTO DO ALGORITMO DE COMPACTAÇÃO.....	62
4.1.1 - Limiar de Corte dos Coeficientes Wavelets.....	62
4.1.2 - Seleção das Wavelets.....	64
4.1.3 - Nível de Decomposição.....	65
4.1.4 - Critério de Avaliação da Compressão.....	65
4.1.5 - Alvos do Algoritmo de Compactação.....	67
4.1.6 - Algoritmo de Compactação “ <i>waveshrink</i> ”.....	68
4.2 - RESULTADOS E CONCLUSÕES.....	71
CAPÍTULO 5: CLASSIFICADOR DE DISTÚRBIOS.....	76
5.1 – CLASSIFICADORES MODERNOS.....	77
5.2 – METODOLOGIA E ANÁLISE.....	79
5.2.1 – Tipos de Distúrbios e suas Características.....	79
5.2.2 – Wavelet Seleccionada na Decomposição.....	81
5.2.3 – Nível de Resolução.....	82
5.2.4 – Pré-Processamento do Sinal de Tensão.....	85
5.2.5 – Elaboração do Banco de Dados da Rede Neural.....	86
5.2.6 – Divisão do Conjunto de Dados.....	86
5.2.7 – Codificação da Resposta Desejada.....	87
5.2.8 – Treinamento das Redes MLP com o Algoritmo Rprop.....	87

5.3 – RESULTADOS E CONCLUSÕES.....	89
5.3.1 – Caso 1: Redes Treinadas com a Base 1.....	90
5.3.2 – Caso 2: Redes Treinadas com a Base 2.....	94
5.3.3 – Caso 3: Redes Treinadas com a Base 3.....	97
5.3.4 – Caso 4: Combinação dos Grupos 2 e 3.....	99
5.4 – VALIDAÇÃO DO SISTEMA FORMADO PELOS GRUPOS 2 E 3.....	101
CAPÍTULO 6: CONCLUSÕES GERAIS E SUGESTÕES.....	103
6.1 – CONCLUSÕES GERAIS.....	103
6.2 – CONTRIBUIÇÕES DO PRESENTE TRABALHO.....	104
6.3 – SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	105
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	106
APÊNDICES	
A.1 – PROGRAMA DE RECUPERAÇÃO DO SINAL COMPACTADO.....	113
A.2 – PROGRAMA DO COMPACTADOR DE SINAIS.....	113
LISTA DE PUBLICAÇÕES.....	117

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Funções de base wavelet Daubechies, ladrilho tempo \times frequência, plano tempo \times frequência de cobertura.....	15
Figura 2.2 - Senóide e Wavelet (db10).....	16
Figura 2.3 - Decomposição: (a) senoidal do sinal em diferentes frequências, (b) Wavelet do sinal em diferentes escalas e deslocamentos.....	16
Figura 2.4 – Funções de base senoidais, ladrilho (tempo \times frequência), plano (tempo \times frequência).....	17
Figura 2.5 – Reticulado hiperbólico definido pelas wavelets no plano (escala \times deslocamento).....	19
Figura 2.6 - Comportamento de $\Psi(w)$ tipo passa-faixa.....	22
Figura 2.7 - Compressão no tempo gera uma expansão do espectro da wavelet e uma translação de seus componentes de frequência.....	27
Figura 2.8 - Banco de filtros / codificação em sub-bandas.....	28
Figura 2.9 – O processo de decomposição por sub-amostragem produz os coeficientes wavelets (DWT).....	30
Figura 2.10 - Diagrama esquemático da decomposição wavelet do sinal adicionado de ruído.....	30
Figura 2.11 - Processo de reconstrução do sinal a partir dos coeficientes wavelet.....	31
Figura 2.12 - Esquema dos filtros espelhados em quadratura.....	31
Figura 2.13 - Árvore de decomposição wavelet do sinal S	31
Figura 2.14 - (a) Arquitetura de uma Rede Neural MLP de três camadas; (b) Detalhe.....	32
Figura 2.15 - Curvas da função sigmóide para diferentes valores de k	35
Figura 2.16 - Etapas de aprendizagem: <i>forward</i> – atividade e <i>backward</i> – erro.....	37
Figura 3.1 - Funções de Mathieu pares de 1 ^a espécie com período 2π . Cossenos elípticos para: a) $\nu=1$ e $q=5$; b) $\nu=5$ e $q=5$	44
Figura 3.2 - Coordenadas Elíptico-cilíndricas.....	44

Figura 3.3 - Magnitude da função de transferência dos filtros de Mathieu para AMR (filtro suavizador $ H_\nu(w) $ e filtro de detalhe $ G_\nu(w) $ para alguns parâmetros de Mathieu). (a) $\nu=1$, $q=5$, $a=1,85818754$; (b) $\nu=5$, $q=5$, $a=25,5499717$	50
Figura 3.4 - Aproximações com filtros FIR para wavelets de Mathieu: (a) $\nu=3$ e $q=3$; (b) $\nu=5$ e $q=15$, após 2, 4 e 8 iterações respectivamente.....	51
Figura 3.5 - Magnitude da função de transferência dos filtros suavizador. Filtro $ H_\nu(w) $ para as seguintes ordem: $\nu=1$ (linha cheia), $\nu=3$ (linha pontilhada) e $\nu=5$ (linha tracejada).....	55
Figura 3.6 - Formas de onda da Wavelet de Legendre: (a) $\nu=3$ (legd2); (b) $\nu=5$ (legd3) após 4 e 8 iterações respectivamente.....	58
Figura 3.7 - Forma de onda da wavelet legd8 no MatLab® usando o comando wavemenu....	59
Figura 4.1 - Técnica de compressão via wavelet em 3 níveis.....	64
Figura 4.2 – Gráfico representativo do compromisso existente entre o número de coeficientes anulados e a energia retida no sinal compactado.....	67
Figura 4.3 - Gráfico de visualização do programa do compactador de sinais.....	70
Figura 4.4 –Diagrama de blocos do compactador de sinais.....	71
Figura 4.5 – Esquema em paralelo do classificador e compactador do sinal.....	75
Figura 5.1 - Esquema de classificação através de moldes.....	79
Figura 5.2 – Exemplos dos distúrbios elétricos de tensão usados: (a) Afundamento, (b) Elevação, (c) Interrupção, (d) Transitório Oscilatório, (e) Harmônico....	81
Figura 5.3 - Frequência fundamental, f_0 , e frequência central, $3f_s/2^{k+2}$, das sub-bandas de frequências mais altas.....	83
Figura 5.4 – Sinal de tensão com distúrbio decomposto até o 5º nível de resolução.....	84
Figura 5.5 – Sinal de tensão com distúrbio decomposto até o 6º nível de resolução.....	84
Figura 5.6 – Formação das 10 partições.....	87
Figura 5.7 – Sistema de classificação de distúrbios formado pelos grupos 2 e 3.....	100

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Coeficientes suavizador do filtro FIR de Legendre para $\nu=1, 3, 5$ (N é a ordem da wavelet).....	57
Tabela 4.1 – Tabela ilustrativa dos resultados da compactação.....	72
Tabela 5.1 – Processo de codificação por sub-banda para uma taxa de amostragem de 128 amostras/ciclo.....	85
Tabela 5.2 – Saídas desejadas da Rede Neural.....	87
Tabela 5.3 – Composição das bases de conhecimento.....	89
Tabela 5.4 – Erro médio quadrático e percentual das redes nos conjuntos de treinamento, validação e teste da base 1.....	91
Tabela 5.5 – Taxa de acerto percentual por classe.....	91
Tabela 5.6 – Saída da cada neurônio das redes individual e combinada quando da apresentação de um padrão da classe Interrupção.....	92
Tabela 5.7 - Taxa de acerto percentual por classe da combinação das três redes.....	93
Tabela 5.8 - Respostas individuais das redes para o conjunto de teste extra.....	93
Tabela 5.9 – Respostas das redes 1, 2 e 3 combinadas para o conjunto de teste extra.....	94
Tabela 5.10 – Erro médio quadrático e percentual das redes nos conjuntos de treinamento, validação e teste da base 2.....	95
Tabela 5.11 – Taxa de acerto percentual por classe.....	95
Tabela 5.12 – Respostas das redes individualmente para o conjunto de teste extra.....	96
Tabela 5.13 – Respostas das redes 4, 5 e 6 combinadas para o conjunto de teste extra.....	96
Tabela 5.14 – Erro médio quadrático e percentual das redes nos conjunto de treinamento, validação e teste da base 3.....	98
Tabela 5.15 – Taxa de acerto percentual por classe.....	98
Tabela 5.16 – Respostas das redes individualmente para o conjunto de teste extra.....	99

Tabela 5.17 – Resposta das redes 7, 8 e 9 combinadas para o conjunto de teste extra.....	99
Tabela 5.18 – Resposta da combinação dos grupos 2 e 3 para o conjunto de teste extra..	101
Tabela 5.19 - Resposta da combinação dos grupos 2 e 3 para o novo conjunto de teste...	101
Tabela 5.20 - Percentual de erro dos grupos individuais e das suas combinações.....	102

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

A qualidade da energia elétrica tornou-se um assunto de extrema importância nos dias atuais, principalmente devido ao incremento no número de usuários que empregam microprocessadores em seus vários tipos de equipamentos eletrônicos [1], incluindo computadores, controladores de velocidade (ASDs- Adjustable Speed Drives), controladores lógicos programáveis (PLCs- Programmable Logic Controllers) e outros dispositivos não lineares. Tais equipamentos são sensíveis às alterações no fornecimento de energia e contribuem ao mesmo tempo para uma degradação da qualidade de energia elétrica, especialmente pela introdução de harmônicos na rede. A sensibilidade de certos equipamentos eletrônicos é tão elevada que um afundamento de tensão com duração de 200 milisegundos na transmissão de energia elétrica pode fazer com que uma empresa passe 12 horas regulando os equipamentos para retornar ao nível de produção normal. Além dos danos futuros causados por tais distúrbios, os prejuízos imediatos podem ser bastante consideráveis.

Uma baixa qualidade de energia causada pela presença de distúrbios elétricos traz várias conseqüências indesejadas, tais como instabilidade, danos em equipamentos eletrônicos sensíveis, mau funcionamento e diminuição na vida útil de equipamentos elétricos, entre outros [2]. No sentido de minimizar estes problemas, as concessionárias de energia e usuários recorrem à inspeção e à monitoração por meio do uso de registradores digitais de perturbação, objetivando caracterizar cada problema, de forma que uma solução apropriada possa ser formulada. Os distúrbios registrados são armazenados e trazem uma

grande variedade de informações sobre as características dos eventos associados à qualidade da energia. Desde que estas características são únicas para cada tipo de evento no sistema elétrico, elas são úteis para retratar os distúrbios e definir suas causas.

Com a privatização do setor elétrico, as atividades de geração, transmissão e distribuição tendem a se desenvolver em ambiente competitivo, o que motiva a busca pela eficiência e, portanto, da qualidade [3]. A qualidade de energia engloba a análise, o diagnóstico, a solução e o impacto econômico de qualquer anomalia do sistema elétrico.

A grandeza mais comumente usada para descrever a qualidade da energia elétrica (QEE) é a tensão [4], visto que o sistema de potência pode controlar apenas a tensão e não tem controle sobre as correntes que as cargas venham a produzir. Portanto, os padrões de qualidade são desenvolvidos para manter a tensão fornecida dentro de certos limites.

Certamente existe uma relação intrínseca entre a tensão e corrente dentro do sistema de potência. Apesar dos geradores serem capazes de produzir uma onda de tensão aproximadamente senoidal, as correntes que passam através da impedância do sistema podem causar uma variedade grande de distúrbios na forma de onda da tensão. Por exemplo,

1. A corrente resultante de um curto-circuito pode causar um afundamento na tensão, ou o desaparecimento completo no caso de atuação da proteção.
2. As correntes que se originam da queda de raios em equipamentos elétricos do sistema causam tensões com elevados impulsos que freqüentemente provocam centelhamento na isolação e geram outros fenômenos, como o curto-circuito.
3. Correntes distorcidas das cargas produtoras de harmônicos também distorcem a tensão à medida que passam através da impedância do sistema. Assim uma tensão distorcida é fornecida a outros usuários finais.

A perda da qualidade da energia, em geral, é causada por distúrbios do tipo: curto-circuitos, afundamentos temporários de tensão (*voltage sags*), distorções harmônicas, distúrbios periódicos de tensão (*notchings*), elevações temporárias de tensão (*voltage*

swells) e transitórios resultantes de chaveamentos. A detecção e a classificação destes e outros tipos de distúrbios elétricos são de grande importância para a identificação de suas causas e posterior correção destes problemas.

As estratégias de disparos utilizadas nos registradores digitais de perturbações para capturar as formas de onda dos eventos (não especificamente um distúrbio) são baseadas na violação de um conjunto de limiares predeterminados (*set up*). Infelizmente, estas estratégias de disparos com base nos limiares são difíceis de serem aplicadas em situações nas quais se deseja registrar apenas a forma de onda correspondente a uma classe de distúrbio. Esta inabilidade dos registradores de discriminar automaticamente entre os tipos de forma de onda capturada tende a sobrecarregar o usuário com uma tarefa manual (inspeção visual) de filtrar e escolher entre um grande número de formas de ondas. Este método de inspeção visual do sinal perturbado é uma tarefa complexa e pode tornar-se impraticável em situações onde há um número elevado de dados a serem analisados. Além disso, a inspeção visual de distúrbios nos registros de sinais requer profissionais altamente especializados, cuja experiência fora adquirida ao longo de anos de trabalho na área, capazes de extrair informações a partir destes registros. Desta forma, é necessário um procedimento automático que seja capaz de analisar o sinal e disponibilizar as informações indispensáveis para que medidas preventivas adequadas sejam tomadas.

Diversos trabalhos publicados [5, 6, 7, 8, 9] abordam o problema em questão. Recentemente a grande ênfase é dada às técnicas que aplicam *Wavelets* para análise do sinal de tensão e *Redes Neurais Artificiais* (RNA) para classificação do distúrbio presente no mesmo [10, 11].

A pesquisa na classificação busca geralmente as abordagens a seguir:

- A determinação das representações características relevantes, comumente conhecidas por *assinaturas*, das classes de sinais.
- O desenvolvimento do classificador das assinaturas.
- A determinação da eficiência e confiabilidade das técnicas que usam as assinaturas para realizar a classificação.

Neste trabalho, todos os itens acima são abordados. Utiliza-se a *transformada wavelet* [12], ferramenta matemática que decompõe o sinal em escala com níveis diferentes de resolução para decompor os sinais oriundos dos Registradores Digitais de Perturbações (RDP) tipo ION 7700 e dos oscilógrafos SIEMENS instalados em pontos estratégicos do sistema de transmissão da Companhia Hidrelétrica do São Francisco (CHESF) e nas instalações dos seus grandes consumidores industriais. Esta ferramenta é utilizada para gerar os vetores de treinamento da Rede Neural e, como tarefa paralela, é utilizada para compactar o sinal de entrada. Esta compactação é executada no domínio wavelet, mantendo-se os coeficientes wavelet associados aos distúrbios e eliminando-se todos os outros livres de distúrbios. A compressão do sinal é necessária visto que os equipamentos de monitoração registram periodicamente as formas de onda do distúrbio com uma alta taxa de amostragem que varia de 1 a 4 MHz [13] a fim de capturar transitórios impulsivos resultando, portanto, no armazenamento anual de arquivos de dados na ordem de centenas de gigabyte [14]. Este enorme volume de dados conduz a um alto custo de armazenamento, sendo por esta razão, a compressão destes arquivos (com ou sem perda da informação) muito almejada. De maneira similar, a decomposição de cada sinal de entrada vai gerar um vetor de grande dimensão. Por exemplo, um sinal constituído de 1792 amostras (14 ciclos de 128 amostras/ciclo), após decomposição por uma determinada wavelet de seis momentos nulos até o 10^o nível de resolução, produzirá um vetor linha com 1855 elementos que será fornecido a uma Rede Neural como vetor de treinamento.

Como se pode observar no que foi exposto acima, o vetor de treinamento das redes neurais apresenta uma elevada dimensionalidade. Isto dificulta muito o processo de treinamento das redes, devido ao tempo de processamento necessário para que a rede alcance seu ponto de equilíbrio (ponto onde não ocorrerá mais mudanças expressivas nos pesos das conexões de uma iteração para a seguinte), necessitando, portanto, a introdução de técnicas para reduzir sua dimensão. Isto pode ser conseguido por meio do uso da ferramenta estatística – *Análise de Componentes Principais* (PCA) [15] que calcula as componentes principais utilizando a matriz correlação dos dados originados da decomposição do sinal pela wavelet. Por sua vez, as *Redes Neurais Artificiais* [16] que são modelos computacionais não-lineares inspirados na funcionalidade do neurônio e na estrutura altamente paralela do cérebro humano, com capacidade de aprendizado

automático a partir de dados históricos, serão aplicadas na classificação dos diversos distúrbios presentes no sistema elétrico.

A partir das ferramentas mencionadas anteriormente, pretende-se construir um classificador automático de distúrbios capaz de (a partir da identificação das características próprias da forma de onda da tensão) detectar e classificar os diversos tipos de eventos registrados através dos RDPs. O classificador deverá assistir os engenheiros de qualidade da energia na identificação das formas de onda dos distúrbios e poderá ser integrado com outros sistemas especialistas para prover procedimentos flexíveis na identificação dos distúrbios.

A proposta central deste trabalho é utilizar as informações relativas aos coeficientes wavelets de detalhe de todos os níveis e aos coeficientes de aproximação do último nível resultantes da decomposição do sinal de distúrbio. Este procedimento produz, no entanto, um vetor de dados de dimensão intratável. Desta forma, a principal contribuição deste trabalho consiste na resolução do compromisso entre a quantidade de informações preservadas no sinal processado e o tamanho do vetor de dados na entrada da rede neural, pela introdução da Análise de Componentes Principais. Esta técnica de redução permite uma diminuição considerável na dimensão do vetor de dados sem perda das principais características do sinal. O vetor de dados, agora efetivamente reduzido e resumindo características relevantes do sinal de distúrbios, será a entrada do classificador baseado em redes neurais artificiais (RNA). Este classificador neural poderá apresentar melhores resultados na classificação do sinal de distúrbio em relação aos métodos de classificação modernos que utilizam como entrada da Rede Neural apenas os coeficientes wavelets dos primeiros níveis ou do nível de decomposição de maior energia, visto que os coeficientes dos níveis desprezados podem conter informações relevantes do sinal de distúrbio.

1.1 - OBJETIVOS

- Investigar e propor novas ferramentas para análise de sinais, incluindo a construção de novas wavelets, explorando simetrias particulares.
- Desenvolver um programa de compactação de sinais de distúrbios elétricos, aplicando-o a sinais de distúrbios reais originados no sistema de transmissão da CHESF, cuja função principal é reduzir consideravelmente o tamanho do sinal, sem perda de suas principais características intrínsecas.
- Construir um classificador automático de distúrbios baseado em redes neurais, capaz de detectar e classificar os diversos tipos de eventos registrados através dos RDP.

1.2 - ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Além do capítulo introdutório, este trabalho é desenvolvido em cinco capítulos adicionais:

Capítulo 2: Apresenta uma breve revisão de três ferramentas matemáticas: Análise de Componentes Principais (PCA- Principal Components Analysis), Transformadas Wavelets (TW) e Redes Neurais Artificiais (RNA) utilizadas na compactação e classificação automática de sinais de distúrbios elétricos.

Capítulo 3: Neste capítulo apresenta-se a construção de dois novos tipos de wavelets, apropriadas para diferentes simetrias: Wavelet de Mathieu e Wavelet de Legendre. As wavelets elíptico-cilíndricas de Mathieu são geradas a partir da exploração da relação existente entre os filtros de análises de multirresolução e a solução de Floquet para equações diferenciais de Mathieu, enquanto que as wavelets harmônicas de Legendre são extraídas a partir da associação de equações diferenciais de Legendre com os filtros de multirresolução.

Capítulo 4: Este capítulo descreve sistematicamente o desenvolvimento de um compactador de sinais baseado em decomposição wavelet, seguido de

aplicações em sinais de distúrbios reais de qualidade da energia, resultados e conclusões.

Capítulo 5: Mostra as linhas gerais relativas aos procedimentos para desenvolver um classificador automático de distúrbios elétricos reais fundamentados em Transformadas Wavelets, Análise de Componentes Principais e Redes Neurais Artificiais. Realiza uma comparação entre os resultados do sistema neural de classificação que utilizam redes treinadas com todos os coeficientes wavelets, com apenas os coeficientes wavelets de aproximação do 5º nível, e com apenas os coeficientes wavelets de detalhes do nível 1 ao 5. Em seguida apresenta os resultados da robustez do melhor sistema de classificação, utilizando outros conjuntos de sinais de distúrbios reais e propõe e executa a combinação de redes como alternativa para melhorar ainda mais o desempenho do sistema de classificação.

Capítulo 6: Apresenta as conclusões gerais e sugestões para trabalhos futuros.

CAPÍTULO 2

FERRAMENTAS MATEMÁTICAS

Procurando melhorar o entendimento do desenvolvimento dos objetivos propostos neste trabalho, far-se-á neste capítulo uma breve revisão dos conceitos matemáticos das três ferramentas utilizadas.

2.1 - ANÁLISE DE COMPONENTES PRINCIPAIS

Um dos problemas básicos na análise de dados, especialmente dados obtidos de um processo estocástico, consiste na extração de características (*feature selection*). A idéia é construir um processo (ou transformação) que leva o *espaço de dados* a um *espaço de características*, usualmente de mesma dimensionalidade do espaço de dados original. Apenas as transformações lineares e reversíveis do espaço de dados são consideradas.

Além da extração de características, um outro interesse é extrair apenas as características mais relevantes dos dados, ou seja, projetar uma transformada que reduza o número *efetivo* de características, retendo ainda a maior parte do conteúdo de informação intrínseca aos dados. Este processo é conhecido como *redução de dimensionalidade*. Esta simplificação é extremamente atrativa do ponto de vista de implementação e de análise dos dados. Uma grande variedade de métodos tem sido proposta na literatura para a redução do número de dimensões, incluindo análise de agrupamentos (*cluster analysis*), análise fatorial (*factor analysis*) e análise de componentes principais (*principal component*

analysis). A idéia central é remover (ou combinar) características altamente correlacionadas.

A transformação linear discreta conhecida como transformada de Hotelling (*Hotelling Transform*), também aludida como transformação em componentes principais, ou transformada discreta de Karhunen-Loève, constitui uma ferramenta poderosa em processamento digital de sinais (compressão de imagens, telecomunicações), estatística (análise de dados, redução de dimensionalidade), etc.

Hotelling [17] foi o primeiro a deduzir e publicar a transformação que mapeia variáveis discretas em coeficientes não correlacionados. Este método foi referenciado como *o método das componentes principais*. Uma transformada análoga, porém no caso contínuo, transformando sinais contínuos em um conjunto de coeficientes não correlacionados foi introduzida por Karhunen-Loève (a chamada expansão de Karhunen-Loève para processos estocásticos).

Considerando-se $\mathbf{X}=(x_1, x_2, \dots, x_m)$ um vetor aleatório de dimensão m que representa o ambiente de interesse, e sem perda de generalidade, admite-se que o vetor aleatório \mathbf{X} tem média nula:

$$E(\mathbf{X}) = 0$$

onde E é conhecido em estatística como o operador esperança. Se \mathbf{X} não possui média nula, subtrai-se dele sua média antes de proceder com a análise. Considere que \mathbf{u} represente um vetor unitário, também de dimensão m , sobre o qual o vetor \mathbf{X} será projetado. Esta projeção é definida pelo produto interno dos vetores \mathbf{X} e \mathbf{u} , como mostrado por:

$$Proj_{\mathbf{u}} \mathbf{X} = A = \langle \mathbf{X}, \mathbf{u} \rangle = \mathbf{X}^T \cdot \mathbf{u} = \mathbf{u}^T \cdot \mathbf{X}, \quad (2.1)$$

sujeito a restrição:

$$\|\mathbf{u}\| = \sqrt{\mathbf{u}^T \cdot \mathbf{u}} = 1. \quad (2.2)$$

A projeção A é uma variável aleatória com média e variância calculáveis a partir da estatística do vetor original:

$$\begin{aligned} \text{i) } E(A) &= \mathbf{u}^T E(\mathbf{X}) = 0, \\ \text{ii) } \sigma^2(A) &= E(A^2) = E[(\mathbf{u}^T \mathbf{X})(\mathbf{X}^T \mathbf{u})] = \mathbf{u}^T E[\mathbf{X} \mathbf{X}^T] \mathbf{u}. \end{aligned}$$

Sendo $[\mathbf{R}] = E[\mathbf{X} \mathbf{X}^T]$ a matriz de correlação do vetor aleatório \mathbf{X} , tem-se

$$\sigma^2(A) = \mathbf{u}^T [\mathbf{R}] \mathbf{u}. \quad (2.3)$$

As propriedades triviais de matriz de correlação incluem o fato que \mathbf{R} é simétrica, ou seja, $[\mathbf{R}]^T = [\mathbf{R}]$ e que para todo \mathbf{u}, \mathbf{v} vetores de dimensão m , então:

$$\mathbf{u}^T [\mathbf{R}] \mathbf{v} = \mathbf{v}^T [\mathbf{R}] \mathbf{u}. \quad (2.4)$$

A *prova de variância* σ^2 da projeção A é definida expressando-se a variância de A em função do vetor unitário \mathbf{u} :

$$\psi(\mathbf{u}) := \sigma^2(A) = \mathbf{u}^T [\mathbf{R}] \mathbf{u}. \quad (2.5)$$

Considere agora o problema de encontrar os máximos (ou mínimos) locais da variância pela escolha dos vetores unitários, ou seja, valores de \mathbf{u} tais que $\psi(\mathbf{u})$ assumam valores extremos ou estacionários. Este problema está intimamente associado com os autovalores e autovetores da matriz de correlação $[\mathbf{R}]$ dos dados \mathbf{X} .

Se $\psi(\mathbf{u})$ atinge um valor extremo, qualquer pequena perturbação $\delta\mathbf{u}$ no vetor \mathbf{u} , em primeira ordem em $\delta\mathbf{u}$, deve resultar:

$$\psi(\mathbf{u} + \delta\mathbf{u}) = \psi(\mathbf{u}). \quad (2.6)$$

Da definição da *prova de variância* dada na equação (2.5), segue-se imediatamente que:

$$\begin{aligned} \psi(\mathbf{u} + \delta\mathbf{u}) &= (\mathbf{u} + \delta\mathbf{u})^T [\mathbf{R}] (\mathbf{u} + \delta\mathbf{u}) \\ &= \mathbf{u}^T [\mathbf{R}] \mathbf{u} + 2(\delta\mathbf{u})^T [\mathbf{R}] \mathbf{u} + (\delta\mathbf{u})^T [\mathbf{R}] (\delta\mathbf{u}), \end{aligned} \quad (2.7)$$

onde na segunda linha, fez-se uso da equação (2.4). Ignorando o termo de segunda ordem $(\delta \mathbf{u})^T [\mathbf{R}](\delta \mathbf{u})$, e tomando novamente a definição da *prova de variância*:

$$\begin{aligned} \psi(\mathbf{u} + \delta \mathbf{u}) &\approx \mathbf{u}^T [\mathbf{R}]\mathbf{u} + 2(\delta \mathbf{u})^T [\mathbf{R}]\mathbf{u} \\ &= \psi(\mathbf{u}) + 2(\delta \mathbf{u})^T [\mathbf{R}]\mathbf{u}. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Então, os pontos extremos implicam escolher \mathbf{u} tal que $2(\delta \mathbf{u})^T [\mathbf{R}]\mathbf{u} = 0$, sujeita à restrição de perturbação unitária. Portanto, o $\delta \mathbf{u}$ deve ser restrito a valores obedecendo $\|\mathbf{u} + \delta \mathbf{u}\| = 1$, ou seja, $[(\mathbf{u} + \delta \mathbf{u})^T (\mathbf{u} + \delta \mathbf{u})]^{1/2} = 1$ que junto com a equação (2.1) implica $(\delta \mathbf{u})^T \mathbf{u} = 0$. Como interpretação, as perturbações $\delta \mathbf{u}$ devem ser ortogonais ao vetor unitário \mathbf{u} , ou seja, somente as mudanças na direção de \mathbf{u} são permitidas.

Por convenção, os elementos do vetor unitário \mathbf{u} são adimensionais em um sentido físico. Assim, introduz-se um fator de escala λ para ajustar as dimensões quando combinando as equações a seguir:

$$\begin{cases} (\delta \mathbf{u})^T [\mathbf{R}]\mathbf{u} = 0 \\ (\delta \mathbf{u})^T \mathbf{u} = 0 \end{cases} \Rightarrow (\delta \mathbf{u})^T [\mathbf{R}]\mathbf{u} - \lambda (\delta \mathbf{u})^T \mathbf{u} = 0, \text{ ou equivalentemente,} \\ (\delta \mathbf{u})^T ([\mathbf{R}]\mathbf{u} - \lambda \mathbf{u}) = 0. \quad (2.9)$$

2.1.1 - Estrutura de Valores Próprios do PCA

Uma condição necessária e suficiente para a prova de variância $\psi(\mathbf{u})$ atingir um extremo é $([\mathbf{R}]\mathbf{u} - \lambda \mathbf{u}) = 0$, independente das perturbações unitárias $\delta \mathbf{u}$.

Esta condição explicita como calcular os valores próprios da transformada linear definida pela matriz $[\mathbf{R}]$. Os valores possíveis para λ são autovalores da transformação enquanto que os valores de \mathbf{u} são os autovetores associados. Uma matriz de correlação é caracterizada por autovalores reais e não-negativos, $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$, associados respectivamente a autovetores $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_m$.

Os autovalores (assumidos distintos) são usualmente arranjados em ordem decrescente $\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_m$. de forma que $\lambda_1 = \lambda_{\max}$. As soluções possíveis são, para todo $j = 1, 2, \dots, m$:

$$[\mathbf{R}]\mathbf{u}_j = \lambda_j \mathbf{u}_j. \quad (2.10)$$

Define-se então $[\mathbf{U}]$ uma matriz $m \times m$ de autovetores $[\mathbf{U}] = [\mathbf{u}_1 \ \mathbf{u}_2 \ \dots \ \mathbf{u}_m]$ e uma matriz diagonal de autovalores $[\mathbf{A}] = \text{diag}[\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m]$ e denota-se por $[\mathbf{I}]$ a matriz identidade $m \times m$.

As m equações de soluções de $[\mathbf{R}]\mathbf{u}_j = \lambda_j \mathbf{u}_j$ podem ser condensadas numa única equação $[\mathbf{R}].[U] = [U].[A]$.

Desde que $\mathbf{u}_i^T \cdot \mathbf{u}_j = \delta_{i,j}$ em que $\delta_{i,j}$ denota o símbolo de Kronecker, segue-se que $[\mathbf{U}]^T.[U] = [\mathbf{I}]$.

A diagonalização da matriz de correlação corresponde a uma transformação de similaridade ortogonal, estabelecendo o procedimento conhecido como decomposição espectral.

De $[\mathbf{U}]^T.[U] = [\mathbf{I}]$ deduz-se que $[\mathbf{U}]^T = [\mathbf{U}]^{-1}$. Portanto, chega-se à decomposição espectral:

$$[\mathbf{U}]^T.[\mathbf{R}].[U] = [\mathbf{A}]. \quad (2.11)$$

De forma expandida, esta relação implica:

$$\mathbf{u}_i^T.[\mathbf{R}].\mathbf{u}_j = \lambda_j \delta_{i,j}. \quad (2.12)$$

O uso da relação de diagonalização da matriz de correlação dos dados permite expressá-la somente em termos de autovetores e autovalores:

$$[\mathbf{R}] = \sum_{i=1}^m \lambda_i \mathbf{u}_i \mathbf{u}_i^T. \quad (2.13)$$

2.1.2 - Componentes Principais

Seja o vetor de dados \mathbf{x} a realização do vetor aleatório \mathbf{X} . As componentes principais associadas a um vetor aleatório \mathbf{X} com correlação associada $[\mathbf{R}]$ são definidas como as projeções do vetor de dados \mathbf{x} em termos das *direções principais*, isto é, vetores unitários que correspondem aos autovetores de $[\mathbf{R}]$ (de módulo unitário, indicando apenas direções). Especificamente da equação (2.2), nota-se:

$$a_j = \langle \mathbf{u}_j, \mathbf{x} \rangle = \mathbf{u}_j^T \cdot \mathbf{x} = \mathbf{x}^T \cdot \mathbf{u}_j, \quad j = 1, 2, \dots, m. \quad (2.14)$$

Estas componentes principais possuem exatamente as mesmas dimensões físicas que o vetor de dados. A reconstrução do vetor de dados a partir das componentes principais (a transformada inversa de Karhunen-Loève – KLT^{-1}), pode ser feita definindo o vetor

$$\begin{aligned} \mathbf{a} &= [a_1, a_2, \dots, a_m]^T \\ &= [\mathbf{x}^T \mathbf{u}_1, \mathbf{x}^T \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{x}^T \mathbf{u}_m]^T, \end{aligned} \quad (2.15)$$

e escrevendo $\mathbf{a} = [\mathbf{U}]^T \mathbf{x} \Rightarrow \mathbf{x} = [\mathbf{U}]\mathbf{a}$ (KLT^{-1}).

Assim, a *síntese dos dados* pode ser colocada sob a forma convencional:

$$\mathbf{x} = \sum_{j=1}^m a_j \mathbf{u}_j. \quad (2.16)$$

2.1.3 - Redução da Dimensionalidade

O interesse é usar a Análise de Componentes Principais como mecanismo de redução da dimensionalidade. A maneira de reduzir o número de características para a representação (com perda controlada) da informação consiste em *descartar* os termos de síntese na combinação linear associados aos menores autovalores possíveis. Daí tem-se uma aproximação $\hat{\mathbf{x}}$ considerando-se apenas $l \leq m$ termos (relembrando que os valores λ_i foram arranjados em ordem decrescente):

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}} &= \sum_{j=1}^l a_j \mathbf{u}_j \\ &= [\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_l] \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_l \end{bmatrix}.\end{aligned}\tag{2.17}$$

Trata-se de uma projeção de \mathfrak{R}^m em \mathfrak{R}^l , $l \leq m$, em que l determina o número de componentes principais que foram *retidas*.

Um exame no erro da aproximação ao desprezar as contribuições associadas aos autovalores de menor valor pode ser feito.

Definindo $\mathbf{e} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$, segue-se que $\mathbf{e} = \sum_{j=1}^m a_j \mathbf{u}_j - \sum_{j=1}^l a_j \mathbf{u}_j = \sum_{j=l+1}^m a_j \mathbf{u}_j$.

É fácil verificar que o sinal aproximado é ortogonal ao erro: $\langle \mathbf{e}, \hat{\mathbf{x}} \rangle = \mathbf{0}$ (Chamado Princípio da Ortogonalidade).

A variância total das m componentes do vetor de dados \mathbf{x} é expressa por:

$$\psi(\mathbf{u}) = \sigma^2(A) = \mathbf{u}^T [\mathbf{R}] \mathbf{u} = \sum_{j=1}^m \sigma_j^2(a_j) = \sum_{j=1}^m \lambda_j\tag{2.18}$$

onde, $\sigma_j^2(a_j)$ é a variância da j -ésima componente principal a_j . A variância total dos l elementos do vetor aproximação de dados $\hat{\mathbf{x}}$ é dada por:

$$\sum_{j=1}^l \sigma_j^2(a_j) = \sum_{j=1}^l \lambda_j.\tag{2.19}$$

Por sua vez, a variância total relativa ao erro $\mathbf{e} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$ pode ser determinada pela expressão:

$$\sum_{j=l+1}^m \sigma_j^2(a_j) = \sum_{j=l+1}^m \lambda_j.\tag{2.20}$$

Isto significa que os menores autovalores da lista $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$ devem ser descartados primeiramente no processo de redução da dimensionalidade dos dados, resultando em variância mínima para o erro. Quanto mais próximos de zero, os autovalores descartados estiverem, mais efetiva será a redução da dimensionalidade na preservação do conteúdo de informações do vetor original de dados \mathbf{x} . A transformada discreta de Karhunen-Loève é considerada uma transformada ótima no sentido acima.

2.2 - TRANSFORMADAS WAVELETS

A idéia fundamental das wavelets é analisar de acordo com a escala. Ou seja, utilizar funções de base curta em altas frequências, e longa em baixas frequências (janela variável). Isto permite que uma descontinuidade no sinal possa ser isolada e analisada por funções de base muito curtas. Ao mesmo tempo, é possível obter-se uma análise freqüencial detalhada através de funções de base muito longas.

A Figura 2.1 mostra as funções de base wavelet de Daubechies, os ladrilhos e o plano $tempo \times freqüência$ de cobertura, onde para frequências mais altas tem-se uma alta resolução no tempo e baixa na frequência, e para frequências mais baixas tem-se uma resolução freqüencial alta e temporal baixa. Isto devido ao fato de sinais com componentes em alta frequência terem rápidas alterações no domínio temporal e sinais com componentes de baixa frequência apresentarem alterações mais lentas no domínio temporal.

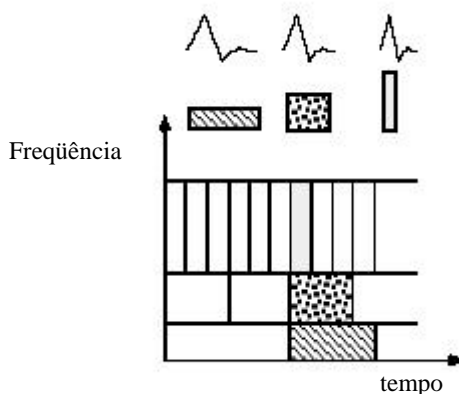


Figura 2.1 - Funções de base wavelet Daubechies, ladrilho tempo \times frequência, plano tempo \times frequência de cobertura

As wavelets são funções matemáticas que separam dados em suas diferentes componentes frequenciais, e extraem cada componente com uma resolução adequada à sua escala. Elas têm vantagens em relação à análise de Fourier, pois esta última analisa o sinal como um todo, acarretando numa representação mais pobre para sinais que contêm descontinuidades e variações bruscas.

Comparando as wavelets com as ondas senoidais, que são as bases da análise de Fourier, observamos na Figura 2.2 que as senóides não possuem duração limitada – elas se estendem de menos infinito a mais infinito. Enquanto as senóides são suaves e previsíveis, as wavelets tendem a ser irregulares e assimétricas.

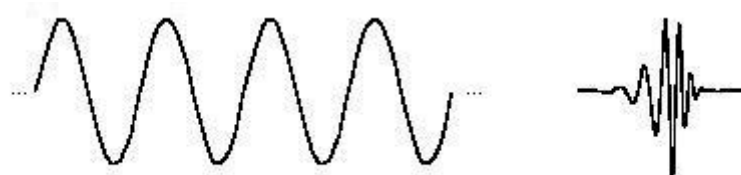


Figura 2.2 - Senóide e Wavelet (db10)

A análise de Fourier consiste em decompor o sinal em ondas senoidais de várias frequências. Da mesma forma, a análise wavelet decompõe o sinal em versões escalonadas e deslocadas de sua wavelet original (wavelet mãe). Graficamente, o processo para análise de Fourier e Wavelet tem o seguinte aspecto:

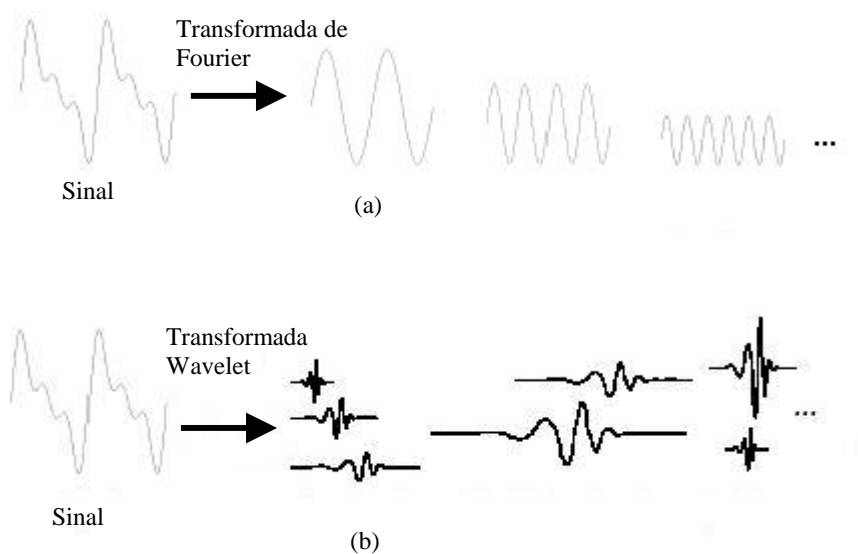


Figura 2.3 - Decomposição: (a) senoidal do sinal em diferentes frequências; (b) Wavelet do sinal em diferentes escalas e deslocamentos

Observando apenas o formato das wavelets e das senóides, podemos intuitivamente verificar que sinais com mudanças bruscas parecem ser mais bem analisados com wavelets irregulares do que com senóides suaves. Assim, faz sentido pensar que características locais são mais bem representadas por wavelets, que possuem extensão local.

2.2.1 - Wavelet Discreta

A transformada Wavelet foi desenvolvida como uma alternativa à transformada de Fourier em tempo curto (STFT) para solucionar o problema da resolução. A análise via wavelets é feita similarmente à análise com STFT, no que diz respeito à multiplicação do sinal por uma função (que neste caso será a wavelet e não mais uma janela, como na STFT). A transformada é calculada separadamente por segmentos diferentes do sinal no domínio do tempo.

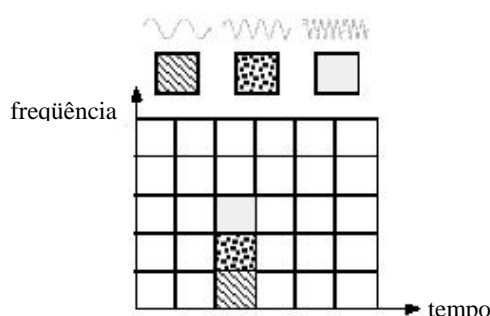


Figura 2.4 - Funções de base senoidais, ladrilho (tempo \times frequência), plano (tempo \times frequência)

O detalhe mais importante é que uma vez fixada a janela para a STFT, as resoluções no tempo e na frequência permanecem constantes em todo o plano *tempo \times frequência*, como mostrado na Figura 2.4.

A transformada wavelet contínua mapeia um sinal unidimensional (no tempo) em uma representação bidimensional (tempo, escala) que é altamente redundante. As transformadas wavelet discretas foram introduzidas com o intuito de proporcionar uma descrição mais eficiente. Elas não são transladadas nem escalonadas continuamente, mas sim em intervalos discretos. Isto pode ser feito com uma pequena modificação na wavelet contínua, da seguinte forma:

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \Rightarrow \psi_{m,n}(t) = \frac{1}{\sqrt{|a_0^m|}} \psi\left(\frac{t-nb_0a_0^m}{a_0^m}\right), \quad (2.21)$$

onde m e n são inteiros, $a_0 > 1$ é um parâmetro de dilatação fixo, b_0 é o fator de translação e depende do fator de dilatação.

A transformada contínua wavelet é calculada fazendo translações e escalonamentos contínuos de uma função sobre um sinal, calculando uma correlação entre eles. Na prática esta transformada não seria muito útil, pois seriam requeridas infinitas translações e escalonamentos, necessitando muito tempo e recursos computacionais, ainda assim, gerando muita redundância.

As transformadas contínuas são primordialmente empregadas na dedução de propriedades das transformadas. Formas discretas são atraentes do ponto de vista de implementação computacional. A discretização da WT ocorre apenas no domínio dos parâmetros (variáveis de escala e translação), não na variável independente do sinal a ser analisado (tempo ou espaço).

Os coeficientes no domínio da transformada correspondem a pontos em um reticulado bidimensional no plano *escala x translação*. A grade é indexada por dois inteiros m e n , sendo o primeiro associado aos passos na escala discreta e o segundo aos passos das translações discretas. Fixam-se dois valores dos passos, a_0 e b_0 .

Escala discreta (logarítmica): $a = a_0^m$ $m = 1, 2, 3, \dots$

Translações discretas: $b = nb_0a_0^m$ $n = 1, 2, 3, \dots$ fixado m .

Assim,

$$\text{WT}(a,b) = \text{CTWS}(m,n) := \frac{1}{\sqrt{|a_0^m|}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \psi\left(\frac{t-nb_0a_0^m}{a_0^m}\right) dt. \quad (2.22)$$

Note que o sinal $f(t)$ e a wavelet-mãe são definidos em tempo contínuo, porém os coeficientes discretos das Séries Wavelet de tempo Contínuo $\text{CTWS}(m,n)$ são definidos em

valores discretos num reticulado. O termo mãe vem do fato que funções com diferentes tamanhos são usadas no processo da transformada e todas são originadas de uma wavelet principal, a *wavelet mãe*.

2.2.2 – Reticulado

Os coeficientes da CWTS correspondem a pontos num reticulado no domínio *escala x translação*. A grade é indexada por dois inteiros *m* e *n*, controlando a discretização da escala e translação, respectivamente. O reticulado definido pelas wavelets no plano escala x deslocamento é o reticulado hiperbólico, como mostrado na Figura 2.5.

$$\Delta_{a_0 b_0} = \{(a_0^m, n a_0^m b_0)\}_{m,n \in \mathbb{Z}}, \text{ que no caso diádico } (a_0 = 2 \text{ e } b_0 = 1) \Delta_{a_0 b_0} = \{(2^m, n 2^m)\}_{m,n \in \mathbb{Z}}.$$

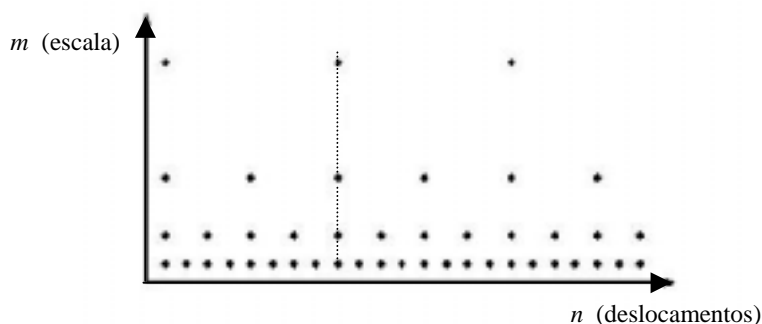


Figura 2.5 - Reticulado hiperbólico definido pelas wavelets no plano (escala x deslocamento)

2.2.3 - Abordagem Matemática da Transformada Wavelet Contínua

As wavelets são funções oscilatórias assimétricas de curta duração que satisfazem certos requisitos matemáticos.

A energia de uma fonte de tensão $v(t)$ de período T , que alimenta um resistor de 1Ω , é definida como sendo a energia dissipada através deste resistor durante o período T . Ou

seja, $E = \int_T v^2(t) dt$. Similarmente, a energia de um sinal $\psi(t)$ aperiódico é dada por:

$$E_\psi = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi^2(t) dt .$$

Seja $\psi(t)$ wavelet-mãe onde $\psi(t) \in L^2(\mathfrak{R})$, sendo $L^2(\mathfrak{R}) = \left\{ f : \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}; \int_{\mathfrak{R}} |f(t)|^2 dt < \infty \right\}$ o espaço de sinais de energia finita [18]. Assim:

$$E_\psi = \langle \psi, \psi \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi^2(t) dt < +\infty . \quad (2.23)$$

As operações das wavelets que conduzem aos espaços das transformações desejadas são:

$$\text{a) escalonamento} \quad \psi_a(t) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \left(\frac{t}{a} \right), \quad a \neq 0 . \quad (2.24)$$

$$\text{b) deslocamento} \quad \psi_{a,b}(t) = \psi_a(t-b) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \left(\frac{t-b}{a} \right). \quad (2.25)$$

$$\{\psi(t)\} \rightarrow \{\psi_{a,b}(t)\} \quad (\forall a, a \neq 0) \quad (\forall b \in \mathfrak{R}).$$

Em termos matemáticos, dada uma função $f(t)$, a função $f(s.t)$ corresponde a uma versão:

- Comprimida, se $s > 1$;
- Expandida, se $s < 1$.

No caso da transformada wavelet, o parâmetro escala aparece no denominador.

Neste caso teremos uma versão:

- Comprimida, se $a < 1$;
- Expandida, se $a > 1$.

Ajuste na amplitude do sinal escalonado foi introduzido visando garantir que todas as wavelets tenham a mesma energia: $\|\psi(t)\|^2 = \|\psi_{a,b}(t)\|^2$, ou seja, $E_\psi = E_{\psi_{a,b}}$.

A escolha das wavelets como sendo versões $\frac{1}{\sqrt{|a|}}\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)$ garante a mesma energia para qualquer wavelet.

Define-se a transformada wavelet contínua como:

$$\text{CWT}(a,b) = \int f(t)\psi_{a,b}^*(t)dt = \langle f(t), \psi_{a,b}^*(t) \rangle, \tag{2.26}$$

onde $\psi_{a,b}^*(t) = \frac{1}{\sqrt{|a|}}\psi^*\left(\frac{t-b}{a}\right)$ e ψ^* indica o conjugado complexo de ψ .

A decomposição wavelet considera a decomposição de $f(t)$ em sinais $\{\psi_{a,b}(t)\}$ que constituem um novo conjunto de análise do espaço de sinais. Esta nova base é composta por sinais oscilatórios e de curta duração.

Um critério usado para definir se uma função pode ser uma wavelet é provar que ela é oscilatória, ou melhor, que seu valor médio no domínio temporal é nulo. Matematicamente falando, o seguinte critério deve ser satisfazer:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t)dt = 0. \tag{2.27}$$

A transformada wavelet é uma transformada reversível e aplicável ao Teorema de Parseval, desde que satisfaça a condição de admissibilidade, mostrada a seguir.

Dado o par de transformada de Fourier: $\psi(t) \leftrightarrow \Psi(w)$,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\Psi(w)|^2}{|w|} dw < +\infty \tag{2.28}$$

e $|\Psi(w)|_{w=0}^2 = 0. \tag{2.29}$

A princípio, a onda mãe $\psi(t)$ deve ser escolhida tal que:

- Se $\psi(t) \in L^2(\mathfrak{R})$, então $\int_{-\infty}^{+\infty} \psi^2(t)dt < +\infty$, o que garante $E_\psi < +\infty$;

- E obedecendo a condição de admissibilidade: Existe o par $\psi(t) \leftrightarrow \Psi(w)$ e

$$C_\psi = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\Psi(w)|^2}{|w|} dw < +\infty.$$

Esta última condição impõe que $\lim_{w \rightarrow 0} \Psi(w) = 0$ o que implica, se o espectro é contínuo na origem, $\Psi(0) = 0$, ou seja, $\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t) dt = 0$. Esta é uma outra característica fundamental das wavelets. A área total sob as wavelets é nula. Isto também está associado ao comportamento típico ondulatório – a wavelet deve oscilar de modo a cancelar as áreas positivas e negativas para anular a integral (área simétrica de $-\infty$ a $+\infty$). Para observar o caráter passa-faixa das wavelets interpretadas como um banco de filtros, note o seguinte fato:

$$\lim_{w \rightarrow 0} \Psi(w) = 0 \text{ (pela admissibilidade)}$$

$$\lim_{w \rightarrow 0} \Psi(\pm\infty) = 0 \text{ (pois } \psi \text{ é de energia finita).}$$

Dado $\varepsilon > 0$ arbitrário, $\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R}, 0 < \alpha < \beta < +\infty$ tal que:

$$|\Psi(w)| < \varepsilon \text{ para } |w| < \alpha \text{ ou } |w| > \beta.$$

Assim, existe uma banda de frequência passa-faixa na qual o espectro Ψ pode ser essencialmente não nulo (Figura 2.6).

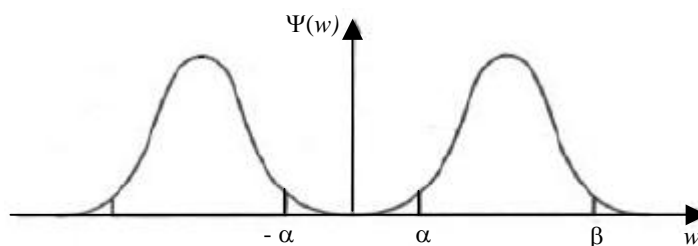


Figura 2.6 - Comportamento de $\Psi(w)$ tipo passa-faixa

2.2.4 - Relação entre Filtragem e Wavelets

As seqüências $\{h_n\}_{n \in \mathbb{Z}}$ e $\{g_n\}_{n \in \mathbb{Z}}$, $(\sum_{n \in \mathbb{Z}} |h_n| < +\infty, \sum_{n \in \mathbb{Z}} |g_n| < +\infty)$ podem ser exploradas como definindo um processo de filtragem.

Condições de normalização:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \phi(t) dt = 1 \Rightarrow \sum_{n \in \mathbb{Z}} h_n = \sqrt{2}, \quad (2.30)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t) dt = 0 \Rightarrow \sum_{n \in \mathbb{Z}} g_n = 0. \quad (2.31)$$

Onde:

$\{h_n\}$ Filtro de escala ou filtro suavizador

$\{g_n\}$ Filtro de detalhe ou filtro wavelet

$\phi(t)$ Função escala

$\psi(t)$ Função wavelet

O esboço de uma análise no domínio da frequência é mostrado a seguir. A relação de escala dupla estabelece que:

$$\varphi(t) = \sqrt{2} \sum_{n \in \mathbb{Z}} h_n \phi(2t - n). \quad (2.32)$$

Aplicando-se a Transformada de Fourier em ambos os membros da equação, com $\phi(t) \leftrightarrow \Phi(w)$, tem-se:

$$\Phi(w) = \sqrt{2} \sum_{n \in \mathbb{Z}} h_n \mathfrak{F}[\phi(2t - n)] = \sqrt{2} \sum_{n \in \mathbb{Z}} h_n \frac{1}{2} \Phi(w/2) e^{-jw^n/2}. \quad (2.33)$$

Assim,

$$\Phi(w) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\sum_{n \in \mathbb{Z}} h_n e^{-jw^n/2} \right) \Phi(w/2). \quad (2.34)$$

Definindo o *espectro* do filtro $\{h_n\}$ pela relação:

$$H(w/2) = \left(\sum_{n \in \mathbb{Z}} h_n e^{-jw^n/2} \right), \quad (2.35)$$

segue-se que:

$$\Phi(w) = \frac{1}{\sqrt{2}} H(w/2) \Phi(w/2). \quad (2.36)$$

De modo inteiramente análogo, a relação de escala dupla estabelece que:

$$\psi(t) = \sqrt{2} \sum_{n \in \mathbb{Z}} g_n \phi(2t - n). \quad (2.37)$$

Aplicando-se a Transformada de Fourier em ambos os membros da equação, com $\psi(t) \rightarrow \Psi(w)$, tem-se:

$$\Psi(w) = \sqrt{2} \sum_{n \in \mathbb{Z}} g_n \mathfrak{F}[\phi(2t - n)] = \sqrt{2} \sum_{n \in \mathbb{Z}} g_n \frac{1}{2} \Phi(w/2) e^{-jw^n/2}. \quad (2.38)$$

Assim,

$$\Psi(w) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\sum_{n \in \mathbb{Z}} g_n e^{-jw^n/2} \right) \Phi(w/2). \quad (2.39)$$

Definindo o *espectro* do filtro $\{g_n\}$ pela relação:

$$G(w/2) = \left(\sum_{n \in \mathbb{Z}} g_n e^{-jw^n/2} \right). \quad (2.40)$$

Segue-se então que:

$$\Psi(w) = \frac{1}{\sqrt{2}} G(w/2) \Phi(w/2). \quad (2.41)$$

As duas equações centrais da Análise de Multirresolução no domínio freqüencial são, portanto (equações de escala dupla):

$$\begin{aligned} \Phi(w) &= \frac{1}{\sqrt{2}} H(w/2) \Phi(w/2) \\ \Psi(w) &= \frac{1}{\sqrt{2}} G(w/2) \Phi(w/2) \end{aligned} \quad (2.42)$$

2.2.5 - Momentos Nulos

Wavelets $\psi(t)$ com uma maior regularidade podem ser obtidas impondo a nulidade para os primeiros momentos de $\psi(\cdot)$, o que significa transições mais suaves na passagem de um subespaço ao próximo.

Para uma escala arbitrária $a \neq 0$, os coeficientes da transformada wavelet $CWT(a,b) = a^{-1/2} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \psi^* \left(\frac{t-b}{a} \right) dt$. Portanto, $CWT(a,0) = a^{-1/2} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \psi^* \left(\frac{t}{a} \right) dt$ pode ser desenvolvida em série de Taylor nas proximidades do ponto $a = 0$ resultando:

$$CWT(a,0) = \frac{1}{\sqrt{a}} \left[f(0)M_0a + \frac{f^{(1)}(0)}{1!} M_1a^2 + \frac{f^{(2)}(0)}{2!} M_2a^3 + \dots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!} M_n a^{n+1} + \mathcal{O}(a^{n+2}) \right],$$

onde $M_n = \int_{-\infty}^{+\infty} t^n \psi(t) dt$ é o momento de ordem n da wavelet mãe. Note que a condição de admissibilidade corresponde a $M_0 = 0$.

A condição de momento nulo sobre $\psi(\cdot)$ impõe também condições sobre sua transformada de Fourier $\Psi(\cdot)$. Se $\Psi^{(n)}(\cdot)$ representa a n -ésima derivada de $\Psi(\cdot)$, então tem-se:

$$\Psi^{(n)}(w) = (-j)^n \int_{-\infty}^{+\infty} t^n \psi(t) e^{-j\omega t} dt, \tag{2.43}$$

de onde pode-se verificar que $M_n = 0$ implica $\Psi^{(n)}(0) = 0$; isto é, a condição de momento nulo sobre $\psi(\cdot)$ implica que a transformada de Fourier de $\psi(\cdot)$ e um determinado número de suas derivadas são zero na frequência zero. Observe que $M_n = (-j)^{-n} \Psi^{(n)}(w) \Big|_{w=0} = (-j)^{-n} \Psi^{(n)}(0)$.

Freqüentemente as wavelet são classificadas em famílias de acordo com o número de momentos nulos (*vanishing moments*).

2.2.6 - Análise Multirresolução

Análise multirresolução é uma técnica originada na área de processamentos de sinais, que no contexto das wavelets, constitui-se na forma padrão de construção das bases de wavelets e da implementação das transformada wavelets ortonormais. Uma forma de implementar computacionalmente a transformada wavelet diádica ortonormal pode ser obtida através do algoritmo baseado na representação multirresolução de sinais que, assim como a transformada wavelet, decompõe o sinal em escalas com diferentes resoluções no tempo e na frequência [19].

As wavelets estão associadas a uma filtragem passa-faixa. A necessidade de uma filtragem passa-faixa na abordagem de wavelets pode ser facilmente entendida. Imagine

que filtros passa-faixa escalonados em oitavas são usados na análise. Sendo w_{\max} a maior frequência central analisada, o próximo filtro apresenta o mesmo fator de qualidade e é centrado em $w_{\max}/2$. O processo é iterativo e a fim de cobrir todo o espectro analisado, são necessários filtros centrados em w_{\max} , $w_{\max}/2$, $w_{\max}/4$, $w_{\max}/8$, $w_{\max}/16$, etc. Cada um deles apresenta uma banda passante reduzida à metade daquela do filtro adjacente maior. A solução para se evitar um número infinito de filtros analisadores é usar um único filtro nas baixas frequências, quando a faixa de frequência é suficientemente pequena.

A função escala (LPF – Low Pass Filter), denotada geralmente por $\phi(t)$, foi introduzida por Mallat em 1989. O princípio fundamental é analisar o sinal através de uma combinação de uma função escala $\phi(t)$ (passa-baixa) e wavelet $\psi(t)$ (passa-faixa). Esta idéia é essencial na codificação em sub-bandas e na análise de multirresolução.

2.2.7 - Codificação em Sub-Bandas

Quando se usam wavelets discretas para analisar um sinal, o resultado é uma série de coeficientes wavelet, também chamada de Série de Decomposição de Wavelet. É possível implementar uma WT sem implementar explicitamente as wavelets.

Ao amostrar um sinal em intervalos discretos no eixo temporal e frequencial, diminui-se boa parte da redundância, porém pode-se ter ainda infinitos números de translações e escalonamentos discretos. A partir deste momento surge a questão: “É possível truncar a análise via wavelet até um certo ponto e ainda obter resultados confiáveis?”.

As translações são limitadas à duração do sinal, logo existe um limite superior. Resta então analisar o escalonamento. “Quantas escalas serão necessárias para se analisar um sinal?”. Este problema pode ser analisado da seguinte maneira:

Relembrando uma propriedade da análise de Fourier (escalonamento) tem-se que:

$$\mathfrak{F}\{f(at)\} = \frac{1}{|a|} F\left(\frac{w}{a}\right).$$

Uma compressão, no tempo, da wavelet, irá proporcionar uma expansão do espectro da wavelet e uma translação dos componentes de frequência da mesma, como pode ser visto na Figura 2.7.

Para se analisar o espectro como um todo (até a origem), seria necessário empregar infinitas versões wavelets escalonadas, já que cada expansão no tempo comprime proporcionalmente a sua largura de banda. Ou seja, por mais escalonamentos que se faça no domínio temporal, estar-se-á cobrindo parcialmente o espectro restante e nunca se conseguirá chegar à origem.

A solução para este obstáculo é simplesmente não cobrir o espectro até a origem. Cobre-se o espectro até que a banda não coberta pelos filtros wavelets seja suficientemente pequena. Com este valor calcula-se o limite inferior para o escalonamento, único parâmetro restante.

Como uma wavelet pode ser vista como um filtro passa-faixa, a série de wavelets dilatadas pode ser visto como um banco de filtros passa-faixa. Uma curiosidade aparece quando se toma a razão entre a frequência central do espectro de cada wavelet deslocada e o comprimento total de seus respectivos espectros. A razão é constante para todos os deslocamentos. Esta razão é conhecida como o fator de qualidade-Q do banco de filtros.



Figura 2.7 - Compressão no tempo gera uma expansão do espectro da wavelet e uma translação de seus componentes de frequência

Na prática tem-se à disposição uma wavelet discretizada, com limites superiores e inferiores para as translações e os escalonamentos, faltando apenas o cálculo de sua Transformada Discreta de Wavelet (DWT).

A idéia de se analisar um sinal via um banco de filtros já vem sendo adotada há vários anos e é conhecida como Codificação em Sub-bandas (*Subband Coding*). Este princípio será usado no cálculo da Transformada Discreta de Wavelet. O banco de filtros

usado na codificação em sub-bandas pode ser projetado de diversas maneiras. O modo usado na análise para wavelets discreta consiste em projetar filtros passa-alta (HPF – High Pass Filter) e passa-baixa (LPF) de tal modo que divida o espectro do sinal exatamente ao meio. Os componentes, resultantes da filtragem passa-alta, contêm as altas frequências, que já nos fornecem as informações com os mínimos detalhes. Precisa-se então analisar com mais cuidado os componentes resultantes do filtro LPF, pois eles fornecem apenas uma visão global destas frequências. Passa-se novamente este trecho do espectro por um outro (novo) par de filtros: um LPF e um HPF. Da mesma maneira que foi citado anteriormente, a parte do HPF já fornece detalhes o suficiente, então se quebra novamente a parte do LPF, até que um número satisfatório de bandas sejam criadas. O processo continua, criando um banco de filtros iterado. A principal vantagem deste método é que se projetam apenas dois filtros a cada etapa. Este processo pode ser mais bem visualizado na Figura 2.8.

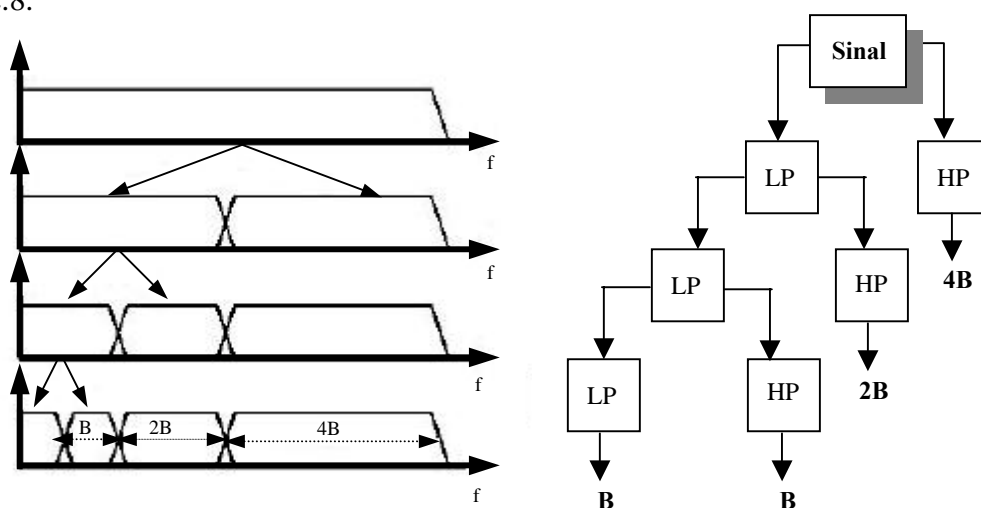


Figura 2.8 - Banco de filtros / codificação em sub-bandas

Ao comparar as Figuras 2.7 e 2.8, fica claro que o processo de passar o sinal por um banco de filtros nos fornece o mesmo resultado que a transformada wavelet do sinal.

Uma wavelet-mãe discreta não é discreta no tempo e sim nas translações e escalonamentos. O sinal, ao passar por um banco de filtros digitais, resulta na DWT. Pode-se concluir que a transformada wavelet é similar a um esquema de codificação em sub-banda usando um banco de filtros de fator de qualidade constante.

2.2.8 - Aproximações e Detalhes

Para muitos sinais, o conteúdo de baixa frequência é a parte mais importante. É ele que fornece sua identidade. Por outro lado, o conteúdo de alta frequência concede sua nuance. Considere a voz humana. Se as componentes de alta frequência forem removidas, a voz soará diferente, mas ainda é possível entender o que está sendo dito. Entretanto, se as componentes de baixa frequência forem removidas, ouvir-se-á murmúrios.

É por esta razão que, na análise wavelet, fala-se frequentemente em aproximações e detalhes. As aproximações são as altas escalas, isto é, componentes de baixa frequência do sinal. Os detalhes são as baixas escalas, isto é, componentes de alta frequência. O processo de filtragem é mostrado na Figura 2.8.

Na primeira escala o sinal, passa através de dois filtros complementares e emerge como dois sinais. Infelizmente, se realizarmos esta operação em um sinal real digital, este sinal será sobreamostrado (*upsampling*) de 2 resultando duas vezes mais amostras que o sinal original. Suponha, por exemplo, que o sinal original seja composto de 1000 amostras. Assim, a aproximação e o detalhe possuirão 1000 amostras cada um, produzindo um total de 2000 amostras.

Para corrigir este problema, será introduzida a noção de subamostragem (*downsampling*) de 2 (Figura 2.9). Isto significa simplesmente descartar amostras cujo índice de localização no conjunto de dados sejam ímpares. Este processo introduz uma distorção nas componentes do sinal conhecida por *aliasing*, fenômeno onde componentes harmônicas de ordem distintas exibem frequências iguais. Isto ocorre nos sinais discretos quando a ordem das harmônicas relaciona-se por $p = kN \pm q$, sendo N , o período fundamental e $k \in Z$. Porém, este efeito poderá ser cancelado se os filtros nas fases de decomposição e reconstrução forem adequadamente escolhidos. Isto foi um avanço que se tornou possível através do trabalho de Ingrid Daubechies que construiu o mais usado conjunto de wavelets ortogonais de suporte compacto (tempo-limitado). Uma discussão técnica em de usar estes filtros pode ser encontrada em [20].

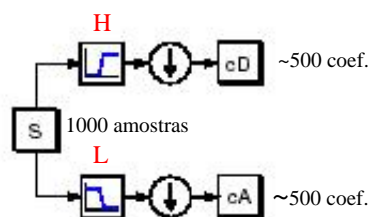


Figura 2.9 - O processo de decomposição por subamostragem produz os coeficientes wavelets (DWT)

Para se ter um melhor entendimento do processo de decomposição, será efetuado um único estágio da transformada wavelet discreta do sinal. O sinal será composto de uma senóide pura adicionada a um ruído de alta frequência. Observe a Figura 2.10 a seguir.

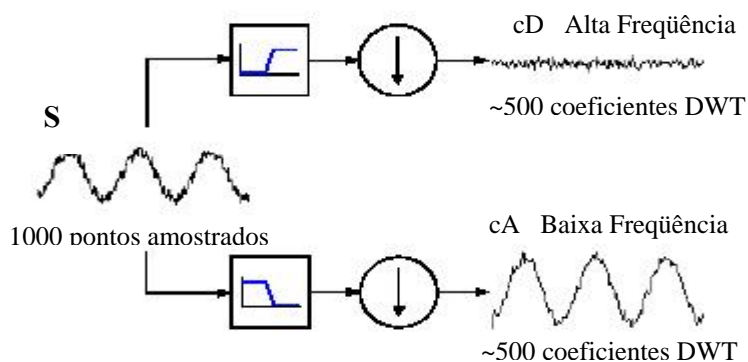


Figura 2.10 - Diagrama esquemático da decomposição wavelet do sinal adicionado de ruído

Note que os coeficientes do detalhe cD são compostos principalmente por ruídos de altas frequências, enquanto que os coeficientes de aproximação cA contém menos ruído se comparada ao sinal original.

No processo de reconstrução do sinal, primeiramente os coeficientes de detalhes e aproximação deverão sofrer uma sobreamostragem (*up-sampling*) de 2, que significa introduzir um zero entre amostras consecutivas, para em seguida serem submetidos aos filtros de reconstrução wavelet e escala respectivamente, como mostra o esquema da Figura 2.11. Como se pode observar na Figura 2.12, este processo é exatamente o inverso do processo de decomposição.

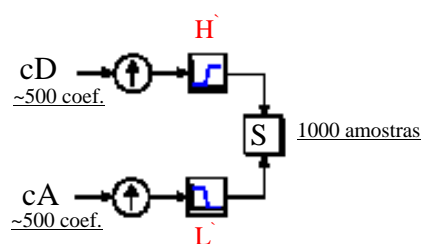


Figura 2.11 - Processo de reconstrução do sinal a partir dos coeficientes wavelet

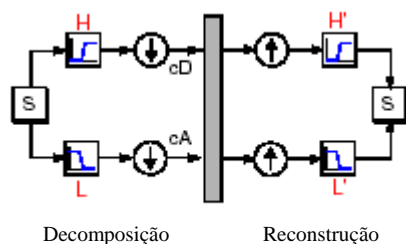


Figura 2.12 - Esquema dos filtros espelhados em quadratura

Os filtros passa-baixa e alta de decomposição (H e L) em conjunto com seus filtros associados de reconstrução (H' e L') formam o sistema conhecido como filtros espelhados em quadratura (QMF – *Quadrature Mirror Filters*).

2.2.9 - Decomposição em Múltiplos Níveis

O processo de decomposição é iterado, com sucessivas aproximações sendo decompostas a cada nível, de modo que um sinal é quebrado em várias componentes de baixa resolução. Isto é chamado de árvore de decomposição wavelet. Averiguando-se a árvore de decomposição wavelet do sinal pode-se extrair informações valiosas. Vide Figura 2.13.

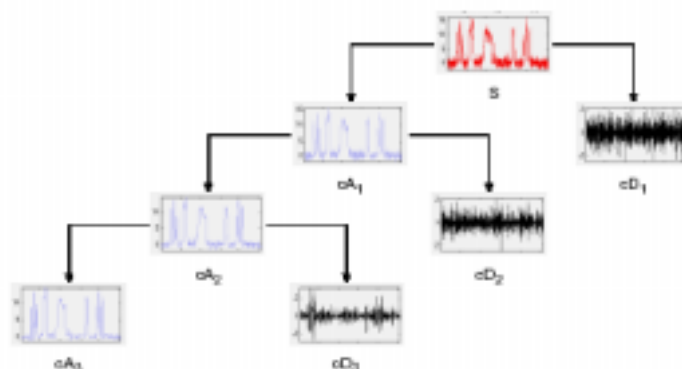
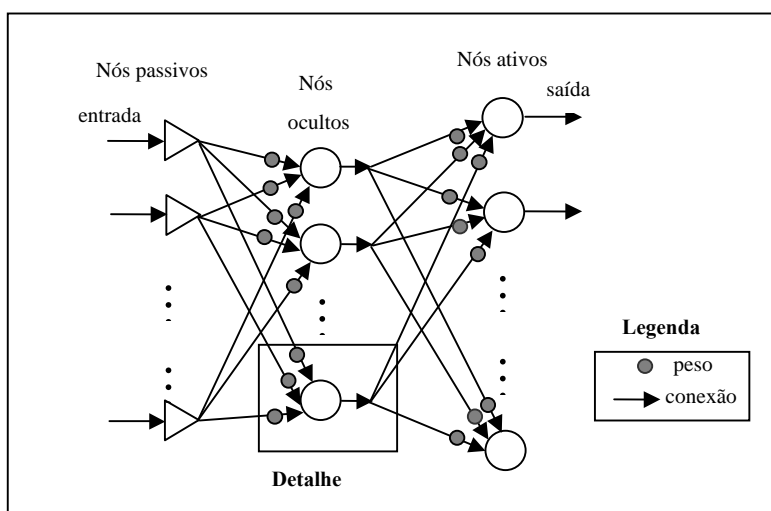


Figura 2.13 - Árvore de decomposição wavelet do sinal S

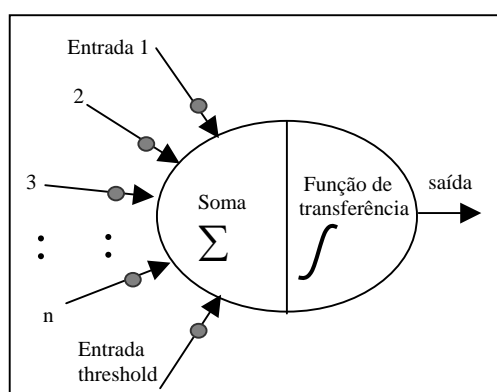
2.3 - REDES NEURAIS ARTIFICIAIS

O modelo do neurônio artificial procura ser similar ao neurônio biológico, apresentando funções e arquitetura cognitiva parecidas, apesar de serem constituídos de materiais diferentes, um virtual, implementado por meio de componentes eletrônicos ou de software, e outro orgânico.

As Redes Neurais Artificiais (RNAs) são sistemas paralelamente distribuídos, compostos de simples neurônios (nós) como unidade de processamento, dispostos em uma ou mais camadas. Existe um grande número de conexões com pesos associados entre os neurônios. Estes pesos codificam o conhecimento de uma RNA e são usados para definir a influência de cada entrada recebida por um neurônio na sua saída. A saída de um neurônio é o resultado de uma função de ativação aplicada à soma ponderada de suas entradas, como ilustra a Figura 2.14 (a) e (b).



(a)



(b)

Figura 2.14 - (a) Arquitetura de uma Rede Neural MLP de três camadas; (b) Detalhe

Um grande número de tarefas complexas, que um ser humano pode realizar com aparente facilidade, não é realizada tão facilmente por computadores que usam métodos de algoritmo tradicional. Espera-se que estas tarefas sejam mais bem executadas por computadores cujas estruturas e operações de processamentos sejam similares às aquelas encontradas no cérebro humano.

2.3.1 – Arquitetura de Rede

As variantes de uma Rede Neural são muitas, e combinando-as, podemos mudar a arquitetura conforme a necessidade da aplicação.

Definir a arquitetura de uma Rede Neural consiste em determinar sua organização estrutural: número de camadas da rede, números de neurônios em cada camada, tipos de conexões entre os neurônios, e a topologia da rede [21]. Sua arquitetura é estabelecida conforme a necessidade da aplicação.

Basicamente, outros itens que compõem uma Rede Neural e, portanto, sujeitos a modificações são: função de transferência e algoritmo de aprendizado.

Normalmente, as redes neurais são estruturadas em camadas, contendo um ou mais neurônios. Todas elas possuem camadas de entrada, que recebem os sinais de entrada, e camada de saída, que armazena o resultado final da rede. As camadas intermediárias (camadas ocultas) localizam-se entre estas duas. Vide Figura 2.14.

Quanto ao tipo de conexão as redes podem ser *feedforward* (acíclica) ou recorrente (cíclica). A recorrente se diferencia da acíclica por possuir pelo menos um link de realimentação (feedback), pelo qual a saída de um neurônio de uma camada i é utilizada como entrada de um neurônio da camada de ordem menor ou igual a i .

As redes podem ser completamente conectadas, quando todos os neurônios estão conectados entre si, ou fracamente conectadas, quando pelo menos dois neurônios não

apresentam ligações entre si. A Figura 2.14 ilustra uma Rede Neural acíclica completamente conectada.

2.3.2 – Função de Transferência

A função de transferência $f(net)$, também denominada de função de ativação, define a saída de um neurônio em termos do campo local induzido net , determinado pela soma ponderada das entradas do referido neurônio. Basicamente, existem três tipos de funções de ativação:

1. Função degrau

$$f(net) = \begin{cases} 1 & \text{se } net \geq 0 \\ 0 & \text{se } net < 0 \end{cases} \quad (2.44)$$

2. Função Linear por partes

$$f(net) = \begin{cases} 1, & \text{se } net \geq +\frac{1}{2} \\ net + \frac{1}{2}, & \text{se } +\frac{1}{2} > net > -\frac{1}{2} \\ 0, & \text{se } net \leq -\frac{1}{2} \end{cases} \quad (2.45)$$

3. Função Sigmóide

$$f(net) = \frac{1}{(1 + e^{-k net})} \quad (2.46)$$

onde k é uma constante positiva que controla a inclinação da função sigmóide. Como pode-se observar na Figura 2.15, no limite quando $k \rightarrow \infty$, $f(net) \rightarrow$ função degrau. A função sigmóide é de longe a mais comum função de ativação utilizada na construção de redes neurais MLP (*multilayer perceptron*), por ser não-linear e continuamente diferenciável.

O cálculo do gradiente local para cada neurônio da rede MLP requer o conhecimento da derivada da função de ativação associada àquele neurônio. Para esta

derivação existir, é necessário que a função de ativação seja contínua. Em termos básicos, a *diferenciabilidade* é única exigência que a função de ativação deve satisfazer.

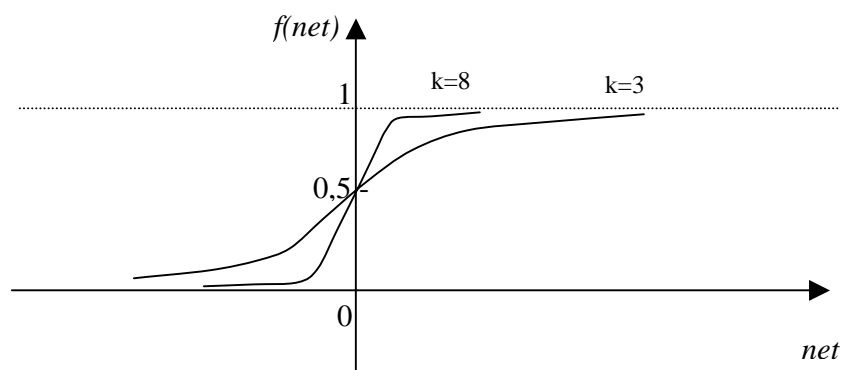


Figura 2.15 - Curvas da função sigmóide para diferentes valores de k

As funções de ativação definidas nas equações (2.44), (2.45) e (2.46) se estendem de 0 a +1. Algumas vezes é desejável que a função de ativação se estenda de -1 a +1, assumindo neste caso uma forma anti-simétrica em relação à origem. Isto é, a função de ativação é uma função ímpar do campo local induzido. Especificamente, a função sigmóide é definida por:

$$f(net) = a * \tanh(b * net) \quad (2.47)$$

onde a e b são positivas e a nova função é denominada tangente hiperbólica.

2.3.3 – Processo de Aprendizagem

Para que as redes neurais sejam capazes de fornecer soluções a determinado problema, é necessário que passem por processo de aprendizagem – durante o qual os parâmetros da rede são automaticamente ajustados a cada valor de entrada fornecida. O ajuste do peso atribuído a cada conexão é o mecanismo mais utilizado.

Três conceitos são importantes para conhecer o processo de aprendizagem:

- Algoritmo de treinamento: conjunto de procedimentos utilizados para ajustar os parâmetros das redes neurais, de maneira que possam realizar determinada função;

- Número de épocas: número de vezes que os padrões (exemplos) serão apresentados às redes neurais, a fim de que se faça a atualização dos pesos;
- Taxa de aprendizado: controla a intensidade das alterações dos pesos – uma alta taxa de aprendizado acelera o processo, mas pode reduzir a capacidade de generalização da Rede Neural.

2.3.4 – Modelos de Redes MLP

As redes MLP são redes acíclicas (*feedforward*) com uma ou mais camadas intermediárias, o que permite a solução de problemas mais complexos. O algoritmo de treinamento mais popular aplicado às redes MLP é o *backpropagation* – que segue o paradigma de aprendizado supervisionado, no qual valores de entrada são fornecidos às redes neurais com as respectivas saídas desejadas. Por meio desse algoritmo, como ilustra a Figura 2.15, a aprendizagem é realizada em duas etapas:

- Na primeira, a *forward*, a atividade resultante flui através da rede, camada por camada, até que a resposta seja produzida pela camada de saída.
- Na segunda, a *backward*, a saída obtida é comparada à saída desejada para esse padrão particular. Se estas não forem iguais, o erro é calculado, e propagado a partir da camada de saída até a camada de entrada. Conforme o erro é *retropropagado*, os pesos das conexões das unidades da camada de saída e das camadas intermediárias vão sendo atualizados.

Durante a fase de aprendizado das redes MLP pode ocorrer *overfitting*; ou seja, a rede especializa-se nos padrões de treinamento e perde sua capacidade de generalização. Para contornar esse problema, pode-se utilizar, dentre outras, a técnica de *early stopping* – que consiste em treinar a Rede Neural com determinada amostra (denominada conjunto de treinamento) e em validar seu desempenho periodicamente, empregando outra amostra (denominada conjunto de validação). Se o erro no ciclo atual obtido no conjunto de validação for superior ao erro do ciclo anterior, enquanto que o erro no conjunto de treinamento no ciclo atual é menor que aquele do ciclo anterior; ou seja, o erro de um ciclo atual para o seguinte no conjunto de validação aumenta enquanto que no conjunto de

treinamento diminui, o treinamento será interrompido. Isso evita que a Rede Neural seja treinada excessivamente, resultando em *overfitting*. A amostra para avaliar se a rede é capaz de solucionar a questão é chamada de conjunto de teste.

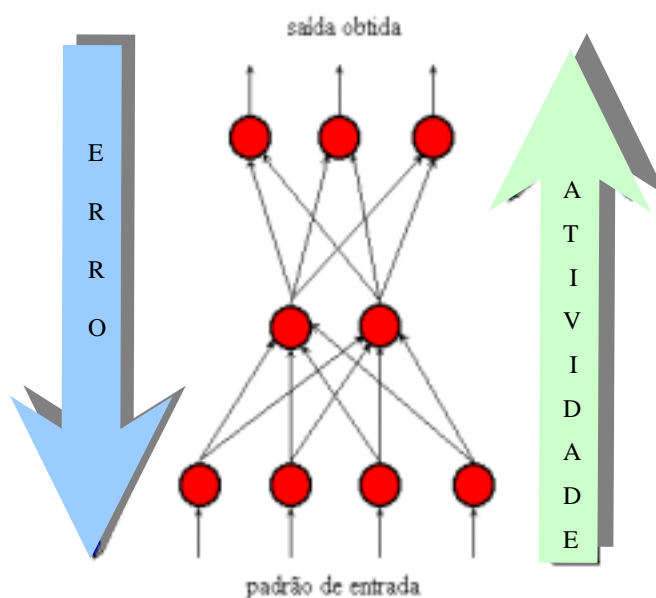


Figura 2.16 - Etapas de aprendizagem: *forward* - atividade e *backward* – erro

2.3.5 – Aumentando o desempenho do *Backpropagation*: Algoritmo *Rprop*

O algoritmo *Rprop*, denominado *resilient backpropagation*, é um algoritmo de adaptação global que realiza treinamento supervisionado *batch* em redes do tipo MLP [22]. Uma diferença substancial entre os algoritmos *Rprop* e *backpropagation* está no processo de ajuste dos pesos. No algoritmo *Rprop*, a atualização dos pesos é influenciada pelo sinal da derivada parcial, e não pelo seu valor, como ocorre no *backpropagation*. Cada vez que a derivada parcial de um determinado peso w_{ij} troca de sinal, indicando que o último ajuste dos pesos foi grande demais e o algoritmo pulou sobre o mínimo local, o valor do ajuste individual e específico deste peso (Δ_{ij}) é diminuído por um fator η^- . Se a derivada manteve o mesmo sinal, o fator individual de ajuste do peso é ligeiramente aumentado por um fator η^+ de modo a acelerar a convergência do peso. Este processo de ajuste pode ser observado nas equações (2.48), (2.49) e (2.50).

Fator de ajuste:

$$\Delta_{ij}^{(t)} = \begin{cases} \eta^+ \cdot \Delta_{ij}^{(t-1)}, & \text{se } \frac{\partial E^{(t-1)}}{\partial w_{ij}} \cdot \frac{\partial E^{(t)}}{\partial w_{ij}} > 0 \\ \eta^- \cdot \Delta_{ij}^{(t-1)}, & \text{se } \frac{\partial E^{(t-1)}}{\partial w_{ij}} \cdot \frac{\partial E^{(t)}}{\partial w_{ij}} < 0 \\ \Delta_{ij}^{(t-1)}, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.48)$$

onde $0 < \eta^- < 1 < \eta^+$

Ajuste do peso:

$$\Delta w_{ij}^{(t)} = \begin{cases} -\Delta_{ij}^{(t)}, & \text{se } \frac{\partial E^{(t)}}{\partial w_{ij}} > 0 \\ +\Delta_{ij}^{(t)}, & \text{se } \frac{\partial E^{(t)}}{\partial w_{ij}} < 0 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.49)$$

Peso ajustado:

$$w_{ij}^{(t+1)} = w_{ij}^{(t)} + \Delta w_{ij}^{(t)} \quad (2.50)$$

O treinamento utilizando o algoritmo *Rprop* resulta em melhorias no processo de aprendizagem, tornando a convergência nesta fase mais rápida, e possui como principais características:

- Independência do método de inicialização dos pesos;
- As alterações dos pesos só são realizadas após a apresentação de todos os padrões de treinamento (método *batch* de treinamento).

2.3.6 – Limitações das Redes Neurais

As redes MLP, assim como muitos outros tipos de redes neurais, podem ser vistas como "caixas pretas", nas quais quase não se sabe porque a rede chega a um determinado resultado, uma vez que os modelos não apresentam justificativas para suas respostas. Neste sentido, muitas pesquisas vêm sendo realizadas visando à extração de conhecimento de redes neurais artificiais e à criação de procedimentos explicativos, onde se tenta justificar o comportamento das redes em determinadas situações [23].

Uma outra limitação refere-se ao tempo de treinamento das Redes Neurais, que apesar dos algoritmos de treinamento serem mais eficazes, tende a ser muito longo. Algumas vezes são necessários milhares de ciclos para se chegar a níveis de erros aceitáveis, o que pode demandar um longo período de tempo. Este problema é ainda mais crítico se as redes estiverem sendo simuladas em computadores seriais, pois a CPU deve calcular as funções para cada unidade e suas conexões separadamente, o que pode ser problemático em redes muito grandes ou com grande quantidade de dados. Muitos estudos estão sendo realizados para implementação de Redes Neurais em computadores paralelos, além de construção de chips neurais, como o Intel 80170NX Eletronicamente Trainable ANN, ou placas aceleradoras, como BrainMaker Accelerator Board – CNAPS.

Uma terceira limitação é a dificuldade de definir a arquitetura ideal da rede de forma que ela seja tão grande quanto o necessário para conseguir obter as representações internas necessárias e, ao mesmo tempo, pequena o suficiente para apresentar um treinamento rápido. Não existem regras claras para a definição de quantas unidades devem existir nas camadas intermediárias, quantas camadas, ou como devem ser as conexões entre essas unidades. Para contornar essa dificuldade, Algoritmos Genéticos podem ser utilizados para encontrar automaticamente boas arquiteturas de Redes Neurais [24, 25].

CAPÍTULO 3

CONSTRUÇÃO DE NOVAS WAVELETS

Uma das vantagens da análise com wavelets em relação à análise de Fourier é a existência de um maior grau de liberdade na escolha dos sinais básicos da decomposição. Em geral, a extração de uma dada característica do sinal é melhor executada com uma certa família de wavelets. Contudo, não existem critérios definitivos a respeito da escolha de uma “base de wavelets” mais adequada para um dado sinal. Muito embora já se encontrem disponíveis um grande número de famílias, surgem frequentemente novas wavelets, possibilitando novas aplicações. Elas podem ser potencialmente atrativas na representação de sinais com certas simetrias.

Neste capítulo, duas novas famílias de wavelets são introduzidas, definidas a partir de estruturas com simetrias elíptico-cilíndrica e esférica. Estas novas wavelets são discretas e possibilitam uma Análise de Multirresolução (AMR).

A primeira delas, denominada de wavelet de Mathieu, é derivada a partir da equação de onda de Mathieu para uma membrana. Elas parecem ser particularmente interessantes em problemas envolvendo sinais ópticos (fibras ópticas, guias de ondas etc.). Embora atrativas por constituir uma decomposição ortogonal, tais wavelets não são de suporte compacto. Entretanto, aproximações de suporte compacto podem ser geradas com o auxílio da técnica de janelamento para filtros digitais [20].

Uma segunda família de wavelets é a chamada wavelet de Legendre (ou wavelets harmônicas esféricas). Estas wavelets estão intimamente ligadas às equações

diferenciais de Legendre e às funções de Legendre. Estas wavelets são sempre de suporte compacto, e parecem adequadas na análise de sinais derivados de estruturas com alguma simetria esférica. Os filtros de escala e filtros de wavelet para implementar a AMR são filtros de resposta ao impulso finito e de fase linear [20]. Estas parecem ser as primeiras wavelets de suporte compacto baseadas em filtros de fase linear.

3.1 - WAVELETS DE MATHIEU

Dois artigos tratam destas wavelets (vide Lista de Publicações): "*Elliptic-Cylinder Wavelets: The Mathieu Wavelets*", IEEE Signal Processing Letters e "*Wavelets for Elliptical Waveguide Problems*", WSEAS International Conference on Wavelet Analysis and Multirate Systems, Athens, Greece, December, 2002.

Em 1868, o matemático francês, É. Léonard Mathieu introduziu uma família de equações diferenciais hoje conhecidas com Equações de Mathieu no seu "*Mémoire sur le mouvement vibratoire d'une membrane de forme elliptique*" [26]. A equação de Mathieu está relacionada com a equação da onda para cilindros elípticos. A forma canônica da equação de Mathieu é:

$$\begin{aligned} &\text{Dados } a \in \mathbb{R}, q \in \mathbb{C} \\ &\frac{d^2 y}{dw^2} + (a - 2q \cos 2w)y = 0 \end{aligned} \quad (3.1)$$

Foi mostrado mais tarde que a equação de Mathieu está também relacionada com a Mecânica Quântica; os parâmetros a e q denotam o nível energético e a intensidade, respectivamente. O caso particular em que $q=0$ conduz à bem conhecida equação do oscilador harmônico, sendo a o quadrado da frequência [27].

A solução da equação (3.1) são os harmônicos elípticos-cilíndricos, conhecidos como "funções de Mathieu". Estas funções têm sido aplicadas em um amplo espectro de problemas ligados a guias de onda, envolvendo geometria elíptica [28-32].

De um modo geral, as soluções da equação de Mathieu não são periódicas. Contudo, para um certo número de valores particulares de a (valores próprios), existem soluções periódicas.

Para vários fenômenos físicos relevantes da solução, y deve ser periódica de período π ou 2π . É também conveniente distinguir entre soluções periódicas pares e ímpares, que são chamadas de "*funções de Mathieu de 1ª Espécie*". Quatro diferentes tipos de soluções são consideradas: soluções periódicas (π ou 2π) e simetria (par ou ímpar). Para $q \neq 0$, as várias soluções periódicas correspondentes aos valores característicos $a=a_r(q)$ e $a=b_r(q)$ são:

Soluções periódicas pares:

$$ce_r(w, q) = \sum_m A_{r,m} \cos mw \quad \text{para } a=a_r(q), \tag{3.2}$$

Soluções periódicas ímpares:

$$se_r(w, q) = \sum_m A_{r,m} \sin mw \quad \text{para } a=b_r(q), \tag{3.3}$$

nas quais os somatórios são tomados somente para valores pares (respectivamente para valores ímpares) da variável muda m se o período é π (respectivamente 2π).

ce e se são abreviações para as funções cosseno-elípticas e seno-elípticas. Relações interessantes podem ser obtidas quando $q \rightarrow 0$; $r \neq 0$:

$$\lim_{q \rightarrow 0} ce_r(w, q) = \cos rw, \quad \text{e} \quad \lim_{q \rightarrow 0} se_r(w, q) = \sin rw \tag{3.4}$$

Analogamente às funções trigonométricas clássicas, as funções de Mathieu verificam propriedades de ortogonalidade:

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} ce_r(w, q) se_s(w, q) dw &= 0 \\ \int_0^{2\pi} ce_r(w, q) ce_s(w, q) dw &= 0, \quad r \neq s, \\ \int_0^{2\pi} ce_r(w, q) se_s(w, q) dw &= 0 \end{aligned} \tag{3.5}$$

Uma segunda solução aperiódica correspondente à $ce_r(w,q)$ é a função $Zce_r(w,q)$ enquanto que a solução aperiódica correspondente à $se_r(w,q)$ é denotada por $Zse_r(w,q)$.

Um dos mais importantes resultados da Teoria de Funções de Mathieu é o Teorema de Floquet [27, 33]. Ele estabelece que soluções periódicas da equação (3.1), para qualquer par (a,q) , podem ser expressas no formato:

$$\begin{aligned}
 y(w) &= F_\nu(w) = e^{j\nu w} P(w) \text{ ou} \\
 y(w) &= F_\nu(-w) = e^{-j\nu w} P(-w),
 \end{aligned}
 \tag{3.6}$$

onde ν é uma constante dependente de a e q e $P(\cdot)$ é uma função periódica em w , de período π . O parâmetro ν é chamado de expoente característico da equação de Mathieu. Se ν é inteiro, então $F_\nu(w)$ e $F_\nu(-w)$ são soluções linearmente dependentes. Além disto,

$$\begin{aligned}
 y(w+k\pi) &= e^{j\nu k\pi} y(w), & \text{para a solução } F_\nu(w) \\
 y(w+k\pi) &= e^{-j\nu k\pi} y(w), & \text{para a solução } F_\nu(-w).
 \end{aligned}
 \tag{3.7}$$

Soluções gerais da equação de Mathieu para $q \in \mathfrak{R}$, ν não inteiro, são da forma [34]:

$$y(w) = c_1 e^{j\nu w} P(w) + c_2 e^{-j\nu w} P(-w),
 \tag{3.8}$$

sendo c_1 e c_2 constantes arbitrárias.

No contexto de wavelets, as funções relevantes são as pares e de período 2π . Neste caso, tem-se a seguinte relação de recorrência entre os coeficientes [35]:

$$\begin{aligned}
 (a-1-q)A_1 - qA_3 &= 0 & (3.9) \\
 (a-m^2)A_m - q(A_{m-2} + A_{m+2}) &= 0, & m \geq 3, & m \text{ ímpar}
 \end{aligned}
 \tag{3.10}$$

O comportamento da forma de onda dos cossenos elípticos depende fortemente dos parâmetros ν e q (vide Figuras 3.1 (a) e (b)).

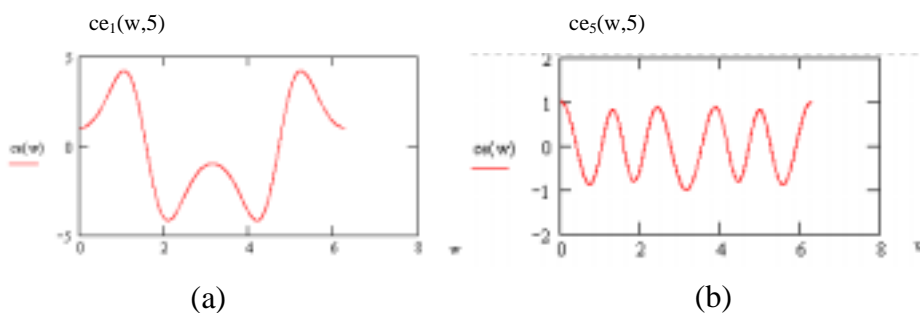


Figura 3.1 - Funções de Mathieu pares de 1ª espécie com período 2π . Cossenos elípticos para: a) $\nu=1$ e $q=5$; b) $\nu=5$ e $q=5$

3.1.1 Coordenadas Elíptico-cilíndricas

As coordenadas v são os ângulos assintóticos de segmentos de parábolas confocais simétricas com relação ao eixo x . As coordenadas u são elipses confocais centradas na origem.

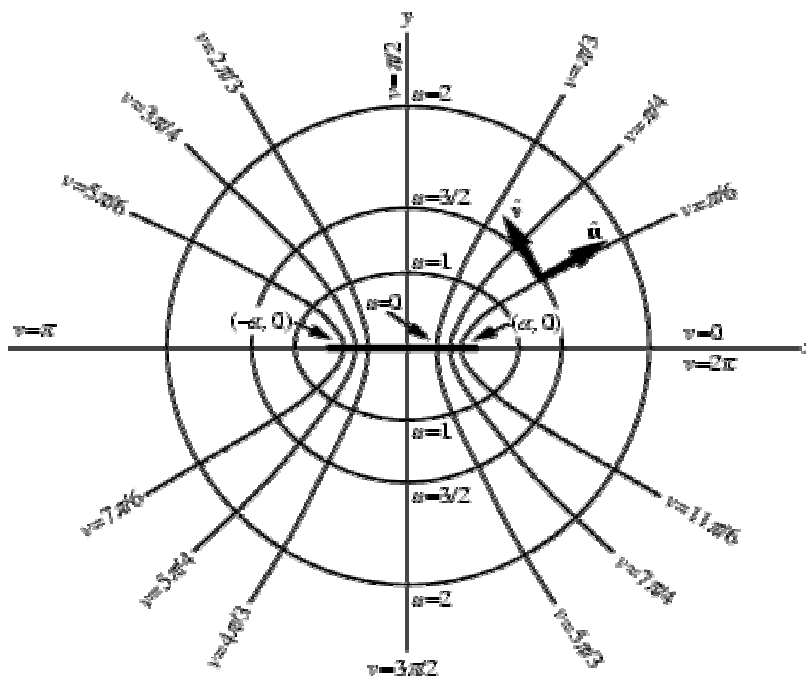


Figura 3.2 - Coordenadas Elíptico-cilíndricas

$$x = a \cdot \cosh(u) \cdot \cos(v) \quad (i)$$

$$y = a \cdot \sinh(u) \cdot \sin(v) \quad (ii)$$

$$z = z \quad (iii)$$

onde $u \in [0, \infty)$, $v \in [0, 2\pi)$, e $z \in (-\infty, \infty)$.

Uma outra relação importante das funções de Mathieu diz respeito à ortogonalidade. Se $a(v+2p, q)$ e $a(v+2s, q)$ são raízes de $\cos(\pi v) - y(\pi) = 0$, então [35]:

$$\int_0^\pi F_{v+2p}(w)F_{v+2s}(-w)dw = 0, \quad p \neq s. \tag{3.11}$$

Isto é, $\langle F_{v+2p}(w), F_{v+2s}(w) \rangle = 0, \quad p \neq s$, em que $\langle \cdot, \cdot \rangle$ denota o produto interno com integral definida de 0 a π .

3.1.2 Filtros de Análise de Multirresolução e as Equações de Mathieu

A análise de wavelet desenvolveu-se rapidamente nos últimos anos [36], resultando numa explosão de aplicações nos campos da medicina, física quântica, estatística, processamento de imagem, modelagem de sistemas lineares, descontaminação de sinais, etc. Essencialmente, a transformada wavelet decompõe o sinal em um conjunto de funções bases que são derivadas de um único protótipo de wavelet escalonada (comprimida ou expandida) e transladada (deslocada).

O princípio fundamental é analisar o sinal através de um combinação de uma função de escala $\phi(t)$ (passa-baixa) e wavelets $\psi(t)$ (passa-faixa). Esta idéia é essencial na codificação em sub-bandas e na análise de multirresolução (AMR). A equação $\phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{n \in \mathbb{Z}} h_n \phi(2t - n)$, conhecida como equação de dilatação ou refinamento, é a principal relação da AMR [37].

a) Relação de Escala Dupla das Funções de Escala e Wavelet

Definindo-se o “espectro” do filtro suavizador $\{h_k\}$ pela relação:

$$H(w) := \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{k \in \mathbb{Z}} h_k e^{-jwk}, \tag{3.12}$$

as duas equações centrais da AMR no domínio da frequência são portanto:

$$\Phi(w) = H\left(\frac{w}{2}\right) \cdot \Phi\left(\frac{w}{2}\right) \text{ e } \Psi(w) = G\left(\frac{w}{2}\right) \Phi\left(\frac{w}{2}\right), \quad (3.13)$$

onde $\Phi(w)$ é transformada de Fourier da função de escala e $G(w) := \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\sum_{k \in \mathbb{Z}} g_k e^{-jwk} \right)$ é a função de transferência do filtro de detalhe.

As condições de ortogonalidade sobre os filtros correspondem a:

$$\begin{aligned} H(0) &= 1 \text{ e } H(\pi) = 0, \\ |H(w)|^2 + |H(w + \pi)|^2 &= 1, \\ H(w) &= -e^{-jw} G^*(w + \pi). \end{aligned} \quad (3.14)$$

b) Filtros da AMR de Mathieu

A sutil ligação entre as equações de Mathieu e a teoria das wavelets foi encontrada observando que a relação $\Psi(w) = e^{-jw/2} H^*\left(\frac{w}{2} - \pi\right) \Phi\left(\frac{w}{2}\right)$ possui uma semelhança marcável com uma solução de Floquet de uma equação diferencial de Mathieu, desde que $H(\cdot)$ é periódica.

Como uma primeira tentativa, a relação entre o espectro da wavelet e da função de escala foi colocada sob a forma:

$$\frac{\Psi(w)}{\Phi\left(\frac{w}{2}\right)} = e^{-jw/2} H^*\left(\frac{w}{2} - \pi\right) \quad (3.15)$$

Na equação (3.15) nem v é inteiro, nem $H^*(\cdot)$ tem período π . Por um escalonamento apropriado, esta equação é reescrita como:

$$\frac{\Psi(4w)}{\Phi(2w)} = e^{-j2w} H^*(2w - \pi). \quad (3.16)$$

Descobre-se que $Y(w) := \frac{\Psi(4w)}{\Phi(2w)}$ tem uma rica interpretação no contexto de wavelets. Primeiro, lembrando que $\Psi(w) = G\left(\frac{w}{2}\right)\Phi\left(\frac{w}{2}\right)$ segue-se que $\Psi(2w) = G(w)\Phi(w)$. Assim, a função relacionada com uma equação de Mathieu é exatamente $Y(w) = G(2w)$.

Introduzindo uma nova variável z definida de acordo com $2z := 2w - \pi$, segue-se que

$$-Y\left(z + \frac{\pi}{2}\right) = e^{-j2z} H^*(2z). \tag{3.17}$$

O expoente característico pode então ser ajustado a um valor particular ν ,

$$-e^{-j(\nu-2)z} Y\left(z + \frac{\pi}{2}\right) = e^{-j\nu z} H^*(2z). \tag{3.18}$$

$$\text{Definindo agora } P(-z) := H^*(2z) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} c_{2k} e^{jz2k}, \tag{3.19}$$

em que $c_{2k} := \frac{1}{\sqrt{2}} h_k^*$, vê-se que o lado direito da equação (3.17) constitui uma solução de Floquet de alguma equação diferencial de Mathieu. $P(\cdot)$ é uma função de período π verificando a condição inicial $P(0) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_k h_k = 1$, como esperado. Portanto, existem parâmetros (a_G, q_G) tais que a função auxiliar:

$$y_\nu(z) := -e^{-j(\nu-2)z} Y_\nu\left(z + \frac{\pi}{2}\right) \tag{3.20}$$

é uma solução da seguinte equação de Mathieu:

$$\frac{d^2 y_\nu}{dz^2} + (a_G - 2q_G \cos 2z) y_\nu = 0, \tag{3.21}$$

sujeita a $y_\nu(0) = -Y(\pi/2) = -G(\pi) = -1$ e $\cos(\pi\nu) - y_\nu(\pi) = 0$, ou seja, $y_\nu(\pi) = (-1)^\nu$.

Investigando a solução apropriada da equação (3.21), as condições de contorno são estabelecidas para predeterminar a e q . Descobre-se que quando ν é zero ou inteiro, a

pertence ao conjunto dos valores característicos $a_\nu(q)$. A solução par (2π -periódica) desta equação é dada por:

$$y_\nu(z) = -\frac{ce_\nu(z, q)}{ce_\nu(0, q)}. \quad (3.22)$$

A função $Y_\nu(w)$ associada a $y_\nu(z)$ e relacionada com o filtro de detalhe da AMR de Mathieu é expressa portanto por:

$$Y_\nu(w) = G_\nu(2w) = e^{j(\nu-2)l\frac{w-\pi}{2}} \cdot \frac{ce_\nu\left(w - \frac{\pi}{2}, q\right)}{ce_\nu(0, q)}. \quad (3.23)$$

Finalmente, a função de transferência do "Filtro de Detalhes" de uma Wavelet de Mathieu é

$$G_\nu(w) = e^{j(\nu-2)l\frac{w-\pi}{2}} \cdot \frac{ce_\nu\left(\frac{w-\pi}{2}, q\right)}{ce_\nu(0, q)}. \quad (3.24)$$

O expoente característico ν deve ser escolhido de modo a garantir condições iniciais adequadas, isto é, $G_\nu(0)=0$ e $G_\nu(\pi)=1$, compatíveis com os requisitos de filtros de Wavelet [38]. Assim, ν deve ser ímpar.

Interessante observar que a magnitude da função de transferência acima corresponde exatamente ao módulo de um cosseno-elíptico deslocado¹:

$$|G_\nu(w)| = \left| \frac{ce_\nu\left(\frac{w-\pi}{2}, q\right)}{ce_\nu(0, q)} \right|. \quad (3.25)$$

A solução para o filtro suavizador $H(\cdot)$ pode ser encontrada via condições QMF (Quadrature Mirror Filter), resultando em:

¹ Vale observar que $\left| ce_\nu\left(\frac{w-\pi}{2}, q\right) \right| = \left| se_\nu\left(\frac{w}{2}, -q\right) \right|$.

$$H_\nu(w) = -e^{-j\nu\frac{w}{2}} \frac{ce_\nu\left(\frac{w}{2}, q\right)}{ce_\nu(0, q)}. \quad (3.26)$$

Neste caso, tem-se $H_\nu(\pi)=0$ e

$$|H_\nu(w)| = \left| \frac{ce_\nu\left(\frac{w}{2}, q\right)}{ce_\nu(0, q)} \right|. \quad (3.27)$$

Dado q , a função de Mathieu par de 1ª espécie com expoente característico ν é dada por:

$$ce_\nu(w, q) = \sum_{l=0}^{+\infty} A_{2l+1} \cos(2l+1)w, \quad (3.28)$$

com $ce_\nu(0, q) = \sum_{l=0}^{+\infty} A_{2l+1}$. Os coeficientes dos filtros G e H da AMR são expressos, em

termos dos valores de $\{A_{2l+1}\}_{l \in \mathbb{Z}}$ da função de Mathieu:

$$\frac{h_l^\nu}{\sqrt{2}} = -\frac{A_{|2l-\nu|}/2}{ce_\nu(0, q)}, \quad (3.29)$$

$$\frac{g_l^\nu}{\sqrt{2}} = (-1)^l \frac{A_{|2l+\nu-2|}/2}{ce_\nu(0, q)}. \quad (3.30)$$

É simples mostrar que $h_{-l}^\nu = h_{l+\nu}^\nu$, para todo l maior que zero. As condições de normalização são $\frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h_k^\nu = -1$ e $\sum_{k=-\infty}^{+\infty} (-1)^k h_k^\nu = 0$.

Exemplos ilustrativos de função de transferência H e G dos filtros da AMR de Mathieu são mostrados na Figura 3.3 para $\nu=1$ e 5, para valores particulares de q (solução numérica obtida empregando Método de *Range-Kutta* de 5ª ordem). O valor de a é

ajustado em cada caso para um valor próprio, conduzindo a uma solução periódica. As soluções apresentam ν zeros no intervalo $|w| < \pi$.

Constata-se na Figura 3.3 o comportamento do tipo filtro "Passa-Baixa" (para o filtro H) e filtro "Passa-Alta" (para o filtro G), como esperado.

A representação gráfica das wavelets de Mathieu é originada a partir do filtro de reconstrução passa-baixa por meio de um processo iterativo (mesma abordagem utilizada na representação gráfica das wavelets de Daubechies). Filtros de resposta ao impulso infinito deveriam ser usados desde que as wavelets de Mathieu não apresentam suporte compacto. Entretanto, uma aproximação com filtros FIR (Finite Impulse Response) pode ser gerada descartando-se os coeficientes insignificantes. A Figura 3.4 mostra as aproximações com filtros FIR para wavelet de Mathieu à medida que o número de iterações aumenta (2, 4 e 6 iterações respectivamente) para dois pares de parâmetros a e q . Coeficientes dos filtros com $|h| < 10^{-10}$ foram descartados (19 coeficientes por filtros foram retidos em ambos casos). As formas de onda foram geradas através da ferramenta wavelet do MatLab® (MATrix LABoratory). Assim como muitos outros tipos de wavelets, não há uma forma analítica para descrever as wavelets de Mathieu.

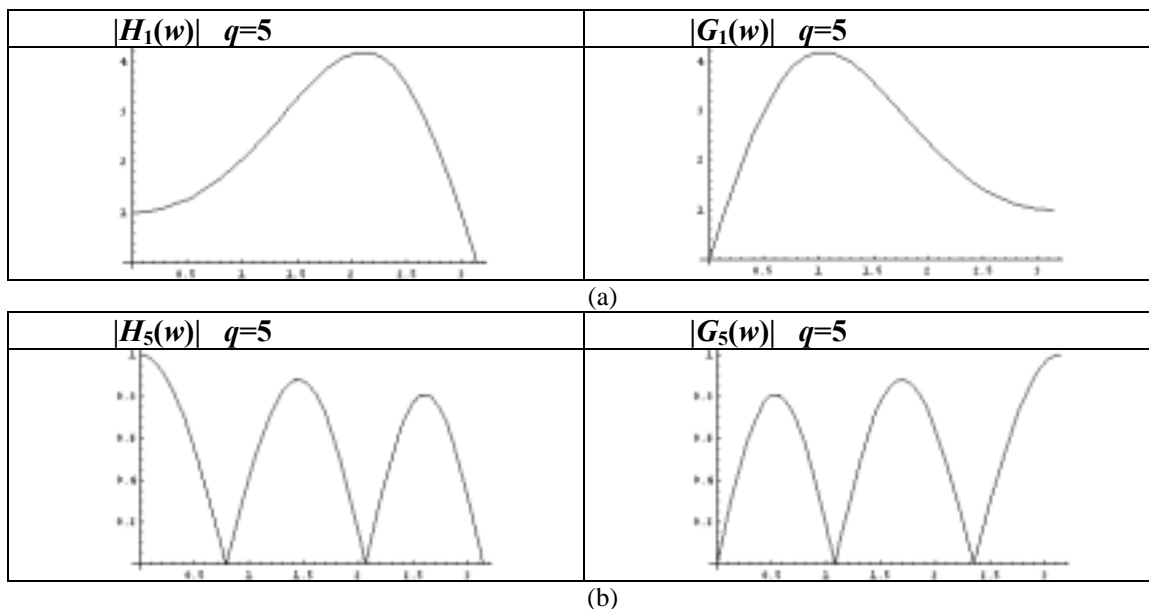


Figura 3.3 - Magnitude da função de transferência dos filtros de Mathieu para AMR (filtro suavizador $|H_1(w)|$ e filtro de detalhe $|G_\nu(w)|$ para alguns parâmetros de Mathieu): (a) $\nu=1, q=5, a=1,85818754$; (b) $\nu=5, q=5, a=25,5499717$

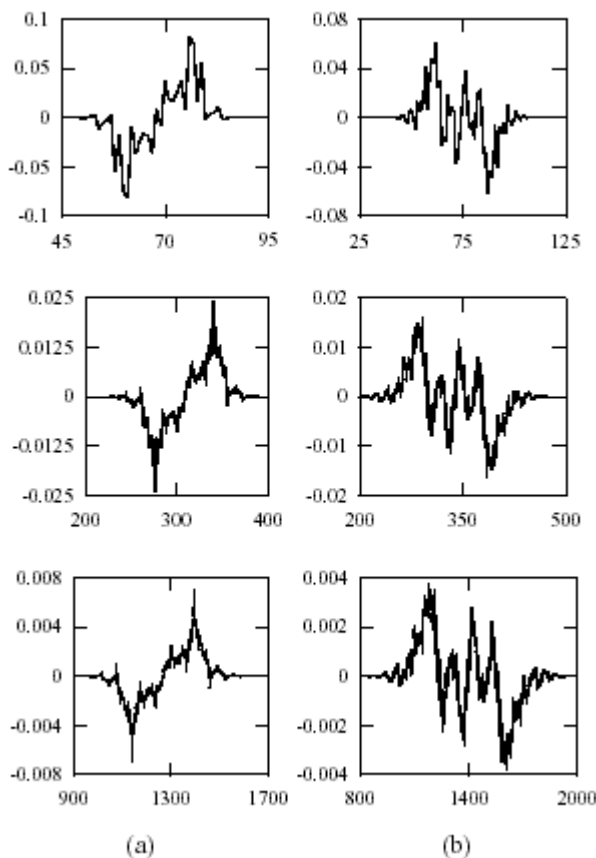


Figura 3.4 - Aproximações com filtros FIR para wavelets de Mathieu: (a) $v=3$ e $q=3$; (b) $v=5$ e $q=15$, após 2, 4 e 8 iterações respectivamente

3.2 - WAVELETS DE LEGENDRE

Esta wavelet gerou um artigo publicado no 7^o WSEAS Internacional Multiconference CSCC "Compactly Supported Wavelets Derived From Legendre Polynomials: Spherical Harmonic Wavelets", no qual as wavelets de Legendre são introduzidas.

Na sessão anterior foram introduzidas novas wavelets ortogonais relacionadas com a equação de onda de Mathieu [35]. Nesta sessão, a mesma idéia de conectar outras equações diferenciais ordinárias de 2^a ordem (equações de onda) com a função de transferência dos filtros de análise de multirresolução ortogonais [37] é utilizada. Diferentes sistemas de polinômios ortogonais que satisfazem equações diferenciais ordinárias de segunda ordem vêm sendo utilizados há muito tempo em Física e Engenharia [39].

Jacobi, Legendre, Hermite, Gegenbauer, Laguerre são exemplos de polinômios que possuem propriedades muito bem conhecidas [35, 40].

Aqui são abordados em particular os polinômios de Legendre. Os polinômios associados de Legendre são a parte azimutal das harmônicas esféricas, as quais são comumente encontradas nas separações da equação de Laplace em coordenadas esféricas polares. A parte radial da solução depende da forma do potencial, porém as harmônicas são sempre as mesmas, revelando-se como uma consequência da simetria esférica. As funções de Legendre encontram um largo campo de aplicações, incluindo Sistemas de Controle, Engenharia e Física [39]. Elas são usadas em problemas nos quais coordenadas polares são apropriadas, como por exemplo, para se determinar a temperatura em regime estacionário em uma esfera uniforme de raio unitário, quando metade da superfície de esfera é mantida a 0°C e a outra metade a 1°C [39]. Outras aplicações interessantes definidas sobre uma superfície esférica podem ser encontradas no Eletromagnetismo e na Acústica [41]. Elas têm sido úteis também em sistemas de identificação [42], como método de resolução em problemas de estimativa com mínimos quadrados [43], e até mesmo em problemas sofisticados de imagem, auxiliando na busca da forma da sombra em algoritmos de reconstrução de imagem 3-D [44]. Polinômios de Legendre têm sido usados recentemente para definir uma técnica de janelamento no projeto de filtros FIR, no lugar de janelas de Hamming, Kaiser ou de outra janela padrão [45].

A codificação por transformada é uma ferramenta atualmente muito comum na análise de sinais e de imagens. A versão discreta da transformada wavelet (DWT) tem sido proposta e utilizada com sucesso em substituição às transformadas discretas clássicas tais como a Transformada Discreta de Fourier (DFT) e a Transformada Discreta do Cosseno (DCT), em diversas aplicações [46-48]. Outra transformada discreta menos reconhecida é a Transformada Discreta de Legendre (DLT) [49]. Elas são particularmente eficientes quando os dados podem ser modelados por uma função polinomial. Algoritmos paralelos para calcular as transformadas DLT e IDLT estão disponíveis na literatura [49, 50]. Colomer em 1997 introduziu um novo esquema de compressão para eletrocardiograma (ECG), o qual é baseado na DLT [51]. A DLT pode ser também uma ferramenta poderosa

em Tomografia Computadorizada [52]. Wavelets associadas com o filtro de resposta ao impulso finito (FIR) são comumente preferidas na maioria das aplicações.

Cada sinal (forma de onda) possui uma infinidade de representações diferentes. Assim também, existe um número infinito de sistemas wavelets, cujas aplicabilidades e relevâncias dependem fortemente das propriedades do sinal em análise. Além das wavelets convencionais como as de Morlet, Meyer, Battle, Daubechies, Coiflets etc. [36], outras wavelets têm sido propostas recentemente na literatura [53, 54, 55]. Parece natural tentar descobrir novas wavelets que detenham mais simetrias particulares.

3.2.1 Introdução às Funções de Legendre

As harmônicas esféricas são soluções das equações diferenciais de Legendre de segunda ordem, n inteiro:

$$(1 - z^2) \frac{d^2 y}{dz^2} - 2z \frac{dy}{dz} + n(n + 1)y = 0. \tag{3.31}$$

A solução da equação (3.31) é o polinômio de Legendre de n -ésima ordem $P_n(z)$. Tais polinômios podem ser encontrados facilmente a partir da formula de Rodrigues [35]:

$$P_n(z) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dz^n} (z^2 - 1)^n. \tag{3.32}$$

Freqüentemente é mais apropriado restringir z a uma variável real, fazendo $z=x$ dentro da região $|x| \leq 1$. Neste caso, é comum realizar uma mudança de variável $x = \cos \theta$ e tratar com os polinômios na forma $P_n(\cos(\theta))$. Assim P_n tem período 2π e $|P_n(\cos \theta)| \leq 1$. Isto é precisamente o que se deseja, θ relacionado à freqüência espectral w . Adicionalmente, a seguinte propriedade se mantém: $P_n(-x) = (-1)^n P_n(x)$ de maneira que

$$P_{2n+1}(-x) = -P_{2n+1}(x). \tag{3.33}$$

Os n -ésimo polinômios de Legendre possuem n raízes distintas no intervalo $[-1, 1]$.

As funções $|P_n(\cos\theta)|$ apresentam formatos que se assemelham àqueles de um filtro passa-baixa, desde que n seja ímpar. Valores limites são $P_n(1)=1$ e $P_n(0)=0$, n ímpar. Os polinômios de Legendre são descritos como:

$$\begin{aligned} P_1(\cos\theta) &= \cos\theta \\ P_3(\cos\theta) &= \frac{1}{8}(5\cos 3\theta + 3\cos\theta) \\ P_5(\cos\theta) &= \frac{1}{128}(63\cos 5\theta + 35\cos 3\theta + 30\cos\theta) \\ &\dots \end{aligned} \tag{3.34}$$

a) Filtros da AMR de Legendre

Os polinômios $P_n(\cos(\theta))$ podem ser usados para definir os filtros suavizadores $H_n(w)$ de uma análise de multirresolução [37]. Desde que as condições de contorno apropriadas para uma AMR são $|H(0)|=1$ e $|H(\pi)|=0$, os filtros suavizadores de uma AMR podem ser definidas de modo que a magnitude dos filtros passa-baixa $|H_n(w)|$ possa ser associada aos polinômios de Legendre de acordo com:

$$|H_n(w)| = |P_{2n+1}\left(\cos\frac{w}{2}\right)|. \tag{3.35}$$

Isto é similar à abordagem implementada no desenvolvimento da wavelet de Mathieu [53]: O cosseno-elíptico das funções de Mathieu foi associado ao filtro passa-baixa segundo a equação (3.27), aqui novamente expressa:

$$|H_\nu(w)| = \left| \frac{ce_\nu\left(\frac{w}{2}, q\right)}{ce_\nu(0, q)} \right|.$$

Onde $\nu = 2n+1$, pois as wavelets de Mathieu só podem ser derivadas quando ν é ímpar.

Os polinômios de Legendre já se encontram normalizados, isto é, $|P_{2n+1}(\cos 0)| = |P_{2n+1}(1)| = 1$. Doravante, assume-se $\nu = 2n+1$.

A magnitude do filtro passa-baixa resulta em:

$$|H_\nu(w)| = \left| \frac{P_\nu\left(\cos\frac{w}{2}\right)}{P_\nu(\cos 0)} \right|. \tag{3.36}$$

Exemplos ilustrativos da função de transferência para a AMR de Legendre são mostrados na Figura 3.5, para $\nu=1, 3$ e 5 . Pode-se notar o comportamento do filtro passa-baixa para o filtro H , como esperado. O número de zeros no intervalo $-\pi < w \leq \pi$ é igual ao grau do polinômio de Legendre. Conseqüentemente, o número de vezes que a curva toca o eixo da frequência neste intervalo é facilmente controlado pelo parâmetro ν .

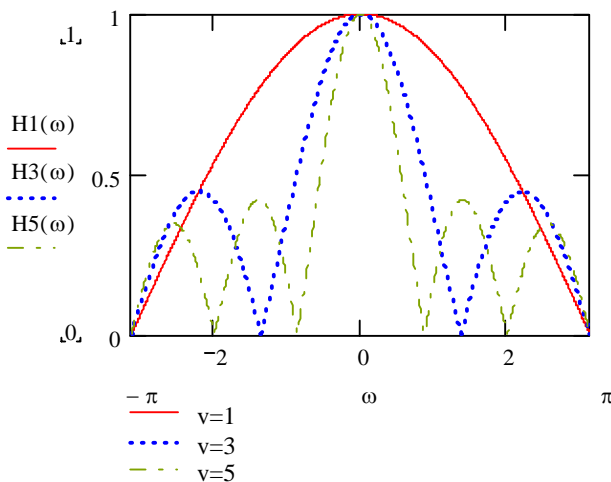


Figura 3.5 - Magnitude da função de transferência dos filtros suavizador. Filtro $|H_\nu(w)|$ para as seguintes ordem: $\nu=1$ (linha cheia), $\nu=3$ (linha pontilhada) e $\nu=5$ (linha tracejada).

Uma modificação apropriada na fase deve ser realizada para ajustar adequadamente a função de transferência $H_\nu(w)$ para a forma

$$H_\nu(w) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{k \in \mathbb{Z}} h_k^\nu e^{-jwk}. \tag{3.37}$$

No caso de Mathieu, segundo a equação (3.26), a suposição foi:

$$H_\nu(w) = -e^{-j\nu\frac{w}{2}} \frac{ce_\nu\left(\frac{w}{2}, q\right)}{ce_\nu(0, q)}.$$

Uma possível solução óbvia, bastante similar seria:

$$H_\nu(w) = -e^{-j\nu\frac{w}{2}} P_\nu\left(\cos\frac{w}{2}\right). \quad (3.38)$$

Uma função auxiliar $y_\nu(w)$ definida por:

$$y_\nu(w) = -e^{j\nu w} H_\nu(2w) \quad (3.39)$$

satisfaz a equação diferencial de Legendre.

Visando obter uma análise de multirresolução ortogonal, a função de transferência do filtro analisador passa-alta $G_\nu(w)$ pode ser escolhida aplicando as condições QMF (*Quadrature Mirror Filters*) [37, 36], produzindo:

$$G_\nu(w) = e^{j(\nu-2)\frac{w}{2}} P_\nu\left(\sin\frac{w}{2}\right). \quad (3.40)$$

Pode-se perceber que $|G_\nu(0)|=0$ e $|G_\nu(\pi)|=1$ como esperado.

Uma vez definido $H_\nu(w)$, o próximo passo é calcular os coeficientes dos filtros $\{h_k\}$, $k \in \mathbb{Z}$. Isso pode ser feito aplicando-se expressões explícitas envolvendo os polinômios de Legendre e as funções trigonométricas [35, 40]:

$$P_n(\cos \theta) = \sum_{m=0}^n a_m \cos((n-2m)\theta) \quad 0 < \theta \leq \pi, \quad (3.41)$$

onde $a_m = \frac{1}{4^n} \binom{2m}{m} \binom{2n-2m}{n-m}$.

Conseqüentemente, substituindo (3.41) em (3.38)

$$H_\nu(w) = -e^{-j\nu\frac{w}{2}} \sum_{m=0}^{\nu} a_m \cos(\nu-2m)\frac{w}{2}. \quad (3.42)$$

Após uma manipulação bastante simples

$$H_\nu(w) = \sum_{m=0}^{\nu} -\frac{a_m + a_{\nu-m}}{2} e^{-jmw}. \tag{3.43}$$

Uma comparação termo a termo entre as equações (3.37) e (3.43) implica

$$\frac{h_k^\nu}{\sqrt{2}} = -\frac{a_k + a_{\nu-k}}{2}, \quad k=0,1,2,\dots, \nu. \tag{3.44}$$

Então resulta a simetria: $h_k^\nu = h_{\nu-k}^\nu$. Existem exatamente $\nu+1$ coeficientes não nulos no filtro $H_\nu(w)$. Logo, as wavelets de Legendre possuem suporte compacto pra todos of valores ímpares de ν inteiro. Finalmente,

$$\frac{h_k^\nu}{\sqrt{2}} = -\frac{1}{2^{2\nu}} \left[\binom{2k}{k} \binom{2\nu-2k}{\nu-k} \right]. \tag{3.45}$$

Tabela 3.1 - Coeficientes suavizadores do filtro FIR de Legendre para $\nu=1, 3, 5$ (N é a ordem da wavelet).

	$\nu=1$ ($N=1$)	$\nu=3$ ($N=2$)	$\nu=5$ ($N=3$)
h_0	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{5\sqrt{2}}{16}$	$-\frac{63\sqrt{2}}{256}$
h_1	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{3\sqrt{2}}{16}$	$-\frac{35\sqrt{2}}{256}$
h_2		$-\frac{3\sqrt{2}}{16}$	$-\frac{30\sqrt{2}}{256}$
h_3		$-\frac{5\sqrt{2}}{16}$	$-\frac{30\sqrt{2}}{256}$
h_4			$-\frac{35\sqrt{2}}{256}$
h_5			$-\frac{63\sqrt{2}}{256}$

As wavelets de Legendre podem ser geradas a partir do filtro de reconstrução passa-baixa por meio de um processo iterativo. As wavelets possuem suporte compacto, portanto são utilizados filtros para AMR de resposta ao impulso finita (Tabela 3.1). Curiosamente, a wavelet de Legendre de primeira ordem é exatamente a bem conhecida wavelet de Haar. A Figura 3.6 (a) e (b) mostra os padrões emergentes que progressivamente se assemelham com o formato da wavelet de Legendre de ordem 2 e 3

respectivamente. Da mesma forma que ocorre em outros tipos de wavelets, não existe uma fórmula analítica para descrever as wavelets harmônicas esféricas.

Com o objetivo de investigar aplicações potenciais de tais wavelets, é necessário o desenvolvimento de *software* para executá-las. Atualmente um *software* bastante poderoso que suporta análise wavelet é o MatLab® [56], particularmente porque dispõe de uma interface gráfica. Na ferramenta wavelet, existem cinco tipos de wavelets: (i) wavelet bruta; (ii) wavelet infinitamente regular; (iii) wavelet ortogonal e de suporte compacto; (iv) pares de wavelet biortogonal e de suporte compacto; (v) wavelet complexa. Muitas das wavelets funcionais são do tipo três. As wavelets de Legendre podem ser facilmente implementadas na caixa de ferramenta wavelet do MatLab® a partir dos arquivos *m* que permitem executar a transformada wavelet de Legendre. Detalhes e filtros estão disponíveis na URL: <http://www2.ee.ufpe.br/codec/Legendre.html>

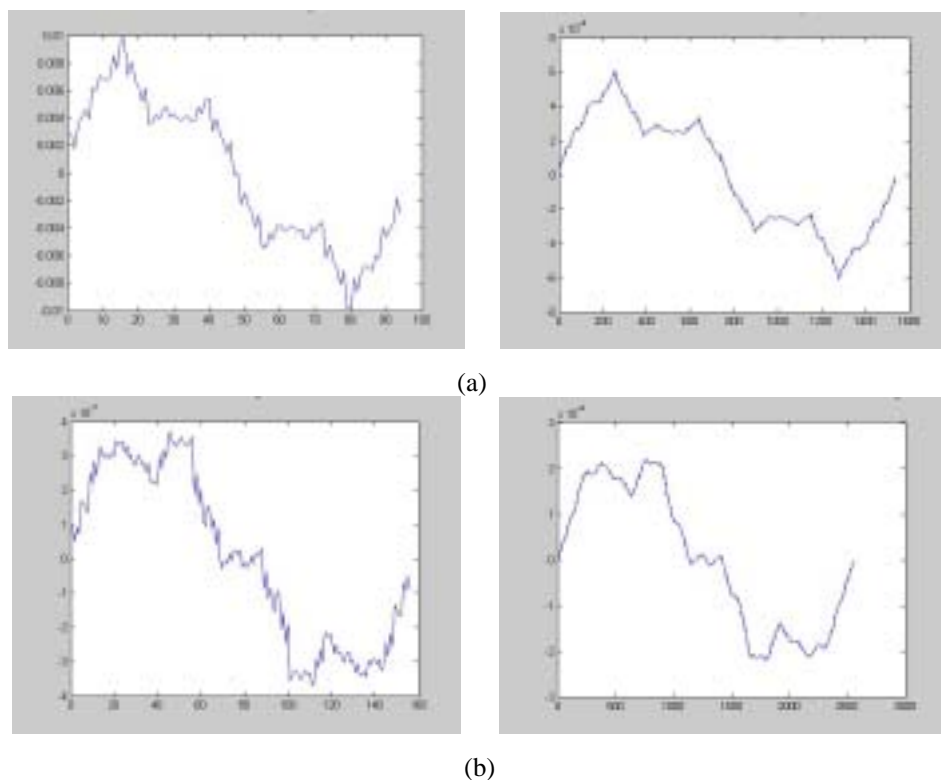


Figura 3.6 - Formas de onda da Wavelet de Legendre: (a) $\nu=3$ (legd2); (b) $\nu=3$ (legd3) após 4 e 8 iterações respectivamente

As wavelets da família de Legendre são denominadas por *legd* (nome abreviado). Na representação da família *legd N* , o parâmetro N , encontrado de acordo com $2N=\nu+1$ (largura dos filtros AMR), significa a ordem da wavelet de Legendre. Na Figura 3.7 é apresentada a forma de onda da wavelet *legd8* utilizando o MatLab®.

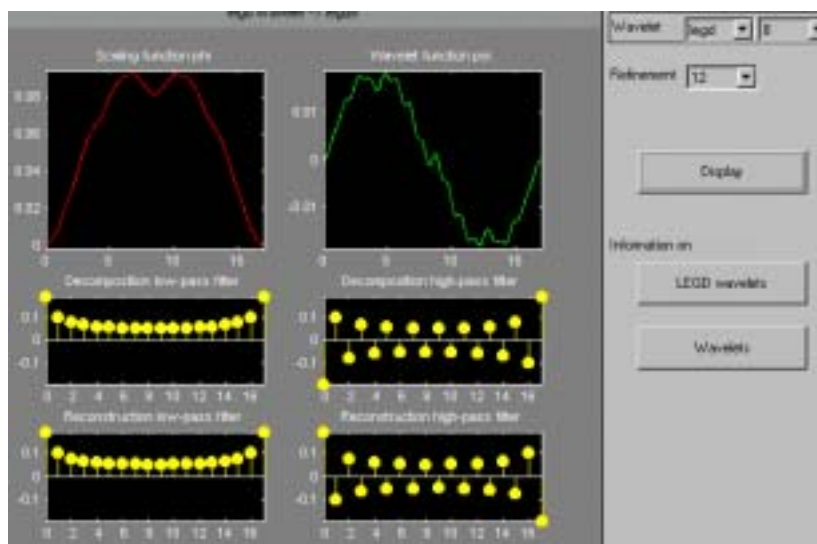


Figura 3.7 - Forma de onda da wavelet *legd8* no MatLab® usando o comando *wavemenu*

3.3 - CONCLUSÕES

Duas novas famílias de wavelets foram desenvolvidas: as wavelets harmônicas esféricas relacionadas com os polinômios de Legendre e por isso denominada de Wavelets de Legendre; e as wavelets elíptico-cilíndricas associadas com uma solução de Floquet de uma equação diferencial de Mathieu, denominada de Wavelet de Mathieu.

Ao contrário das wavelets de Mathieu, as wavelets de Legendre apresentam suporte compacto, característica que a torna muito atrativa do ponto de vista de implementação computacional. Além disso, um outro destaque destas wavelets é que seus filtros são filtros FIR de fase linear, ou seja, análise de multirresolução associada a filtros de fase linear. Característica desejável na resposta do sistema no domínio frequencial desde que está associada a uma distorção de fase relativamente suave, correspondendo a um simples deslocamento temporal.

Uma das vantagens das wavelets de Mathieu em relação as wavelet de Legendre é a sua ortogonalidade, cuja característica reproduz o sinal original (síntese) a partir da decomposição do mesmo (análise).

Potenciais aplicações das wavelets de Legendre incluem imagem, eletromagnetismo, ótica, acústica, eletrocardiograma (ECG) entre outros. Enquanto que, as wavelets de Mathieu, devido a sua natureza elíptica simétrica, são interessantes para analisar a transmissão de sinais em fibras óticas

A relevância de tais wavelets na análise de sinais está sendo analisada pelo grupo de pesquisa em comunicações do DES – Departamento de Eletrônica e Sistemas.

CAPÍTULO 4

COMPACTADOR DE SINAIS

Desde 1997, a teoria wavelet [14] vem sendo empregada, com sucesso, como um método de compactação com perdas [57, 58] alternativo a técnicas sem perdas (LZW, Huffman, Codificação Aritmética), visando elevar a taxa de compactação de sinais oriundos dos distúrbios relacionados à QEE [59]. Nesta tarefa, a transformada wavelet é usada para extrair grande parte da redundância existente no sinal. O bom desempenho da transformada advém da concentração de uma grande porcentagem do total da energia do sinal original em poucos coeficientes wavelets [60].

Ainda que métodos de compressão de forma de onda do tipo “*waveshrink*”, introduzidos por Donoho [61, 62], sejam hoje largamente adotados (e.g. padrão de compressão de imagens JPEG 2000 [63]), esta abordagem tem sido relativamente pouco explorada nas concessionárias brasileiras.

Na decomposição de um sinal, os filtros utilizados atuam como filtros médios (filtros de escala), produzindo a aproximação e os filtros Wavelet, produzindo os detalhes. A idéia principal desta técnica é aplicar um limiar de corte aos coeficientes wavelets de detalhes resultantes da decomposição do sinal, de forma que sendo muito pequenos possam ser eliminados sem afetarem substancialmente as características originais do sinal [61, 62]. A questão é: até que ponto deve-se eliminar estes coeficientes? Aqui, há objetivos conflitantes: a eliminação de um maior número de coeficientes resulta em maior compactação, porém com um aumento na perda da informação na reconstrução do sinal a partir destes coeficientes (codificação com perdas).

Inúmeros critérios para estabelecimento do limiar de corte dos coeficientes wavelets e critérios sobre a “qualidade” do sinal recomposto podem ser empregados na compressão de sinais [62]. Uma das grandes dificuldades no compromisso de se obter uma alta taxa de compactação sem perdas de “informações relevantes” na reconstrução do sinal tem sido a identificação do tipo de wavelet mais adequada para decompor tal sinal [64]. A escolha de uma wavelet menos adequada pode conduzir a uma representação menos ajustada ao sinal reconstruído e/ou produzir uma taxa de compactação inadequada.

Como eliminar detalhes da decomposição de modo que o sinal recomposto a partir destes coeficientes reproduza, tão fielmente quanto possível, o sinal original e forneça a máxima taxa de compressão?

O processo de compressão elimina aproximadamente 90% do total dos coeficientes da transformada wavelet, quando a maioria destes coeficientes está associada com ruídos. Por isto, a qualidade do sinal reconstruído é elevada, e a maioria dos eventos de distúrbios são muito bem conservados visto que os coeficientes da transformada wavelet associados com os distúrbios são preservados. Em algumas abordagens, o sinal reconstruído apresenta de fato melhor qualidade desde que contém menos ruído elétrico comparado com o sinal original.

4.1 - DESENVOLVIMENTO DO ALGORITMO DE COMPACTAÇÃO

4.1.1 - Limiar de Corte dos Coeficientes Wavelets

O princípio fundamental do processo de compactação via wavelets baseia-se, após decomposição do sinal, na supressão dos coeficientes de detalhes insignificantes (componentes de altas frequências) nos múltiplos níveis de resolução [36]. São vários os tipos de limiares (*threshold*) sugeridos na literatura [62], porém o mais simples é aquele que fixa o tamanho do corte proporcionalmente ao valor máximo absoluto dos coeficientes naquele determinado nível, ou seja, para cada nível j de decomposição do sinal tem-se tamanhos diferentes de cortes. Se os coeficientes de detalhes $d_j[n]$ do nível j forem

inferiores ao limiar de corte λ_j do seu respectivo nível, então estes coeficientes devem ser anulados. Caso contrário, devem permanecer inalterados. Diversos trabalhos abordando compactação de sinais [10, 14] baseiam-se nesta regra, variando apenas a forma de cálculo do limiar de corte de cada nível - λ_j .

Denotando por \hat{d}_j os novos coeficientes de detalhes no nível j e sendo n o n -ésimo coeficiente de detalhe do sinal neste nível, tem-se

$$\hat{d}_j[n] = \begin{cases} d_j[n], & \text{se } |d_j[n]| \geq \lambda_j \\ 0, & \text{se } |d_j[n]| < \lambda_j \end{cases} . \quad (4.1)$$

Aqui o limiar de corte de cada nível é baseado em uma fração η do máximo valor absoluto dos detalhes no nível j . Ou seja,

$$\lambda_j = \eta \cdot \max |d_j[n]| . \quad (4.2)$$

η varia de 0,1 até 0,5 com incremento de $\Delta\eta = 0,1$. Esse incremento é necessário para que o algoritmo continue buscando a taxa de compactação ótima, restrita a uma qualidade pré-definida na recomposição do sinal compactado.

A Figura 4.1 mostra uma visão global da técnica de compressão através das wavelets para o nível 3, onde $a_o[n]$ é o sinal original do distúrbio, $a_j[n]$ e $d_j[n]$ são os coeficientes das aproximações e detalhes no nível j respectivamente, e $\hat{a}_o[n]$ é o sinal reconstruído a partir do coeficiente de aproximação do nível 3 - $a_3[n]$ e dos coeficientes de detalhes dos níveis 1, 2 e 3 - $\hat{d}_1[n]$, $\hat{d}_2[n]$ e $\hat{d}_3[n]$. Os detalhes dos blocos de análise (decomposição) e síntese (reconstrução) estão mostrados nas Figuras 2.9 e 2.11 respectivamente.

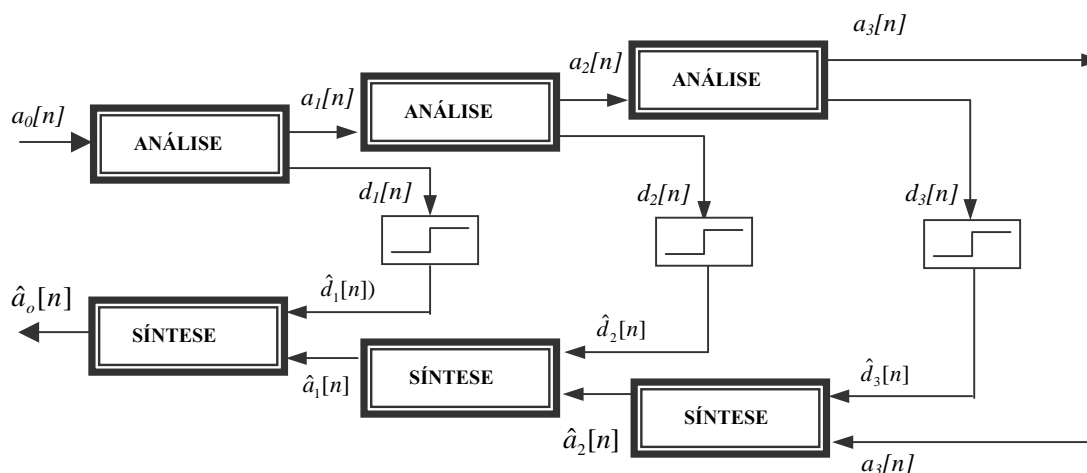


Figura 4.1 - Técnica de compressão via wavelet em 3 níveis

4.1.2 - Seleção das Wavelets

A escolha do tipo de wavelet mais adequada para analisar um sinal de distúrbio é o ponto crucial para o sucesso da transformada [64, 65]. Em [66] é apresentado um estudo que indica a wavelet mais adequada para os quatro tipos de distúrbios ali apresentados. Em geral as wavelets Daubechies são as mais escolhidas por proverem uma análise mais efetiva na tarefa de compressão de sinais que aquela obtida por outras wavelets (Haar, Coifman, etc.).

Um dos principais requisitos na escolha do tipo de wavelet é que ela possua característica de suporte compacto. Além do tipo, freqüentemente as wavelets são classificadas em famílias de acordo com o número de momentos nulos (*vanishing moments*). Ambas as particularidades são muito importantes na melhoria do processo de compactação. A primeira, pelo fato de que este tipo de função permite tanto uma boa localização temporal, quanto no domínio da freqüência. A segunda por ser uma propriedade associada à regularidade das wavelets.

A partir da avaliação do desempenho de um grupo inicial contendo 19 tipos de filtros wavelets discretas das famílias db(2,...10), coif(1,...5), sym(2,...5) e dmey escolhidas para decompor 100 sinais de distúrbios, selecionou-se um grupo menor formado por apenas 6 tipos de wavelets: db6, db7, db8, db9, sym4 e sym5. Estas foram selecionadas por apresentarem taxa de compactação acima de 80% em mais de 70 dos 100 sinais

apresentados. Este grupo será a base de tipos de wavelets a serem experimentadas pelo algoritmo a fim de otimizar a taxa de compactação, restrita à qualidade do sinal compactado fixada no algoritmo.

Vale salientar que todos os sinais de distúrbios aqui utilizados foram originados no sistema de transmissão de energia elétrica da CHESF, monitorados através da *Rede de Qualimetria* e coletados por meio dos RDPs tipo ION 7700.

4.1.3 - Nível de Decomposição

A escolha do nível de decomposição é baseada na frequência de corte do filtro passa-baixa utilizado. Segundo [11], a frequência de corte para o nível j correspondente é:

$$f_{cut-off} = \frac{f_s}{2^{j+1}}, \quad (4.3)$$

sendo f_s a frequência de amostragem do sinal.

Para a decomposição em sub-bandas, cada nível tem a largura da banda reduzida pela metade, devido à decimação por 2. Logo, o tamanho do sinal é reduzido quase pela metade, podendo ser um pouco maior ou menor de acordo com o tamanho do filtro adotado. Seja k o número total da amostra do sinal e $2N$ o tamanho do filtro utilizado, onde N é o número de momentos nulo, então a convolução dos filtros para cada nível, produzirá respectivamente um sinal do tamanho $k + 2N - 1$ por ramo do sistema de bancos de filtros de 2 canais. Assim, quando o sinal for subamostrado, o número de coeficientes no nível será:

$$floor\left[\frac{(k-1)}{2}\right] + N, \quad (4.4)$$

onde a função $floor(x)$ denota a função piso, isto é, arredonda o elemento x para o menor inteiro mais próximo.

4.1.4 - Critério de Avaliação da Compressão

Para avaliação da taxa de compactação, definiu-se o índice τ como:

$$\tau = \left[1 - \frac{\hat{a}_o}{a_o}\right].100, \quad (4.5)$$

onde a_0 é o tamanho do sinal original correspondendo ao total de amostras; e \hat{a}_o é o tamanho do sinal compactado, após modificação dos coeficientes de detalhes, avaliado da seguinte forma:

$$\hat{a}_o = \left[2 \cdot \sum_{j=1}^N \text{length}(\hat{d}_j[n] \neq 0) \right] + \text{length}(a_N), \quad (4.6)$$

onde $j = 1, 2, 3, \dots, N$, \hat{d}_j são os coeficientes de detalhe modificados do nível j , n indica a ordem do coeficiente de detalhe no nível j , a_N é um vetor cujos elementos são os coeficientes de aproximação do nível mais elevado N , e a função $\text{length}(x)$ indica o tamanho do vetor x . O fator 2 multiplicador do total dos coeficientes de detalhes não nulos no nível j na equação (4.6) leva em conta que para se recuperar o vetor destes coeficientes não apenas seus valores, como também a sua posição no seu respectivo nível de decomposição devem ser armazenados.

De acordo com a definição da equação (4.5), $0 \leq \tau < 100$. Assim, $\tau = 0$ significa que não houve nenhuma compressão do sinal. Ou seja, os detalhes nos diversos níveis ultrapassaram o limiar de corte do correspondente nível. Por outro lado, $\tau = 100$ indica que o sinal foi completamente comprimido. Porém este extremo nunca será atingido, visto que restarão sempre os coeficientes de aproximação do nível mais elevado, os quais não estão sujeitos às funções limiars (*thresholds*).

Segundo BORRAS [11], para se obter uma compressão substancialmente elevada, a razão $(\hat{a}_o/a_o) \cdot 100\%$ deve ser mantida inferior a 20%, implicando $\tau \geq 80\%$. Este é um critério *ad hoc*, estabelecido como meta primária de compactação. E além desta restrição, impõe-se uma outra baseada no sinal de erro, definido como a diferença entre o sinal original e o sinal reconstruído. Este critério está relacionado ao conteúdo fracional da energia do sinal de erro. Para que informações essenciais do sinal original não se percam (perda controlada) após a compressão, a energia do sinal de erro¹ não deve ultrapassar, por

¹ Energia do sinal de erro: $E = \sum_i e_i^2$

exemplo, 0,01% da energia do sinal original². Obviamente, outros valores de conteúdo fracional (tipicamente no intervalo de 0,01% a 0,1%) podem ser adotados. Estes limites estão de acordo com aqueles mostrados em [11] e são baseados na experimentação.

Há um compromisso a ser respeitado entre a quantidade de coeficientes de detalhes anulados no sinal comprimido e sua energia. Este fenômeno pode ser mais bem visualizado nas curvas da Figura 4.2, onde quanto mais elevado for o limiar de corte (reta vertical tracejada), maior o número de coeficientes de detalhes a serem suprimidos (curva crescente) e menor será a energia retida no sinal comprimido (curva decrescente). O número de coeficientes anulados é diretamente proporcional à taxa de compressão, e inversamente proporcional à energia retida no sinal compactado. Assim quanto mais compactado for o sinal, menor sua energia retida e conseqüentemente menor será a sua semelhança com o sinal original. Isto implica em um sinal compactado de baixa qualidade, visto que informações relevantes do sinal original foram deterioradas.

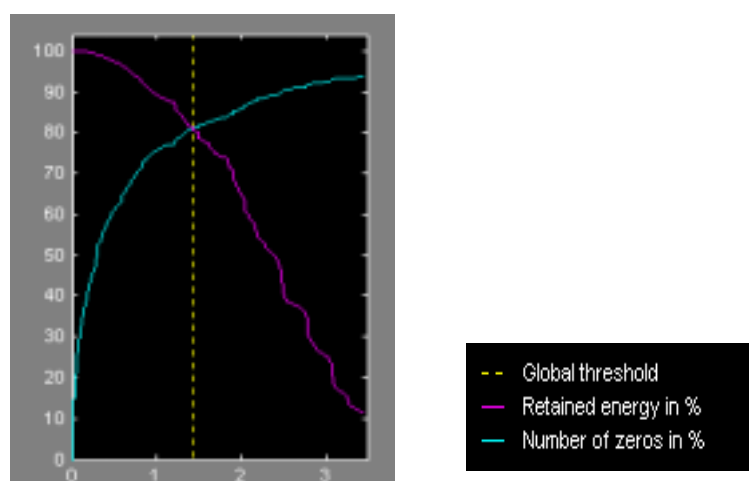


Figura 4.2 - Gráfico representativo do compromisso existente entre o número de coeficientes anulados e a energia retida no sinal compactado

4.1.5 - Alvos do Algoritmo de Compactação

Os alvos do compactador de sinais e suas respectivas condições são os seguintes:

² Energia do sinal de tensão: $E = \sum_i v_i^2$

- Alvo 1: alcançar o nível que apresenta uma Taxa de Compressão $\geq 80\%$ e Energia do sinal de erro $\leq 0,01\%$ da Energia do sinal original;
- Alvo 2: buscar o nível que apresenta a maior compactação possível, e que satisfaça a restrição de que a Energia do sinal de erro $\leq 0,01\%$ da Energia do sinal original.

4.1.6 - Algoritmo de Compactação “*waveshrink*”

- 1- Leia o sinal de distúrbio a compactar (load).
- 2- Tome a primeira wavelet do grupo de teste.
- 3- Faça $\eta=0,1$.
- 4- Decomponha o sinal até o nível máximo N .
- 5- Corte os coeficientes de detalhes (*waveshrink*).
- 6- Reconponha o sinal a partir dos coeficientes de detalhes modificados e dos coeficientes de aproximação.
- 7- Calcule a energia do sinal de erro E_{Erro} e a taxa de compactação τ .
- 8- Verifique se ambas as restrições do alvo 1 estão satisfeitas.
 - Caso positivo \Rightarrow vá para o passo 21
 - Caso negativo \Rightarrow vá para o próximo passo
- 9- Decomponha o sinal até o nível imediatamente abaixo do nível anterior e vá ao passo 4. (Faça isto enquanto o nível $j \geq 1$).
- 10- Se $j=1$ e o alvo 1 não foi alcançado, incremente η de 0,1 e vá ao passo 4. (Faça isto enquanto $\eta \leq 0,5$).
- 11- Se $\eta=0,5$ e o alvo 1 não foi alcançado, procure o alvo 2 indo para o próximo passo.
- 12- Faça $\eta=0,5$.
- 13- Decomponha o sinal até $j = N$.
- 14- Corte os coeficientes de detalhes (*waveshrink*).
- 15- Reconponha o sinal a partir dos coeficientes de detalhes modificados e dos coeficientes de aproximação.
- 16- Calcule E_{Erro} e τ .
- 17- Verifique se ambas as restrições do alvo 2 estão satisfeitas.
 - Caso positivo \Rightarrow vá para o passo 21,
 - Caso negativo \Rightarrow vá para o próximo passo
- 18- Decomponha o sinal até o nível imediatamente inferior ao anterior e vá para o passo 14. (Faça isto enquanto $j \geq 1$).
- 19- Se $j=1$ e o alvo 2 não foi alcançado decmente η de 0,1 e vá para o passo 13. (Faça isto enquanto $\eta \geq 0,1$).
- 20- Caso $\eta=0,1$ e o alvo 2 não foi alcançado, armazene a wavelet utilizada e $\tau=0$. Pegue a próxima wavelet do grupo e vá para o passo 3. Caso não haja mais wavelets disponíveis, vá ao passo 22.
- 21- Armazene a wavelet utilizada e a taxa de compactação τ calculadas. Pegue a próxima wavelet do grupo e vá para o passo 3. Caso não haja mais wavelets a serem lidas, vá ao passo 22.
- 22- Compare todas as taxas de compactação calculada e salve o sinal compactado associado à maior taxa de compactação.

A busca pelo alvo principal (alvo 1) é realizada através dos níveis para um valor inicial $\eta = 0,1$ e a primeira wavelet do grupo de teste. Para cada nível de decomposição (do mais elevado até o primeiro - inclusive), após modificação dos coeficientes de detalhes pelos seus respectivos limiares de cortes segundo a equação (4.1), recompõe-se o sinal (sinal compactado), calcula-se a energia do sinal de erro (diferença entre os sinais original e compactado) e a taxa de compressão, e verifica-se se ambas as restrições deste alvo estão satisfeitas. Caso satisfeitas, pára-se a busca e armazenam-se as variáveis necessárias para que posteriormente o sinal compactado possa ser recuperado através de um pequeno programa de recuperação do sinal (Apêndice A.1). Caso contrário, parte-se para o nível inferior seguinte, e procedem-se os mesmos cálculos e comparações até que ambas as restrições sejam satisfeitas ou até que o primeiro nível seja alcançado. Caso se chegue ao primeiro nível e ambas as restrições também não sejam satisfeitas, incrementa-se η do passo fixo 0,1, o que elevará suavemente o limiar de corte dos detalhes em cada nível de decomposição como mostra a equação (4.2), e procedem-se os mesmos cálculos e comparações. O valor de η será incrementado até o limite superior $\eta = 0,5$ ou até o alvo 1 ter sido alcançado. Caso $\eta = 0,5$ e o alvo 1 não tenha sido alcançado, toma-se a seguinte wavelet do grupo, e inicia-se a busca novamente a partir do nível mais elevado e $\eta = 0,1$. Caso percorridos todos os níveis, todos os η , e todas as wavelets do grupo, e o alvo 1 não tenha sido alcançado, então uma mensagem surge na área de trabalho do MatLab® informando o fato e que a busca será agora pelo alvo alternativo (alvo 2). Neste caso, a condição de $\tau \geq 80\%$ é relaxada e portanto a compactação estará limitada superiormente em 80%. A busca será realizada de forma similar àquela descrita anteriormente para o alvo 1, partindo-se do nível de decomposição mais elevado, tomando-se a primeira wavelet do grupo, porém a variação de η é decrescente, iniciando-se com o valor 0,5, o que segundo a equação (4.2), elevará substancialmente o limiar de corte dos detalhes em cada nível de decomposição. Este limiar será gradativamente decrementado a cada nova iteração, em passos fixos de 0,1 até atingir o limite inferior $\eta = 0,1$. A cada iteração, após modificação dos coeficientes de detalhes, calcula-se para cada nível de decomposição a *energia do sinal de erro* e a *taxa de compressão* que, para $\eta = 0,5$ e para o nível mais elevado, apresentam seus valores máximos. Em seguida, compara-se o valor da energia do sinal de erro naquele nível com a referência (0,01% da energia do sinal original). Se seu valor for maior, parte-se

para o nível inferior seguinte, e executa-se o mesmo procedimento (cálculo e comparação) para este nível até que a restrição seja satisfeita ou o nível 1 seja alcançado. Caso todos os níveis tenham sido percorridos e o alvo 2 não tenha sido ainda alcançado, então decrementa-se η e percorre-se novamente todos os níveis como descrito anteriormente. Se a restrição do nível 2 for satisfeita, pára-se a busca e armazenam-se as variáveis. Caso contrário, toma-se a próxima wavelet do grupo, e executa-se o mesmo procedimento. Finalmente, se percorridos todos os níveis, todos os η , e todas as wavelets do grupo, e o alvo 2 não tenha sido alcançado, uma mensagem informará que a taxa de compressão foi zero e o processo é então finalizado. A busca de uma compressão para este sinal utilizando um parâmetro η abaixo de 0,1 com variações muito pequenas é tão insignificante que não vale a pena o custo operacional necessário para tal.

O programa para executar este procedimento foi desenvolvido no MatLab® e gera, para efeito de visualização, os gráficos do sinal original, do sinal compactado e do sinal de erro. Informando nível de decomposição, tamanho do arquivo compactado calculado em Kbytes, taxa de compressão e tipo de wavelet escolhida para decompôr o sinal, como se pode observar na Figura 4.3. Além disto, armazena as variáveis necessárias com a extensão **mat** para posterior recuperação deste sinal compactado.

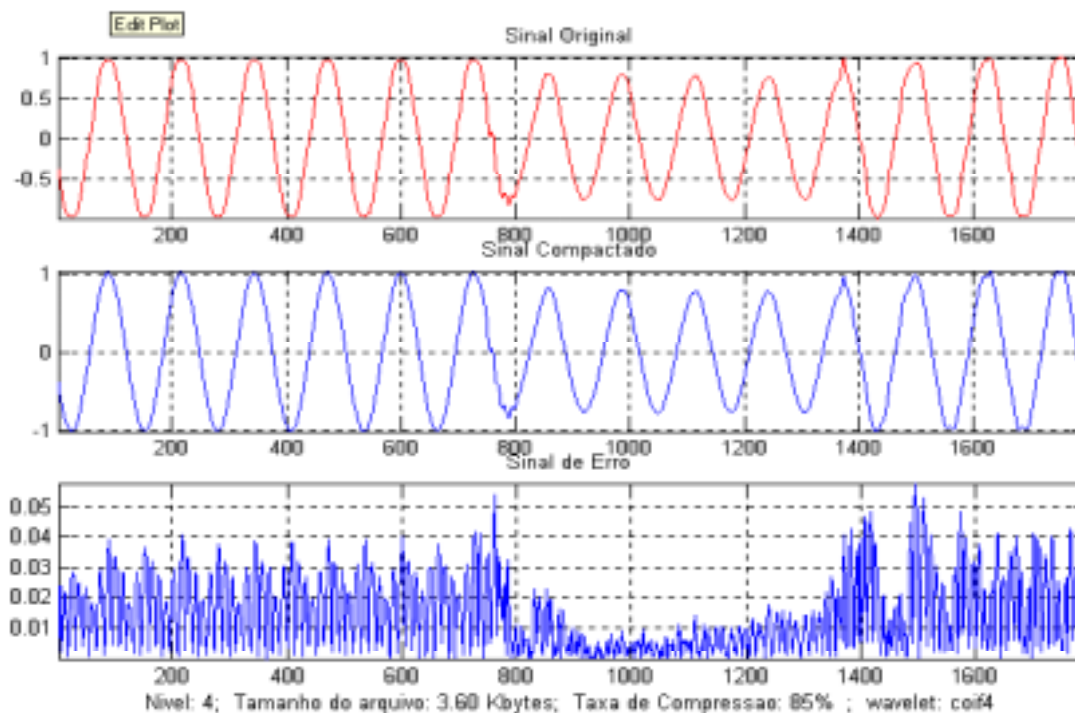


Figura 4.3 - Gráfico de visualização do programa do compactador de sinais

O programa para executar a compactação do sinal está apresentado no Apêndice A.2 e seu diagrama de blocos na Figura 4.4.

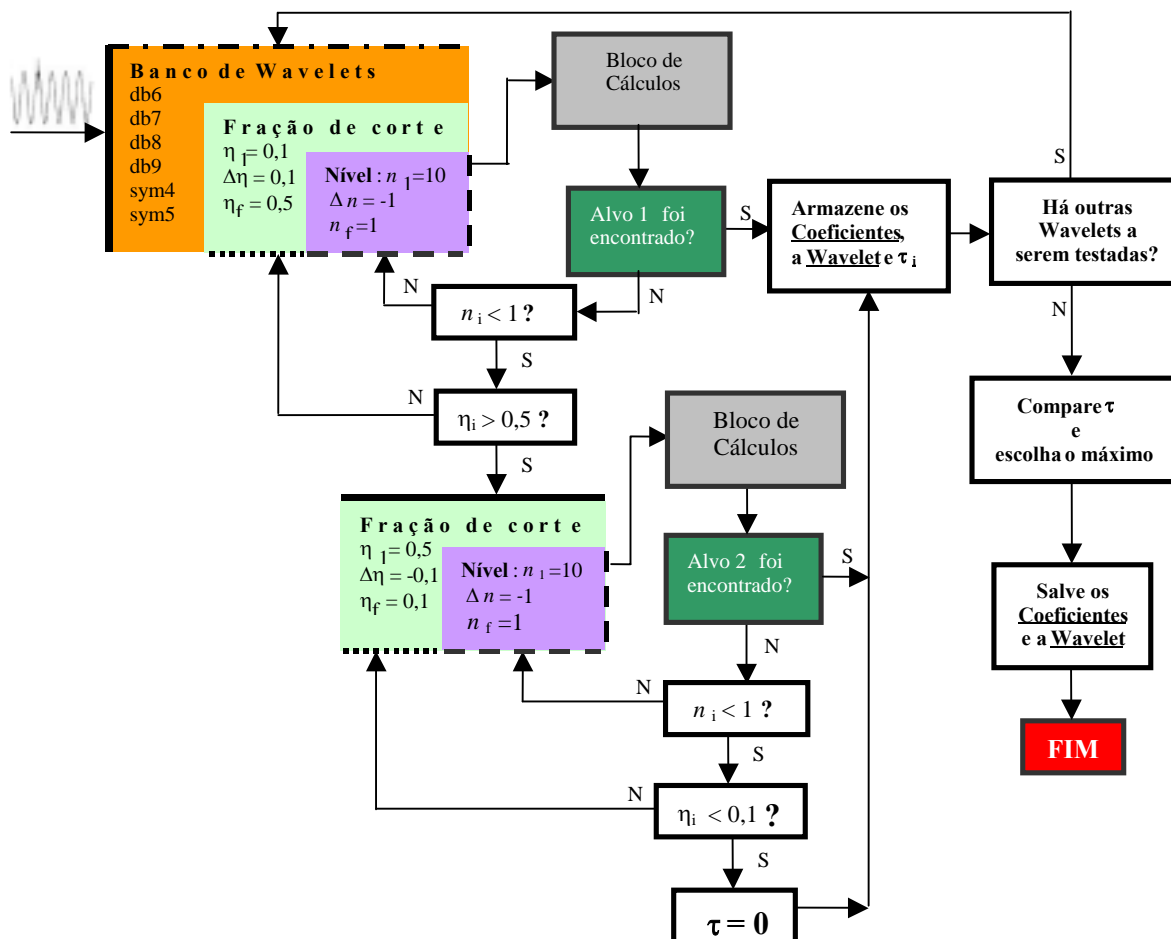


Figura 4.4 - Diagrama de blocos do compactador de sinais

A fim de recuperar o sinal compactado armazenado, foi desenvolvido, também no MatLab®, um pequeno programa (Apêndice A.1) que solicita o local do diretório e nome do arquivo salvo, carrega as variáveis e recompõe o sinal, exibindo na tela seu gráfico.

4.2 – RESULTADOS E CONCLUSÕES

Um banco constituído de 100 sinais de distúrbios do sistema de transmissão da CHESF foi analisado com o programa desenvolvido. Destes, oito sinais foram selecionados para ilustrar os resultados obtidos. A Tabela 4.1 mostra os resultados para

estes sinais, onde dois foram escolhidos por apresentarem taxa de compressão máxima e mínima, e os demais por exibirem características distintas de distúrbios. Estas taxas de compactação foram obtidas a partir do grupo de wavelets selecionadas no sub-item 4.1.2.

As taxas de compressão percentuais τ calculadas no programa através da equação (4.7) estão apresentadas na coluna 3 da Tabela 4.1.

$$\tau = \left(1 - \frac{\text{sinal compactado}}{\text{sinal original}}\right) \cdot 100 \quad (4.7)$$

Tabela 4.1 - Tabela ilustrativa dos resultados da compactação

Sinal	Tamanho do Arq. (KB)	Taxa de Compactação (%)	Nível de decomposição	Tipo de Wavelet
1	1,53	90	4	db6
2	4,92	65	3	db7
3	2,53	82	3	db8
4	2,99	79	3	db7
5	2,46	83	3	db7
6	2,42	83	3	sym4
7	2,33	84	3	db8
8	2,21	85	5	db6

Nota: Arquivo do sinal original: 14,1 KB (Matlab MAT).

Cálculo do tamanho do arquivo compactado em byte:

$$\text{Arquivo do sinal compactado} = \frac{((2 \cdot N + \text{length}(cA)) \cdot 8 + (j + 2) \cdot 8 + 24)}{1024}, \quad (4.8)$$

onde N é a quantidade de elementos não nulos dos coeficientes de detalhes, $\text{length}(cA)$ indica o tamanho do vetor dos coeficientes de aproximação, e j é o nível mais elevado da decomposição que satisfaz as restrições do alvo 1 ou do alvo 2.

Com a finalidade de apresentar uma boa estimativa no valor calculado do tamanho do arquivo compactado realizado pelo programa, foram fixados 8 bytes para valores numéricos e 2 para caracteres, equivalentes aos valores de bytes utilizado no cálculo

processado internamente pelo MatLab®, para variáveis do tipo *double array* e caracteres, respectivamente.

Algumas das variáveis armazenadas, necessárias na recuperação do sinal compactado, além daquelas correspondentes aos índices de posição e magnitude dos coeficientes de detalhes não nulos, aos coeficientes de aproximação e ao nível de decomposição, foram incluídas no cálculo do tamanho do arquivo (correspondente ao termo constante 24), como se pode observar na equação (4.8). Com este ajuste, o tamanho do arquivo compactado calculado pelo programa desenvolvido, mostrado na coluna 2 da tabela, tornou-se igual ao tamanho do arquivo calculado internamente pelo MatLab®.

A coluna 3 da tabela apresenta o tamanho otimizado do arquivo compactado calculados pelo programa. As taxas de compactação de 65% e 79% para os sinais 2 e 4 respectivamente, inferiores a 80%, significam que não foi possível satisfazer simultaneamente as duas restrições do alvo 1. O algoritmo buscou então o alvo 2, cuja principal restrição é a qualidade do sinal compactado, alcançando a maior compactação possível. Mesmo assim ainda consegue-se uma taxa de compressão de valor bastante substancial. Certamente, alguma outra wavelet não incluída no grupo poderia apresentar melhores resultados. Uma solução seria incluir outros tipos de wavelet no grupo, porém este procedimento acarretará maior tempo de processamento computacional.

A busca pela wavelet adequada para analisar um determinado tipo de sinal de distúrbios tem sido alvo de árduo estudo dos grupos de pesquisa na área [65], e ainda não se encontra bem estabelecida.

As colunas 4 e 5 apresentam o nível de decomposição e a wavelet do grupo que melhor compactaram os sinais especificados respectivamente. Níveis de decomposição mais elevados melhoram a compactação, porém deterioram a qualidade do sinal compactado. Observa-se na coluna 3, que as maiores taxas de compactação foram localizadas nos níveis 4 e 5 para os sinais 1 e 8 respectivamente. Nestes resultados é garantido que a qualidade do sinal está restrita à condição do alvo 1. Além do nível, o tipo

de wavelet utilizada na decomposição do sinal original é fundamental no processo de busca da máxima compactação, restrita a boa qualidade do sinal compactado.

Uma análise estatística foi realizada com os 100 sinais de distúrbios, e os resultados mostram que:

- a) 83% dos sinais apresentam o tamanho do arquivo compactado calculado pelo programa dentro de um desvio padrão em torno da média. Ou seja, tamanhos de arquivos no intervalo de $(2,50 \pm 0,66)$ Kbytes, isto é, com coeficiente de variação - CV, razão entre o desvio padrão e a média expressa em %, $CV = 26,4\%$;
- b) A taxa de compressão percentual para 83% dos sinais de distúrbio localiza-se dentro de um desvio padrão em torno da média, ou seja, no intervalo de (82 ± 5) , isto é, com $CV = 6,1\%$.

Embora a caixa de ferramenta “wavelet” do MatLab[®] versão 6.0, já disponha de uma interface gráfica para realizar a tarefa de compactação de sinal, são vários os parâmetros (tipo de wavelet, nível de decomposição e limiares de corte dos coeficientes) a serem escolhidos para se encontrar uma compactação adequada, restrita a uma boa qualidade do sinal recuperado. Encontrar manualmente esta taxa de compactação é uma tarefa bastante complexa. Além disso, não existe um controle simultâneo sobre a taxa de compactação e a qualidade do sinal compactado. Enfim, esta interface é apenas uma ferramenta de cunho didático. O programa desenvolvido neste trabalho automatiza esta busca de forma sistemática.

Os resultados para sinais obtidos em registradores digitais forneceram altas taxas de compactação, tipicamente em torno de 82%, demonstrando a potencialidade deste método. Um tamanho típico para arquivo compactado é 2,5 Kbytes ao invés dos 14 Kbytes para o arquivo não compactado no formato **mat**. Melhores resultados de compactação poderiam ser obtidos empregando *Wavelet Packets* [67], visto que nesta transformação não só os coeficientes wavelets de aproximação são decompostos, mas também os coeficientes de detalhes. Isto requer, porém, uma maior complexidade computacional. A melhoria da compactação através das *Wavelet Packets* depende fortemente das características do sinal a

ser compactado, e nem sempre vale a pena o esforço computacional necessário para insignificante melhora.

A compressão de sinais de distúrbios através da transformada wavelet mostrou resultados excelentes, confirmando desta forma seu grande potencial na execução desta tarefa.

Um outro processo, a classificação do sinal de distúrbio (proposto no capítulo a seguir), ocorrerá em paralelo com a compactação do sinal como mostra a Figura 4.5.

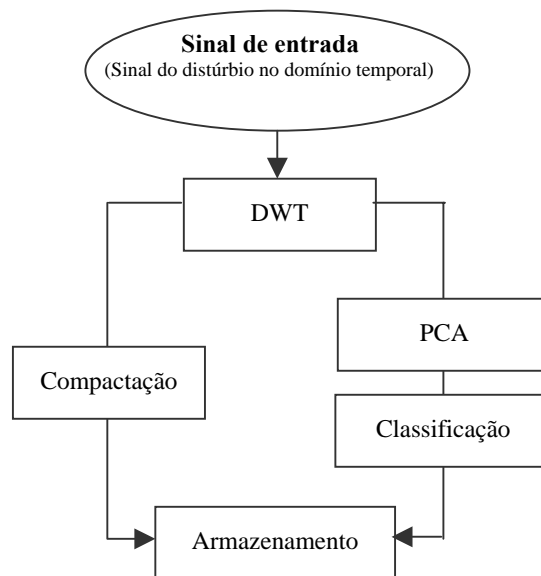


Figura 4.5 - Esquema em paralelo do classificador e compactador do sinal

CAPÍTULO 5

CLASSIFICADOR DE DISTÚRBIOS

Nas últimas décadas, a QEE tornou-se um assunto de grande interesse das empresas fornecedoras de energia elétrica, dos fabricantes de equipamentos e consumidores. Este interesse advém da grande proliferação de dispositivos e microprocessadores utilizados em vários tipos de equipamentos eletrônicos nos complexos processos industriais, incluindo computadores, controladores de velocidade e outros dispositivos não lineares.

Visando fornecer energia elétrica de alta qualidade, diversas empresas de energia vêm investindo de forma significativa no monitoramento em tempo real do seu sistema de potência. Além disso, para a rede básica de transmissão, a utilização de equipamentos de monitoração é tanto uma exigência técnica dos órgãos regulamentadores do setor, como também, uma questão de bom senso. Por meio dos dados obtidos pela rede de monitoração, torna-se possível aos engenheiros responsáveis pela análise do sistema, além de avaliar a QEE fornecida pela empresa, diagnosticar o problema e recomendar medidas que evitem ocorrências semelhantes.

A qualidade da energia engloba a análise, o diagnóstico, a solução e o impacto econômico de qualquer anomalia do sistema elétrico. Neste contexto, um dos mais importantes métodos de análise é a classificação de distúrbios. Isto ocorre porque a partir do tipo de distúrbio é possível identificar suas causas e tomar as providências cabíveis para mitigar ou até mesmo eliminar seus efeitos. Face ao elevado número de registros de distúrbios, é impraticável classificá-los manualmente por meio da visualização do sinal perturbado. Além disto, a inspeção visual requer profissionais altamente especializados,

cuja experiência fora adquirida ao longo de anos de trabalho na área, capazes de extrair informações a partir destes registros. Desta forma, é necessário um procedimento automático que seja capaz de analisar o sinal e disponibilizar as informações indispensáveis para que medidas preventivas adequadas sejam tomadas.

Recentes vantagens na análise de sinais conduziram ao desenvolvimento de novos métodos para identificar, caracterizar e classificar distúrbios da qualidade da energia.

Este capítulo mostra o estado da arte e as linhas gerais relativas aos procedimentos para desenvolver o sistema neural de classificação de sinais de distúrbios elétrico; além disso, apresenta resultados e comparações entre os diversos sistemas desenvolvidos, segundo a base de conhecimento de treinamento das redes neurais.

5.1 - CLASSIFICADORES MODERNOS

Pesquisas atuais em classificação visam essencialmente o estabelecimento de características relevantes dos sinais. Na classificação que envolve sinais não estacionários, as abordagens de classificação mais modernas usam representações tempo-frequência para caracterizar as classes de sinais. Conseqüentemente, muitos métodos modernos de classificação usam técnicas de análises de processamentos de sinais para auxiliar nesta tarefa.

Em [10] é apresentada uma metodologia de detecção, localização e identificação de distúrbios de sinais elétricos utilizando *wavelet discreta* e *redes neurais artificiais* do tipo MLP (Multilayer Perceptrons) para classificar quatro tipos de distúrbios – Interrupção Momentânea, Picos de tensão, Harmônicos e Flicker – e para ausência de distúrbios. Para a classificação dos dados através da Rede Neural são utilizados no seu treinamento apenas os coeficientes de detalhes do primeiro nível de decomposição, desprezando-se todos os demais. Esta não é uma boa estratégia visto que os coeficientes wavelets dos demais níveis desprezados contêm informações, cuja relevância depende intrinsecamente do modelo do sinal decomposto. Uma outra ferramenta automática de detecção na análise dos distúrbios

utiliza a wavelet e um sistema neural do tipo LVQ (*Learning Vector Quantization*) [11]. Para treinamento da Rede Neural é utilizado um vetor proveniente da diferença entre os coeficientes de detalhes do nível de maior energia do sinal original e os coeficientes de detalhes neste mesmo nível de um sinal puramente senoidal. A grande dimensão do vetor de entrada em ambos trabalhos é uma das principais dificuldades presentes na fase de treinamento das redes, fase durante a qual um grande número de conexões deverá ter seus pesos atualizados. O treinamento de redes muito grandes ou com grande quantidade de dados, apesar dos algoritmos de treinamento serem mais eficazes, tende a ser muito longo. Algumas vezes são necessários milhares de ciclos para se chegar a níveis de erros aceitáveis, o que pode demandar um longo período de tempo.

A caracterização dos eventos presentes no sistema de distribuição através da transformada de Fourier e wavelet é apresentada em [68]. Neste trabalho a transformada de Fourier é utilizada para caracterizar os fenômenos presentes no regime permanente, enquanto a transformada wavelet é aplicada nos fenômenos transitórios. Após determinar as características dos diversos distúrbios utilizando as ferramentas matemáticas acima citadas, e almejando a identificação dos eventos no sistema de potência, utiliza-se um sistema especialista baseado em regras como paradigma de raciocínio. Estas características extraídas através das transformadas de Fourier e wavelet são incorporadas na base de dados do conhecimento do sistema especialista.

Ao contrário de diversas publicações envolvendo classificação de distúrbios elétricos por meio das *redes neurais* e/ou *lógica difusa* no domínio temporal [69, 70], a proposta do sistema de inteligência artificial (IA) aqui apresentada será desenvolvida no domínio das wavelets. Uma das principais razões para sua alocação é a sua capacidade de analisar uma área localizada de um sinal. Ou seja, através da observação das características dos sinais resultantes nos diferentes níveis de resolução da transformada wavelet, é possível extrair informações importantes do sinal distorcido, as quais podem ser utilizadas para se detectar e localizar os principais distúrbios da qualidade da energia elétrica, além de permitir a sua classificação.

5.2 – METODOLOGIA E ANÁLISE

Nesta seção apresenta-se o modelo do classificador automático e os fundamentos teóricos necessários para a sua construção. Sua função é detectar e classificar os distúrbios reais presentes no sistema de transmissão da CHESF, os quais foram coletados por meio de RDPs instalados em pontos estratégicos do sistema e nas instalações dos grandes consumidores industriais. A classificação será conduzida por meio do reconhecimento das formas de onda (assinatura) dos distúrbios da qualidade da energia registrados, baseado em técnicas de reconhecimento de padrões. Como ilustra a Figura 5.1, idealmente é como se fosse possível construir um molde para cada tipo de distúrbio e para classificá-lo, o classificador comparasse o sinal capturado com cada um destes moldes [71]. As identificações das características que estão atreladas a um único tipo de distúrbio servirão para o treinamento supervisionado da rede MLP, cujas particularidades foram apresentadas na Seção 2.3.

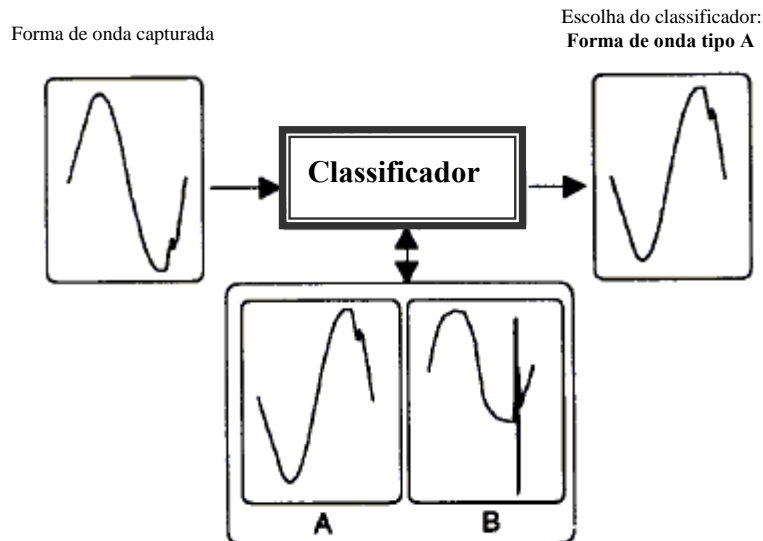


Figura 5.1 - Esquema de classificação através de moldes

5.2.1– Tipos de Distúrbios Elétricos e suas Características

Para melhor compreensão e definição dos principais termos empregados, são apresentadas descrições das categorias dos fenômenos de distúrbios analisados [4]:

Afundamento de Tensão: Dependendo da localização da falta e das condições do sistema, a falta pode causar um decréscimo temporário de 10-90% no valor eficaz da tensão do sistema, permanecendo este distúrbio por um período de meio ciclo até 1 min. O mesmo pode ser causado por uma corrente de falta, por um chaveamento de cargas pesadas ou pela partida de grandes motores.

Elevação de Tensão: Distúrbio caracterizado por um aumento da tensão eficaz do sistema (aumento entre 10-80% da tensão, com duração de meio ciclo a 1 min) e que freqüentemente ocorre nas fases sãs de um circuito trifásico, quando ocorre um curto-circuito em uma única fase.

Interrupção: Uma interrupção ocorre quando o fornecimento de tensão decresce para um valor menor do que 0,1 pu, por um período de tempo que não excede 1 min. Estas podem resultar de faltas no sistema elétrico, falhas de equipamentos, e funcionamento incorreto de controladores.

Distorção Harmônica: São tensões ou correntes senoidais que apresentam freqüências que são múltiplos inteiros da freqüência na qual o sistema é projetado para operar (usualmente 50 ou 60 Hz). As distorções harmônicas são originárias de características não lineares de dispositivos e cargas do sistema de energia.

Transitório Oscilatório: É uma súbita alteração não desejável da condição de regime permanente da tensão, corrente, ou ambas, onde as mesmas incluem valores de polaridade positivas ou negativas. É caracterizada pelo seu conteúdo espectral (freqüência predominante), duração e amplitude da tensão. Esta categoria exhibe características oscilatórias, sendo freqüentemente causada pela usual energização de banco de capacitores ao amanhecer em antecipação a elevação da demanda de energia.

Além dos fenômenos de distúrbios citados e ilustrados na Figura 5.2, o classificador identificará o estado de condições ideais (tensão normal) de qualidade da energia elétrica,

quais sejam: operação contínua com tensões senoidais puras, equilibradas, de amplitude e frequência constantes.

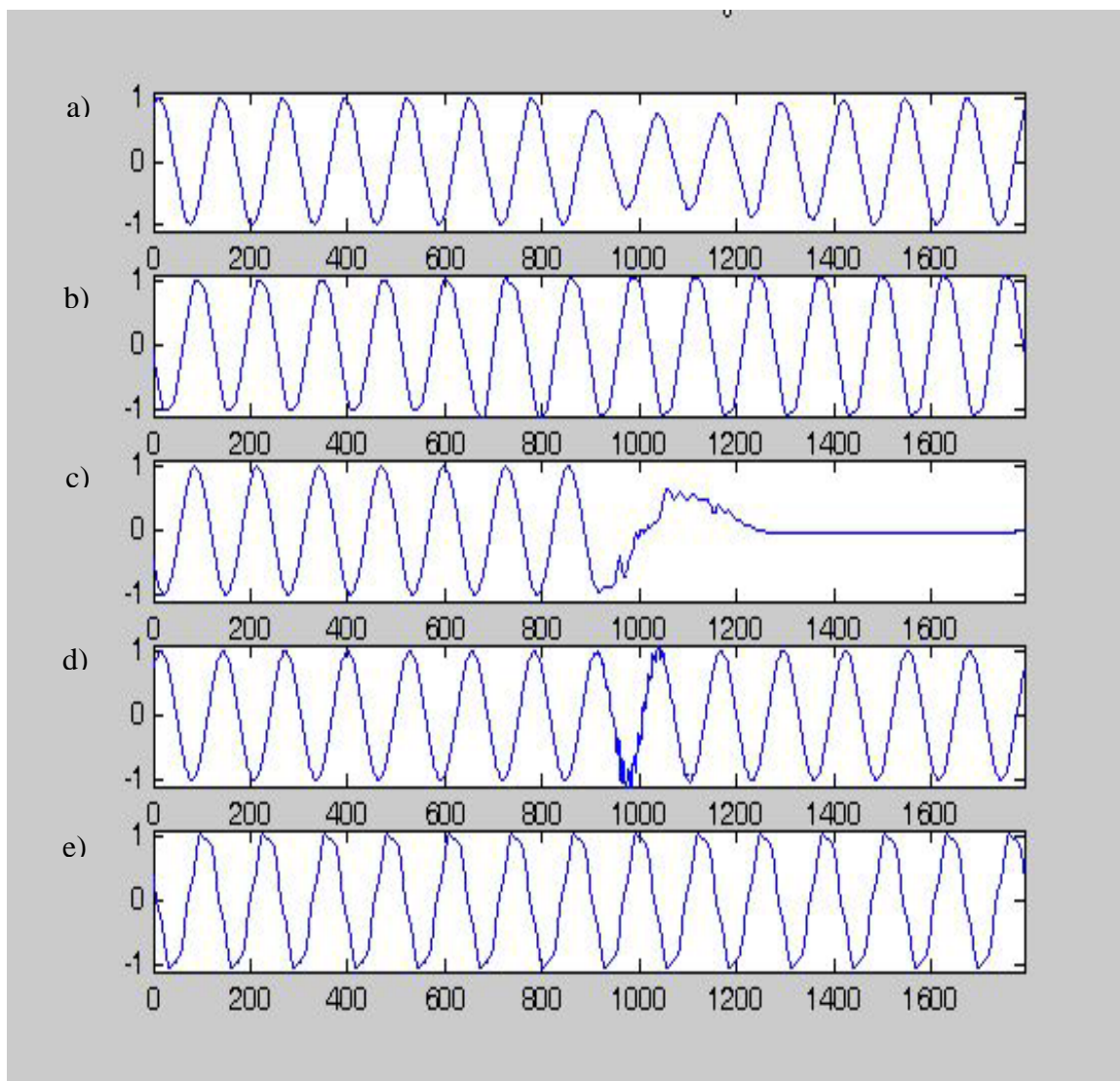


Figura 5.2 – Exemplos dos distúrbios elétricos de tensão usados: (a) Afundamento, (b) Elevação, (c) Interrupção, (d) Transitório Oscilatório, (e) Harmônico

5.2.2 – Wavelet Seleccionada na Decomposição

O comportamento da função base wavelet é fundamental no desempenho das análises dos sinais de distúrbios, uma vez que wavelets com comportamentos mais suaves permitem melhor resolução no domínio da frequência, enquanto que wavelets que possuem grandes

variações em pequenos intervalos de tempo caracterizam melhor resolução no domínio do tempo. Estudos para avaliar o comportamento de diversas wavelets ortogonais aplicadas a fenômenos ligados à QEE tem sido objeto de pesquisa de diversos trabalhos [19, 66, 72]. Dentre as várias bases de wavelets avaliadas, as wavelets de Daubechies (Db) de ordem superior a 4 ofereceram melhores resultados para análise da maioria dos distúrbios mencionados na Subseção 5.2.1, sendo portanto escolhidas como uma das famílias de wavelets mais adequada para analisar tais fenômenos.

Com base nos resultados dos trabalhos acima referenciados, e também utilizando as conclusões obtidas na seleção das wavelets mais adequadas para compactar sinais de distúrbios realizada neste trabalho (Subseção 4.1.2), foi escolhida a wavelet Db6 para decompor tais sinais na tarefa de classificação.

5.2.3 – Nível de Resolução

O número de sub-bandas, a ser usado na decomposição de um sinal, é escolhido de forma que a frequência fundamental do sinal, f_0 , esteja situada no centro da sub-banda das frequências mais baixas, a fim de limitar os efeitos do conteúdo espectral da fundamental nas outras sub-bandas.

Para os filtros wavelet diádica, denotando o conjunto de sub-bandas (iniciando-se da frequência mais baixa) como $(b_1, b_2, \dots, b_M, b_{M+1})$ para um total de M níveis, as larguras das bandas correspondentes (equação 5.1) são $(B_A, B_M, \dots, B_2, B_1)$ e os centros das frequências (equação 5.2) são $(f_A, f_M, \dots, f_2, f_1)$ como ilustra a Figura 5.3 . A largura do filtro no nível k é

$$B_A = B_M, \quad B_k = f_s / 2^{k+1}, \quad k = 1, 2, \dots, M \quad (5.1)$$

B_A é a largura da banda do filtro de aproximação. O centro da frequência no nível k é

$$f_A = f_M - B_M, \quad f_k = 3f_s / 2^{k+2}, \quad k = 1, 2, \dots, M \quad (5.2)$$

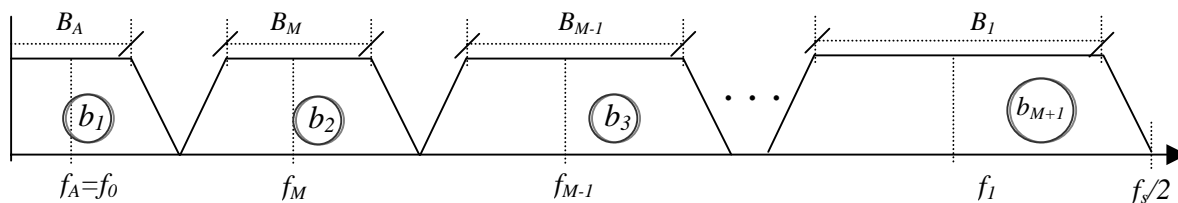


Figura 5.3 – Frequência fundamental, f_0 , e frequência central, $3f_s/2^{k+2}$, das sub-bandas de frequências mais altas

Número de sub-bandas para que f_0 localize-se no centro da sub-banda b_l

Sejam $f_0 = 60\text{Hz}$ - frequência fundamental e $f_s = 7.680\text{Hz}$ - frequência de amostragem do sinal. Para que f_0 localize-se no centro da sub-banda b_l , sua largura deve ser igual ao dobro da frequência fundamental, ou seja, $B_A = 2f_0$.

Substituindo $B_A = 2f_0$ na equação 5.1, tem-se:

$$B_A = B_M = \frac{f_s}{2^{M+1}} = 2f_0.$$

Assim,

$$\frac{f_s}{2^{M+1}} = 2f_0 \Rightarrow \frac{f_s}{4f_0} = 2^M \Rightarrow M = \log_2\left(\frac{f_s}{4f_0}\right) \Rightarrow$$

$$M = \log_2\left(\frac{f_s}{f_0}\right) - 2 \tag{5.3}$$

Substituindo os valores de f_s e f_0 na equação 5.3 tem-se que $M = 5$.

Os sinais de detalhes e aproximação resultantes da decomposição wavelet de um sinal de afundamento capturado a uma taxa de amostragem $f_s = 7.680\text{Hz}$ e frequência do sistema $f_0 = 60\text{Hz}$ são mostrados nas Figuras 5.4 e 5.5 até o 5º e 6º nível de resolução respectivamente.

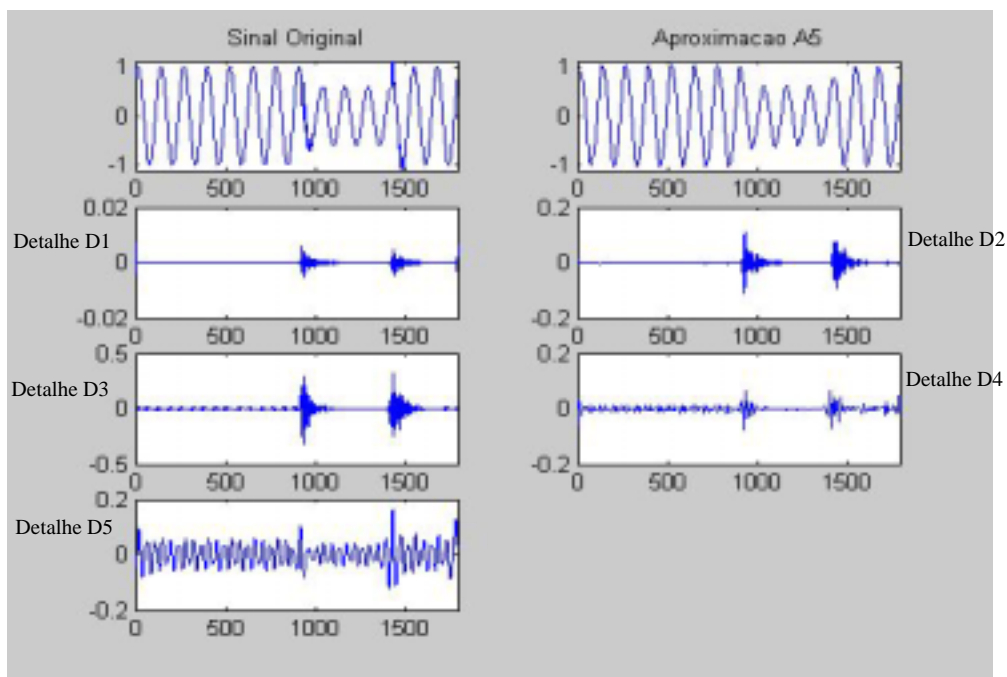


Figura 5.4 – Sinal de tensão com distúrbio decomposto até o 5º nível de resolução

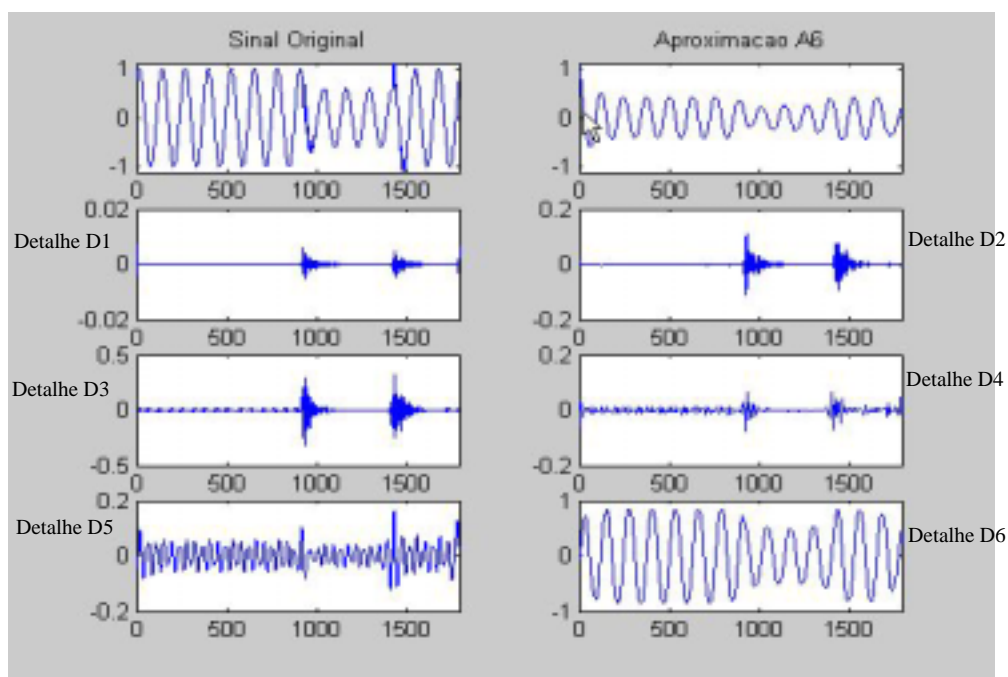


Figura 5.5 – Sinal de tensão com distúrbio decomposto até o 6º nível de resolução

Na Figura 5.5 pode-se verificar o efeito do conteúdo espectral da fundamental no sinal de aproximação e detalhe do 6º nível por meio da semelhança de ambos com o sinal original. Este fenômeno ocorre visto que a frequência fundamental está exatamente dividindo as sub-bandas b_1 e b_2 como se observa na última linha da Tabela 5.1.

Tabela 5.1 – Processo de codificação por sub-banda para uma taxa de amostragem de 128 amostras/ciclo

Nível	Filtro Escala (Hz)	Filtro Wavelet (Hz)
1	0 – 1.920	1.920 – 3.840
2	0 – 960	960 – 1.920
3	0 – 480	480 – 960
4	0 – 240	240 – 480
5	0 – 120	120 – 240
6	0 – 60	60 – 120

5.2.4 - Pré-Processamento do Sinal de Tensão

O sinal de tensão com distúrbio capturado a uma taxa de amostragem de 128 amostras/ciclo na frequência de 60Hz é apresentado em uma janela de 14 ciclos gerando um total de 1792 amostras. Este sinal é pré-processado em duas etapas:

- Na 1ª Etapa - o sinal é decomposto através da wavelet mãe Daubechies com seis coeficientes - db6 até o 5º nível de resolução produzindo um total de 1844 coeficientes wavelets. O objetivo desta etapa é extrair o máximo de informações do sinal no domínio das wavelet presentes nos diversos níveis de resolução.
- Na 2ª Etapa - os coeficientes wavelets são submetidos a uma transformação linear, PCA, de maneira que o conjunto de dados possa ser representado por um número reduzido de fatores *efetivos* e ainda reter muitas das informações relacionadas aos dados; em outras palavras o conjunto de dados sofre uma redução de dimensão. Os Componentes Principais são extraídos na ordem do mais explicativo para o menos explicativo. Teoricamente o número de Componentes é sempre igual ao número de variáveis. Entretanto, alguns poucos Componentes são responsáveis por grande parte da explicação total. Neste contexto, a soma das variâncias dos Componentes retidos deve ser superior a

85% (critério ad hoc), garantindo a efetividade da preservação das informações intrínsecas dos dados.

Todo o processo realizado no banco de dados, constituído pelos sinais de tensão, proporciona à Rede Neural um aprendizado mais rápido e eficiente, já que o mesmo após decomposição pela TW fora normalizado e descorrelacionado.

5.2.5 – Elaboração do Banco de Dados da Rede Neural

O banco de dados a ser pré-processado é constituído de 730 exemplos de cada classe, e o algoritmo para realizar este procedimento foi desenvolvido no MatLab® . Este programa prepara o banco de dados de treinamento, validação e teste da Rede Neural e armazena todos os parâmetros, tais como, média, desvio-padrão e matriz transformação PCA dos dados originais necessários para posterior pré-processamento do sinal, caso o Sistema de Classificação Neural venha a operar on-line utilizando neste caso os próprios sinais de tensões.

5.2.6 - Divisão do Conjunto de Dados

De acordo com o método *10-fold cross-validation* com estratificação, os padrões devem ser divididos em 10 partições estratificadas. A Figura 5.6 ilustra a criação das partições, onde o conjunto de exemplos pertencentes à mesma classe é dividido em 10 porções iguais. A cada uma das partições $P_1, P_2 \dots P_{10}$ é adicionada uma porção de cada uma das seis classes. Assim, cada partição é formada por 10% do total de exemplos de cada classe, que corresponde a 10% do total de exemplos do banco de dados. Assim, para se formar um conjunto de treinamento contendo 70% do total de exemplos, deve-se tomar 7 partições.

Visto que cada partição é constituída por padrões diferentes, é possível formar vários conjuntos de treinamento com conteúdos diferentes. Isto permite que uma determinada partição possa fazer parte do conjunto de treinamento ou do conjunto de validação, ou mesmo do conjunto de teste, possibilitando à rede analisar quais as melhores partições a serem selecionadas para fazer parte desses conjuntos.

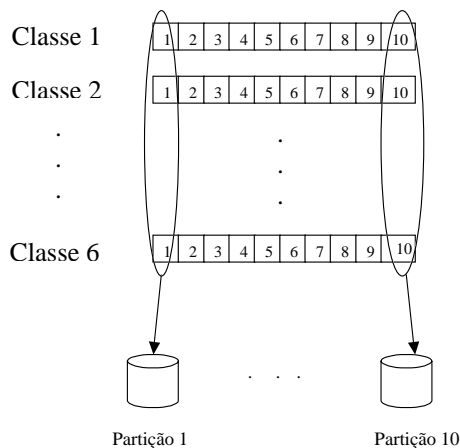


Figura 5.6 – Formação das 10 partições

Dos 4.380 exemplos do banco de dados 20% foram escolhidos para validação, 20% para teste e 60% para treinamento.

5.2.7 – Codificação da Resposta Desejada

Na classificação de padrões selecionou-se a codificação do tipo 1 de M , onde o k -ésimo elemento do vetor resposta desejada é igual a 1 (um), se o vetor de entrada x pertence à classe k , e 0 (zero) caso contrário, como mostra a Tabela 5.2.

Tabela 5.2 – Saídas desejadas da Rede Neural

Distúrbios	Neurônios	Saídas Desejadas					
Afundamentos	1	1	0	0	0	0	0
Tensão Normal	2	0	1	0	0	0	0
Harmônicos	3	0	0	1	0	0	0
Elevação	4	0	0	0	1	0	0
Transitórios	5	0	0	0	0	1	0
Interrupção	6	0	0	0	0	0	1

5.2.8– Treinamento das Redes MLP com o Algoritmo *Rprop*

O algoritmo *Rprop*, denominado *resilient backpropagation*, é um algoritmo de adaptação global que realiza treinamento supervisionado *batch* em redes do tipo MLP [22]. Uma

diferença substancial entre os algoritmos *Rprop* e *backpropagation* está no processo de ajuste dos pesos. No algoritmo *Rprop*, a atualização dos pesos é influenciada pelo sinal da derivada parcial, e não pelo seu valor, como ocorre no *backpropagation*. Este critério torna o processo de aprendizagem mais eficaz, e conseqüentemente, a convergência nesta fase fica mais rápida. Na Subseção 2.3.5 é apresentado o algoritmo de treinamento baseado nesse critério.

Um programa foi desenvolvido no MatLab® para gerar a partição dos conjuntos e iniciar o treinamento da Rede Neural com uma única camada intermediária, objetivando encontrar a melhor arquitetura através da variação do número de neurônios intermediários [N_i , N_f], reiniciando o treinamento 2 vezes e experimentando as 10 partições do banco de dados pré-processados. O algoritmo lê o banco de dados pré-processados e funciona da seguinte maneira:

- 1- Geram-se as 10 partições.
- 2- Escolhe-se o intervalo do número de neurônios intermediários [N_i , N_f].
- 3- Indica-se o número de épocas e o erro RMS mínimo no conjunto de treinamento.
- 4- Toma-se a primeira partição P_1 .
- 5- Toma-se o número de neurônios intermediários N_i .
- 6- Iniciam-se os pesos aleatoriamente.
- 7- Começa o treinamento até parar, seja pelo erro no conjunto de treinamento, seja pelo número de épocas ou por validação; armazena o erro no conjunto de validação da rede e reiniciam os pesos.
- 8- Compara-se o erro de validação atual com o anterior, e armazena-se a arquitetura da rede associada ao menor erro, descartando-se a outra.
- 9- Incrementa-se o número de neurônios intermediários e vai para o passo 6 até que N_f seja alcançado.
- 10- Após N_f ser alcançado e experimentado, toma-se a próxima partição e vai para o passo 5.
- 11- Caso não haja mais nenhuma partição a ser experimentada, finaliza-se o algoritmo, salva-se a arquitetura da rede que apresentou menor erro percentual no conjunto de validação.

O algoritmo interrompe o treinamento da rede por validação (*early stopping*) quando o erro no conjunto de validação da iteração corrente for superior ao erro da iteração anterior, enquanto que o erro no conjunto de treinamento da iteração corrente é menor que

aquele da iteração anterior; ou seja, o erro no conjunto de validação de uma iteração para a seguinte aumenta enquanto que no conjunto de treinamento continua diminuindo. Isso evita que a rede neural seja treinada excessivamente, resultando em *overfitting*; ou seja, a rede especializa-se nos padrões de treinamento e perde sua capacidade de generalização.

Por apresentar melhor desempenho no treinamento das redes, a função de ativação escolhida para os neurônios foi a função Sigmóide logística. Com esta função as saídas dos neurônios assumem valores contínuos no intervalo [0 1]. Como apenas um neurônio pode ser ativado, indicando a classe do distúrbio, foi estabelecido o critério *o vencedor leva tudo* às saídas dos neurônios da última camada. Neste critério, ao neurônio que apresentar maior valor de saída é atribuído o valor 1 (um) e aos demais, o valor 0 (zero).

5.3 – RESULTADOS E CONCLUSÕES

Foram geradas três bases de conhecimento de acordo com a Tabela 5.3. Na coluna 1 desta tabela estão indicadas as larguras das sub-bandas, e em parênteses o tipo do filtro associado. Nas demais colunas têm-se o conteúdo das bases de conhecimento utilizadas no treinamento, validação e teste das redes. A base 1 é constituída dos coeficientes de aproximação do 5º nível e dos coeficientes de detalhes do 1º ao 5º nível; a base 2 é composta apenas dos coeficientes de aproximação do 5º nível; enquanto a base 3 inclui apenas os coeficientes de detalhes do 1º ao 5º nível

Tabela 5.3 – Composição das bases de conhecimento

Largura das sub-bandas dos filtros (Hz)	BASE 1	BASE 2	BASE 3
0 – 120 (escala)	cA ₅	cA ₅	-
120 – 240 (wavelet)	cD ₅	-	cD ₅
240 – 480 (wavelet)	cD ₄	-	cD ₄
480 – 960 (wavelet)	cD ₃	-	cD ₃
960 – 1.920 (wavelet)	cD ₂	-	cD ₂
1.920 – 3.840 (wavelet)	cD ₁	-	cD ₁

Com cada uma das bases de conhecimento foram treinadas três redes com diferentes configurações segundo o número de neurônios na camada intermediária.

5.3.1 - Caso 1: Redes Treinadas com a Base 1

A) Redes Individuais

Segundo o número de neurônios intermediários, a seleção das melhores arquiteturas de redes com uma única camada escondida, utilizando a base 1, foi executada em três intervalos:

- a) De 10 a 40 neurônios intermediários.
- b) De 41 a 70 neurônios intermediários.
- c) De 71 a 100 neurônios intermediários.

De cada intervalo o algoritmo desenvolvido selecionou uma única arquitetura de rede, com base no menor erro percentual no conjunto de validação, que apresentou 40, 44 e 78 neurônios na camada intermediária.

Nesta base de conhecimento, o número de neurônio de entrada foi de 188, que equivale ao número de Componentes Principais retidos, cuja soma das variâncias fora superior a 85%, porém bem próximo deste.

A tabela 5.4 apresenta o erro médio quadrático e percentual de cada rede no conjunto de treinamento, validação e teste, onde o número total de exemplos é 2.628, 876 e 876 respectivamente.

O detalhamento do percentual de acerto por classe das redes 1, 2 e 3 nos conjuntos de testes correspondentes C1, C2 e C3, constituídos de 146 exemplos por classe, é mostrado na Tabela 5.5. É importante ressaltar, que os exemplos utilizados no conjunto de teste C1, C2 e C3 apresentados a cada uma das redes não são exatamente os mesmos, por causa do método *cross-validation*.

Tabela 5.4 - Erro médio quadrático e percentual das redes nos conjuntos de treinamento, validação e teste da base1

	Rede-1	Rede-2	Rede-3
Arquitetura	188 - 40 - 6	188 - 44 - 6	188 - 78 - 6
Erro Médio Quadrático			
Treinamento	0,0013	0,0014	0,0005
validação	0,0141	0,0121	0,0120
teste	0,0150	0,0149	0,0176
Erro Percentual (%)			
Treinamento	0,7	0,9	0,3
validação	3,9	3,8	2,9
teste	5,4	5,4	6,1

Tabela 5.5 – Taxa de acerto percentual por classe

	Acerto Percentual (%)		
	Rede-1	Rede-2	Rede-3
Afundamentos	89,7	94,5	89,0
Tensão Normal	95,9	97,9	97,9
Harmônicos	97,9	97,3	95,9
Elevação	100,0	100,0	99,3
Transitórios	88,4	82,9	85,6
Interrupção	95,9	95,2	95,9

O percentual de acerto acima de 99,3% na classe Elevação apresentada pelas três redes é provavelmente devido ao número de replicações realizadas para que esta classe atingisse o mesmo número de exemplo das demais. Neste caso, exemplos utilizados no conjunto de treinamento provavelmente estão presentes no conjunto de teste.

B) Redes Combinadas

Quando pessoas sábias têm que tomar decisões críticas, elas geralmente levam em consideração a opinião de vários especialistas, antes de confiar na sua própria decisão ou na opinião de um único conselheiro. Em uma democracia, discussão envolvendo diferentes pontos de vista pode produzir um consenso; se não, uma votação é necessária. Nos dois casos, são combinadas opiniões de diversos especialistas.

Na abordagem de redes neurais, uma forma óbvia de se tomar decisões mais confiáveis é combinar as saídas de várias configurações de redes [73]. Na tarefa de classificação as técnicas de combinação de diferentes modelos mais utilizadas são *Bagging*, *Boosting*, *stacking* e *Error-correcting output codes*.

Neste trabalho, na combinação das redes, a cada um dos seis nós de saída, aplicou-se a média entre as três saídas das redes individuais. A decisão final do classificador corresponde a saída combinada de maior valor (o vencedor leva tudo). Para melhor compreensão do processo realizado, a Tabela 5.6 mostra as saídas de cada uma das redes 1, 2 e 3 para um padrão de entrada pertencente à classe *Interrupção* que segundo a codificação apresentada na Tabela 5.2 é $[0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1]^T$. Na coluna 5 da Tabela 5.6 é realizada a média das saídas dos neurônios das redes 1, 2 e 3; e na coluna 6 é apresentada a resposta do grupo, em que apenas um neurônio é ativado, aplicando o critério o *vencedor leva tudo*. Vale ressaltar que aplicando este critério para as saídas das redes 1, 2 e 3, observa-se que a rede 2 errou a classificação, enquanto as redes 1 e 3 acertaram, portanto, a saída foi correta.

Tabela 5.6 – Saída de cada neurônio das redes individual e combinada quando da apresentação de um padrão da classe Interrupção

Neurônio	Saídas			Média	Rede Combinada
	Rede-1	Rede-2	Rede-3		
1	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0
2	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0
3	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0
4	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0
5	0,9695	1,0000	0,0472	0,6722	0
6	0,9839	0,9003	1,0000	0,9614	1

A Tabela 5.7 mostra a taxa de acerto percentual da combinação das saídas das três arquiteturas de redes denominadas anteriormente.

Comparando-se os resultados apresentados nas Tabelas 5.5 e 5.7, observa-se que o desempenho é significativamente melhor quando utilizado o modelo combinado de redes.

Em geral as respostas da combinação de modelos diferentes são melhores e nunca substancialmente piores do que aquelas apresentadas pelo modelo único.

Tabela 5.7 – Taxa de acerto percentual por classe da combinação das três redes

	Acerto Percentual (%)		
	C1	C2	C3
Afundamentos	97,3	98,6	98,6
Tensão Normal	99,3	100,0	100,0
Harmônicos	100,0	100,0	99,3
Elevação	100,0	100,0	100,0
Transitórios	98,6	95,9	92,5
Interrupção	99,3	97,9	98,6

Para validar a conclusão anterior e o desempenho do classificador desenvolvido, apresentou-se ao sistema um novo conjunto de teste formado por 306 exemplos. Neste conjunto os atributos são os registros dos sinais de tensão no instante da ocorrência do distúrbio, e há a necessidade destes sinais serem pré-processado antes de entrar na Rede Neural. O pré-processamento é realizado utilizando a média, desvio padrão, tipo de wavelet, nível de decomposição e a matriz transformação PCA previamente armazenados durante o pré-processamento da base de conhecimento. Cada uma das bases de conhecimento possui seus próprios parâmetros necessários para pré-processar o sinal de tensão antes de entrar nas redes.

Na Tabela 5.8 são apresentados os resultados das redes respondendo individualmente para o novo conjunto de teste e a Tabela 5.9 mostra os resultados da combinação destas três redes.

Tabela 5.8 – Respostas individuais das redes para o conjunto de teste extra

	Número de exemplos	Acerto Percentual (%)		
		Rede-1	Rede-2	Rede-3
Afundamentos	52	92,3	84,6	88,5
Tensão Normal	88	96,6	94,3	97,7
Harmônicos	27	100,0	100,0	100,0
Elevação	42	100,0	100,0	100,0
Transitórios	50	92,0	92,0	96,0
Interrupção	47	100,0	97,9	97,9

Tabela 5.9 – Respostas das redes 1, 2 e 3 combinadas para o conjunto de teste extra

	Acertos	Erro	Acerto Percentual (%)
Afundamentos	46	6	88,5
Tensão Normal	86	2	97,7
Harmônicos	27	0	100,0
Elevação	42	0	100,0
Transitórios	47	3	94,0
Interrupção	47	0	100,0

Comparando os resultados das Tabelas 5.8 e 5.9, observa-se uma significativa melhoria no desempenho do sistema quando as redes são combinadas, com exceção das classes *Afundamentos* e *Transitórios*, onde uma das três redes apresentou desempenho ligeiramente superior ao da combinação. Por exemplo, na classe *Afundamento* (Tabela 5.8), os acertos das redes individuais colocadas em ordem crescente são [84,6% 88,5% 92,3%], e o acerto percentual da combinação delas (Tabela 5.9) é 88,5%. Este mesmo fato acontece na classe *Transitórios*, onde as respostas das redes individuais são [92,0% 92,0% 96%], e a resposta da combinação é 94,0%. É importante ressaltar, que a resposta da combinação, em geral, é superior a resposta individual da rede que menos acertou.

Estes resultados confirmam mais uma vez, a superioridade e a robustez do desempenho do sistema combinado em relação ao desempenho das redes individuais, onde o percentual de acerto total é superior na maioria dos casos.

5.3.2 – Caso 2: Redes Treinadas com a Base 2

A) Redes Individuais

A seleção das três melhores arquiteturas de redes utilizando a base 2 nos mesmos intervalos apresentados no caso 1 foram 38, 63 e 100 neurônios intermediários.

Nesta base de conhecimento, o número de neurônios de entrada das redes, que equivale ao número de Componentes Principais retidos, foi 10. Este resultado é

interessante, pois difere em muito do número de neurônios de entrada da base 1. Provavelmente, isto ocorre devido ao alto grau de correlação existente entre os coeficientes wavelets de aproximação do 5º nível - cA_5 .

A Tabela 5.10 apresenta o erro médio quadrático e percentual de cada rede no conjunto de treinamento, validação e teste, onde o número total de exemplos é 2.628, 876 e 876 respectivamente.

O detalhamento do percentual de acerto por classe das redes 4, 5 e 6 nos conjuntos de testes correspondentes C4, C5 e C6, constituídos de 146 exemplos por classe, é mostrado na Tabela 5.11.

Tabela 5.10 - Erro médio quadrático e percentual das redes nos conjuntos de treinamento, validação e teste da base 2

	Rede-4	Rede-5	Rede-6
Arquitetura	10 - 38 - 6	10 - 63 - 6	10 - 100 - 6
	Erro Médio Quadrático		
Treinamento	0,0213	0,0160	0,0107
validação	0,0242	0,0217	0,0172
teste	0,0292	0,0238	0,0251
	Erro Percentual (%)		
Treinamento	7,5	5,4	4,1
validação	7,8	6,6	5,9
teste	10,5	8,1	8,9

Tabela 5.11 – Taxa de acerto percentual por classe

	Acerto Percentual (%)		
	Rede-1	Rede-2	Rede-3
Afundamentos	97,3	98,6	97,9
Tensão Normal	83,6	90,4	89,7
Harmônicos	82,9	92,5	87,0
Elevação	95,2	95,2	96,6
Transitórios	80,1	75,3	76,7
Interrupção	97,9	99,3	98,6

B) Redes Combinadas

Aqui são utilizados novos parâmetros para realizar o pré-processamento do sinal de tensão, visto que o banco de conhecimento é diferente daquele do caso 1.

A Tabela 5.12 apresenta os resultados das redes 4, 5 e 6 respondendo individualmente para o mesmo conjunto de teste do caso 1 formado por 306 exemplos, cujos atributos são os sinais de tensão; e a Tabela 5.13 mostra os resultados da combinação destas redes. Um fato interessante de se notar na combinação das redes 4, 5 e 6 é que o percentual de acerto na classe *Harmônicos* foi de 100%, enquanto que nas respostas individuais destas redes o percentual de acerto foi de 96,3% em todas elas. A explicação para este acontecimento, é que para alguns exemplos do conjunto de teste, o valor de saída do neurônio vencedor nestas redes individuais foi muito baixo, podendo ser corrigido na combinação delas, caso a classificação tenha sido errada.

Tabela 5.12 – Respostas das redes individualmente para o conjunto de teste extra

	Número de exemplos	Acerto Percentual (%)		
		Rede-4	Rede-5	Rede-6
Afundamentos	52	96,2	98,1	98,1
Tensão Normal	88	96,6	96,6	96,6
Harmônicos	27	96,3	96,3	96,3
Elevação	42	100,0	100,0	100,0
Transitórios	50	64,0	96,0	64,0
Interrupção	47	100,0	100,0	100,0

Tabela 5.13 – Respostas das redes 4, 5 e 6 combinadas para o conjunto de teste extra

	Acertos	Erros	Acerto Percentual (%)
Afundamentos	51	1	98,1
Tensão Normal	85	3	96,6
Harmônicos	27	0	100,0
Elevação	42	0	100,0
Transitórios	32	18	64,0
Interrupção	47	0	100,0

Na classe *Transitório*, o percentual de acerto foi muito baixo nas redes 4 e 6 (Tabela 5.12) e na combinação das redes (Tabela 5.13), isto é causado provavelmente pela largura da banda do filtro escala de 0 – 120 Hz na decomposição do sinal até o 5º nível de resolução (Tabela 5.3) utilizada na construção da base 2. Isto dificulta o aprendizado da rede nesta classe, visto que os coeficientes de detalhes, responsáveis pelas componentes de altas frequências presentes nos transitórios oscilatórios, foram excluídos desta base de conhecimento.

As redes MLP, assim como muitos outros tipos de redes neurais, podem ser vistas como "caixas pretas", nas quais quase não se sabe porque a rede chega a um determinado resultado, uma vez que os modelos não apresentam justificativas para suas respostas. Neste contexto, apresenta-se a rede 5, cujo percentual de acerto de 96% na classe *Transitório* fora surpreendente.

5.3.3 – Caso 3: Redes Treinadas com a Base 3

A) Redes Individuais

As três melhores arquiteturas de rede com a base 3 foram obtidas com 26, 62 e 78 neurônios intermediários.

Nesta base de conhecimento, constituída pelos coeficientes de detalhes cD_1 , cD_2 , cD_3 , cD_4 e cD_5 , foram retidos 197 Componentes Principais, que equivale ao número de neurônios de entrada das redes.

A Tabela 5.14 apresenta o erro médio quadrático e percentual de cada rede no conjunto de treinamento (2.628 exemplos), validação (876 exemplos) e teste (876 exemplos).

O detalhamento do percentual de acerto por classe das redes 7, 8 e 9 nos conjuntos de testes correspondentes C7, C8 e C9, constituídos de 146 exemplos por classe, é apresentado na Tabela 5.15. Nesta tabela, observa-se que todas as três redes apresentaram

nas classes *Afundamentos* e *Transitórios* percentuais de acertos inferiores a 90%, sendo piores na classe *Afundamentos*. Isso ocorre por causa da ausência dos coeficientes wavelets de aproximação nesta base de conhecimento, os quais contém essencialmente as componentes de baixa frequência do sinal.

Tabela 5.14 - Erro médio quadrático e percentual das redes nos conjuntos de treinamento, validação e teste da base 3

	Rede-7	Rede-8	Rede-9
Arquitetura	197 - 26 - 6	197 - 62 - 6	197 - 78 - 6
Erro Médio Quadrático			
Treinamento	0,0034	0,0036	0,0019
validação	0,0244	0,0231	0,0234
teste	0,0295	0,0299	0,0243
Erro Percentual (%)			
Treinamento	1,6	2,0	1,0
validação	6,8	7,1	7,1
teste	9,9	9,8	8,2

Tabela 5.15 – Taxa de acerto percentual por classe

	Acerto Percentual (%)		
	Rede-1	Rede-2	Rede-3
Afundamentos	77,4	74,0	77,4
Tensão Normal	96,6	96,6	97,9
Harmônicos	94,5	97,3	97,9
Elevação	96,6	91,1	96,6
Transitórios	79,5	84,9	82,2
Interrupção	95,9	97,3	98,6

B) Redes Combinadas

A Tabela 5.16 apresenta os resultados das redes 7, 8 e 9 respondendo individualmente para o mesmo conjunto de teste do caso 1 constituído por 306 exemplos, cujos atributos são os sinais de tensão; e a Tabela 5.17 mostra os resultados da combinação destas redes. Como esperado, os resultados da combinação das redes foram superiores àqueles apresentados pelas redes individuais.

Tabela 5.16 – Respostas das redes individualmente para o conjunto de teste extra

	Número de exemplos	Acerto Percentual (%)		
		Rede-7	Rede-8	Rede-9
Afundamentos	52	71,2	73,1	76,9
Tensão Normal	88	95,5	98,9	94,3
Harmônicos	27	96,3	96,3	96,3
Elevação	42	100,0	100,0	100,0
Transitórios	50	88,0	92,0	90,0
Interrupção	47	91,5	93,6	95,7

Tabela 5.17 – Respostas das redes 7, 8 e 9 combinadas para o conjunto de teste extra

	Acertos	Erros	Acerto Percentual (%)
Afundamentos	41	11	78,8
Tensão Normal	86	2	97,7
Harmônicos	26	1	96,3
Elevação	42	0	100,0
Transitórios	45	5	90,0
Interrupção	44	3	93,6

Nos três casos apresentados, as redes combinadas foram treinadas com a mesma base de conhecimento. No próximo caso serão analisadas as respostas da combinação das redes treinadas apenas com os coeficientes de aproximação (redes 4, 5 e 6) com as redes treinadas apenas com os coeficientes de detalhes (redes 7, 8 e 9). Denominando de Grupo-2, o conjunto de redes 4, 5 e 6 treinadas com a base de conhecimento 2; e de Grupo-3, o conjunto de redes 7, 8 e 9 treinadas com a base de conhecimento 3, tem-se para cada grupo a matriz de processamento M_2 e M_3 respectivamente. A Figura 5.7 ilustra o fluxo do processamento sofrido pelo sinal de tensão antes de entrar nas redes e as saídas obtidas em cada uma delas.

5.3.4 – Caso 4: Combinação dos Grupos 2 e 3

As saídas das seis redes formam as colunas de uma matriz, onde para cada linha dessa matriz é calculada a média e posteriormente, aplicado o critério o *vencedor leva tudo*. Isto

garante que apenas uma classe seja indicada como a classe à qual pertence o sinal de tensão apresentado na entrada do sistema.

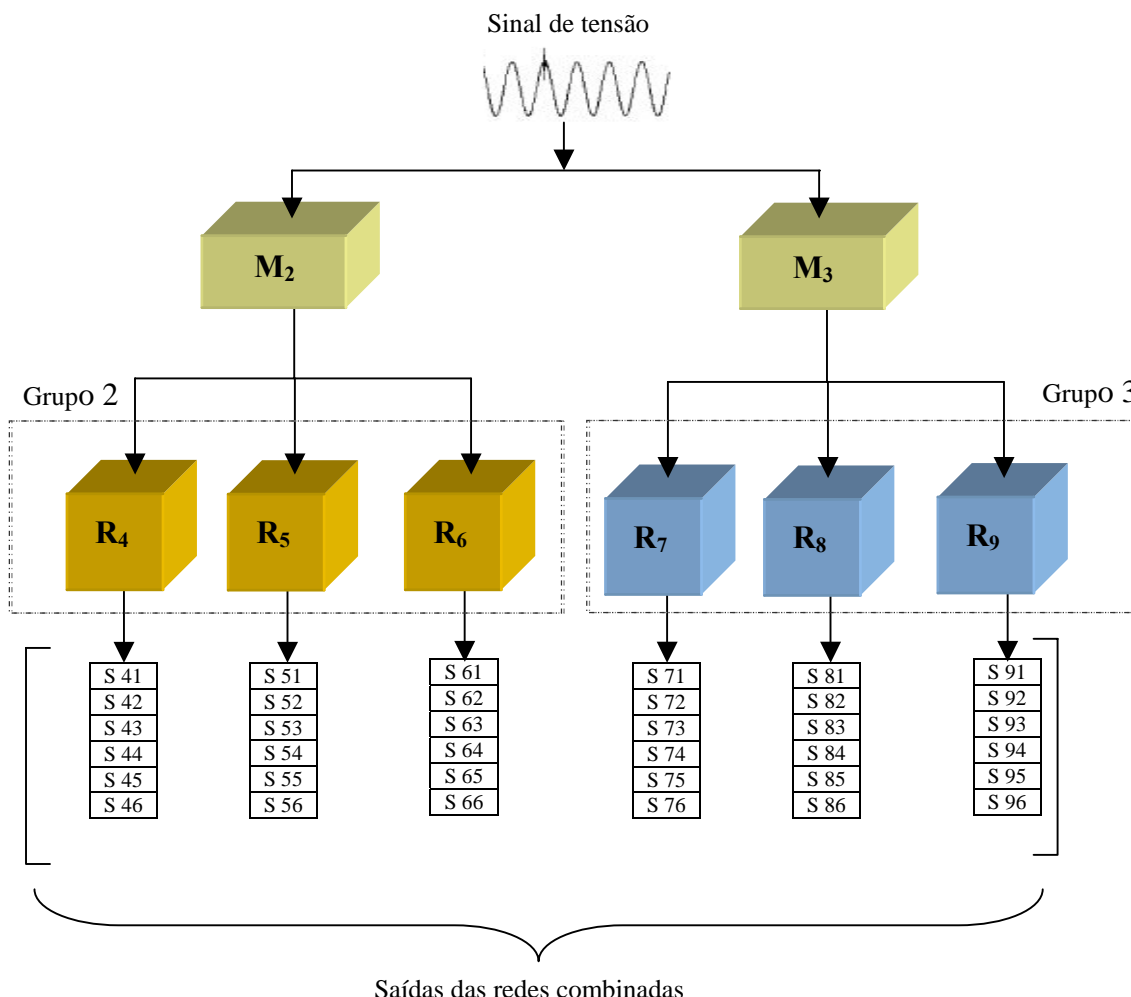


Figura 5.7 – Sistema de classificação de distúrbios formado pelos grupos 2 e 3

A Tabela 5.18 apresenta a resposta da combinação dos grupos 2 e 3 para o mesmo conjunto de teste extra do caso 1.

Comparando-se a Tabela 5.9, na qual são apresentados os resultados da combinação das redes 1, 2 e 3 (grupo 1) treinadas com a base 1 (coeficientes de detalhes e aproximação), com a Tabela 5.18, observa-se que os resultados da combinação dos grupos 2 e 3 foram superiores aqueles do grupo 1.

Tabela 5.18 – Resposta da combinação dos grupos 2 e 3 para o conjunto de teste extra

	Total de exemplos	Total de Acertos	Total de Erros	Acerto Percentual (%)
Afundamentos	52	52	0	100,0
Tensão Normal	88	88	0	100,0
Harmônicos	27	27	0	100,0
Elevação	42	42	0	100,0
Transitórios	50	48	2	96,0
Interrupção	47	47	0	100,0
Total	306	304	2	99,3

Este resultado era esperado, visto que as redes treinadas com apenas os coeficientes de detalhes ou com apenas os coeficientes de aproximação tornaram-se mais especialistas no reconhecimento de determinadas classes, e a combinação delas, superou a deficiência que tinham no reconhecimento de outras classes de distúrbios, resultando em um sistema mais eficiente e robusto.

5.4 – VALIDAÇÃO DO SISTEMA FORMADO PELOS GRUPOS 2 E 3

Visando mostrar a robustez do sistema de classificação desenvolvido, foram coletados novos dados do Sistema de Transmissão da CHESF. Esses dados foram pré-processados e em seguida submetidos às 6 (seis) redes neurais dos grupos 2 e 3, apresentando os resultados mostrados na Tabela 5.19. Como o índice de acertos é distribuído de modo mais uniforme entre as classes de distúrbios, é possível afirmar que os resultados para esse novo conjunto foram muito bons, apesar do percentual total de acerto ter sido ligeiramente inferior àquele apresentado na Tabela 5.18.

Tabela 5.19 – Resposta da combinação dos grupos 2 e 3 para o novo conjunto de teste

	Total de exemplos	Total de Acertos	Total de Erros	Acerto Percentual (%)
Afundamentos	40	38	2	95,0
Tensão Normal	54	54	0	100,0
Harmônicos	20	19	1	95,0
Elevação	11	11	0	100,0
Transitórios	40	39	1	97,5
Interrupção	40	40	0	100,0
Total	205	201	4	98,00

Para também ressaltar a robustez do sistema formado pela combinação de redes, são apresentados na Tabela 5.20 os percentuais de erros por classe dos grupos 1, 2 e 3 atuando individualmente (colunas 2, 3 e 4 respectivamente) e dos grupos 2 e 3 combinados (coluna 5), para o mesmo conjunto de teste da Tabela 5.19. Vale lembrar que as redes do grupo 1 foram treinadas com todos os coeficientes, enquanto as do grupo 2 foram treinadas apenas com os coeficientes de aproximação e as do grupo 3, apenas com os coeficientes de detalhes. Comparando os resultados das redes do grupo 1 com os resultados do sistema de classificação formado pela combinação das redes do grupo 2 e 3, conclui-se que a combinação de redes especialistas no reconhecimento de características específicas do sinal apresenta melhor desempenho que a combinação de redes treinadas para reconhecer todas as características presentes no mesmo.

Tabela 5.20 – Percentual de erro dos grupos individuais e das suas combinações

	Redes do Grupo 1	Redes do Grupo 2	Redes do Grupo 3	Combinação das redes dos Grupos 2 e 3
Afundamentos	37,5	5,0	50,0	5,0
Tensão Normal	1,9	20,4	0,0	0,0
Harmônicos	0,0	50,0	10,0	5,0
Elevação	0,0	0,0	0,0	0,0
Transitórios	20,0	40,0	35,0	2,5
Interrupção	0,0	0,0	2,5	0,0

É importante salientar que diversos trabalhos científicos abordando classificação de distúrbios utilizam os coeficientes de detalhes do primeiro nível para proceder à classificação por meio das redes neurais. A partir dos resultados do grupo 3 (redes treinadas com os coeficientes de detalhes do 1^o ao 5^o nível) apresentado na coluna 4 da Tabela 5.20, verifica-se um péssimo resultado em determinadas classes de distúrbios. Este resultado indica que os coeficientes de aproximação contêm informações relevantes do sinal, e que, portanto, não deveriam ser excluídos da base de treinamento das redes.

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES GERAIS E SUGESTÕES

6.1 – CONCLUSÕES GERAIS

Neste trabalho foram desenvolvidas duas novas famílias de wavelets: Wavelet de Mathieu e Wavelets de Legendre, definidas a partir de estruturas com simetrias elíptico-cilíndrica e esférica, respectivamente. Potenciais aplicações das wavelets de Legendre incluem imagem, eletromagnetismo, ótica, acústica, eletrocardiograma (ECG) entre outros. Enquanto que, as wavelets de Mathieu, devido à sua natureza elíptica simétrica, são interessantes para analisar a transmissão de sinais em fibras óticas.

As Wavelets de Legendre foram implementadas na plataforma do MatLab®, contudo não apresentaram bons resultados na tarefa de compactação de sinais de distúrbios elétricos, sendo pois excluídas do conjunto de wavelets utilizadas no algoritmo de compactação. Em analogia com as Wavelets de Legendre, que pela natureza de sua simetria mostrou-se inadequada na análise dos sinais de distúrbios elétricos, as Wavelets de Mathieu não chegaram a serem implementadas no MatLab®.

Em seguida, deu-se início ao desenvolvimento do algoritmo de compactação de sinais de distúrbios elétricos. Os resultados para sinais obtidos em registradores digitais forneceram altas taxas de compactação, tipicamente em torno de 82%, demonstrando a potencialidade do método empregado. Um tamanho típico para arquivo compactado é 2,5 Kbytes ao invés dos 14 Kbytes para o arquivo não compactado no formato **mat**.

Na etapa seguinte do trabalho foi desenvolvido um classificador automático de distúrbios elétricos baseados em redes neurais artificiais. Os dados reais do Sistema de Transmissão da CHESF coletados a partir dos RDPs foram de vital importância para o treinamento e avaliação do desempenho das redes MLPs. Um programa para automatizar a busca pela melhor arquitetura de rede MLP com uma única camada intermediária foi também desenvolvido, permitindo eliminar o enorme esforço manual e o desperdício de tempo na execução desta tarefa.

No treinamento das redes, a técnica de combiná-las mostrou-se uma excelente alternativa para melhorar o desempenho do sistema de classificação. Os resultados no conjunto de teste mostraram: (1) a superioridade da combinação de redes quando comparadas às redes individuais; (2) a importância da inclusão dos coeficientes de aproximação no conjunto de treinamento das redes para reconhecimento das classes de distúrbios; (3) o alto desempenho da combinação dos dois grupos, um treinado com apenas os coeficientes de aproximação, e o outro com os coeficientes de detalhes, quando comparado ao grupo treinado com ambos coeficientes. Ou seja, a combinação de redes especializadas no reconhecimento de características específicas do sinal de distúrbio apresenta melhores resultados que a combinação de redes treinadas para reconhecer todas as características presentes no mesmo.

6.2 – CONTRIBUIÇÕES DO PRESENTE TRABALHO

A contribuição do presente trabalho reside na construção de novos tipos de Wavelets originadas a partir de equações diferenciais ordinárias de segunda ordem, possibilitando novas aplicações na representação de sinais com certas simetrias.

Um outro aspecto genuíno deste trabalho se refere à forma sistemática em otimizar a compactação de sinais de distúrbios via wavelets, respeitando a qualidade do sinal compactado imposta pelo algoritmo.

Outro ponto importante na contribuição deste trabalho, que também se reveste de originalidade, é a utilização da ferramenta PCA para redução do tamanho do vetor de treinamento das redes constituído por todos os coeficientes wavelets resultantes da decomposição do sinal de distúrbios até o quinto nível de resolução.

Embora já se encontrem bem estabelecidas as técnicas de combinação de redes neurais, estas são aplicadas em redes de mesma arquitetura geradas a partir da reamostragem do seu conjunto de treinamento. Neste trabalho utilizou-se a combinação das saídas de redes neurais com arquiteturas diferentes. Destacando-se ainda que a escolha da melhor arquitetura foi determinada não de forma aleatória, mas a partir de um algoritmo desenvolvido. Este algoritmo seleciona as melhores redes MLP com uma única camada intermediária por meio da adição de neurônios nesta camada, e observação do erro médio quadrático no conjunto de validação após treinamento.

6.3 – SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

A realização deste trabalho abriu a perspectiva de novos e mais aprofundados estudos em vários temas correlatos, entre os quais os de maiores interesses seriam:

- Analisar o uso das *Wavelet Packets*, na compactação dos sinais de distúrbios, visto que além de decompor os coeficientes de detalhes, os coeficientes de aproximação também são decompostos;
- Utilizar Algoritmo Genético para encontrar a melhor arquitetura de rede neural;
- Analisar o uso de Redes Neurais Construtivas como sistema de classificação;
- Eliminar as conexões dos neurônios associadas a pesos muito pequenos através de alguma técnica de *prunning*;
- Analisar o resultado das redes treinadas com todos coeficientes wavelets de detalhes e aproximação com o resultado das redes treinadas com coeficientes wavelets do nível de maior energia.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] DOUGLAS, J. *Power Quality Solutions*. IEEE Power Engineering Review, p.3-7, Mar. 1994.
- [2] DOMIJAN, A.; HEYDT J. T.; MELIOPOULOS, A. P. S. et al. *Directions of Research on Electric Power Quality*. IEEE Trans. on Power Delivery, v. 8, n.1, p. 429-436, Jan. 1993.
- [3] OPERADOR NACIONAL DO SISTEMA ELÉTRICO – ONS. *Procedimentos de Rede, Submódulo 2.2 – Padrões de Desenvolvimento da Rede Básica*, vigente em 9/10/2000.
- [4] DUGAN, R. C.; McGRANAGHAN, M. F.; BEATY, H. W. *Electrical Power Systems Quality*. New York: McGraw-Hill, 1996.
- [5] IBRAIM, W. R. A. & MORCOS, M. M. *An Adaptive Fuzzy Technique for Learning Power-Quality Signature Waveforms*. IEEE Power Engineering Review, p. 56-58, Jan. 2001.
- [6] RESENDE, J. W. & PENNA, C. *Identificação de Distúrbios da Qualidade da Energia Através da Transformada Wavelet*. In: SEMINÁRIO BRASILEIRO SOBRE QUALIDADE DA ENERGIA (4. : Ago. 2001 : Porto Alegre, RS). *Anais*. Rio Grande do Sul, 2001. p.51-56.
- [7] SANTOSO, S., POWER, E. J., BHATT, S. C. *Characterization on Distribution Power Quality Events with Fourier and Wavelet Transforms*. IEEE Trans. on Power Delivery, v. 15, n.1, p. 247-248, Jan. 2000.
- [8] SANTOSO, S.; POWERS, E.J.; GRADY, W.M. et al. *Power Quality Disturbance Waveform Recognition Using Wavelet-Based Neural Classifier – Part I: Theoretical Foundation*. IEEE Trans. on Power Delivery, v. 15, n. 1, p. 222-228, Jan. 2000.
- [9] SANTOSO, S.; POWERS, E.J.; GRADY, W.M. et al. *Power Quality Disturbance Waveform Recognition Using Wavelet-Based Neural Classifier – Part II: Application*. IEEE Trans. on Power Delivery, v.15, n.1, p. 229-235, Jan. 2000.
- [10] FACEROLI, S. T.; VELASCO, M.; PACHECO, M. A. *Assessment of Electrical Disturbances Using Discrete Wavelet Analysis and Neural Nets*. In: SIMPÓSIO DE

- ESPECIALISTAS EM PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO E EXPANSÃO ELÉTRICA (8. : Mai. 2002 : Brasília, DF). *Anais*. Brasília, 2002. p. 778-783.
- [11] BORRAS, D.; CASTILLA, M.; MORENO, N. et al. *Wavelet and Neural Structure: A new Tool for Diagnostic of Power System Disturbances*. IEEE Trans. on Industry Applications, v. 37, n.1, p. 184-190, Jan. 2001.
- [12] PERCIVAL, D. B. & WALDEN, A. T. *Wavelet Methods for Time Series Analysis*. New York: Cambridge University Press, 2000.
- [13] BINGHAM, R. P.; KREISS, D.; SANTOSO, S. *Advances in Data Reduction Techniques for Power Quality Instrumentation*. In: EUROPEAN POWER QUALITY CONFERENCE (3. : Nov. 1995 : Bremen, Germany) . *Proceeding*. Germany, 1995.
- [14] SANTOSO, S.; POWER, E. J.; GRANDY, W. M. *Power Quality Disturbance Data Compression Using Wavelet Transform Methods*. IEEE Trans. on Power Delivery, v. 12, n. 3, p. 1250-1257, Jul. 1997.
- [15] JOHNSON, R. A. & WICHERN, D. W. *Applied Multivariate Statistical Analysis*. 2. ed. New Jersey: Prentice Hall, 1988.
- [16] HAYKIN, S. *Neural Networks: A Comprehensive Foundation*. 2. ed. New Jersey: Prentice Hall, 1999.
- [17] HOTELLING, H. *Analysis of a Complex of Statistical Variables into Principal Components*. J. Educ. Psychol. v. 24, p. 417-441, 498-520, 1933.
- [18] KOLMOGOROV, A. N. & FOMIN, S. V. *Introductory Real Analysis*. NY: Dover, 1970.
- [19] SANTOSO, S.; POWERS, E.J.; GRADY, W.M. et al. *Power Quality Assessment Via Wavelet Transform Analysis*. IEEE Trans. on Power Delivery, v. 11, n. 2, p.924-930, Abr. 1996.
- [20] STRANG, G. & NGUYEN, T. *Wavelets and Filter Banks*. Cambridge Press: Wellesley, 1996.
- [21] BRAGA, A. P., LUDERMIR, T. B. & CARVALHO, A. C. P. L. F. *Redes Neurais Artificiais: Teoria e aplicações*. Rio de Janeiro: LTC - Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 2000.
- [22] RIEDMILLER, M. & HEINRICH, B. *A Direct Adaptive Method for Faster Backpropagation Learning: The RPROP Algorithm*. In: IEEE INTERNATIONAL

- CONFERENCE ON NEURAL NETWORKS (Apr. 1993 : San Francisco, CA). *Proceedings*. v. 1, p. 586-591.
- [23] FU, L.M. *Rule Generation from Neural Networks*. IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics, v. 24, n. 8, p. 1114-1124, Aug.1994.
- [24] MENDES, E. & CARVALHO, A. *Evolutionary Design of MLP Neural Network Architectures*. In: BRAZILIAN SYMPOSIUM ON NEURAL NETWORKS (4. : Dec. 1997 : Campos do Jordão, SP) *Proceedings*. São Paulo, 1997. p. 58-65.
- [25] MENDES, E. & CARVALHO, A. *Target Recognition using Evolutionary Neural Networks*. In: BRAZILIAN SYMPOSIUM ON NEURAL NETWORKS (5. : Dec. 1998 : Belo Horizonte, MG). *Proceedings*. Minas Gerais, 1998. p. 226-231.
- [26] MATHIEU, É. *Mémoire sur le mouvement vibratoire d'une membrane de forme elliptique*. *J. Math.* v. 13, p. 137-203, 1868.
- [27] McLACHLAN, N. W. *Theory and Application of Mathieu Functions*. New York: Dover, 1964.
- [28] HOLLAND, R. & CABLE, V. P. *Mathieu Functions and their Applications to Scattering by a Coated Strip*. IEEE Trans. on Electromagnetic Compatibility, v. 34, n.1, p.9 –16, Feb. 1992.
- [29] SUN, K. & TRANQUILLA, J. M. *Study of Elliptical Annular Microstrip Antenna Using Full Mathieu Formulation*. In: IEEE ANTENNAS AND PROPAGATION SOCIETY INTERNATIONAL SYMPOSIUM (June 1993 : Ann Arbor, Michigan). *Proceeding*. Michigan, 1993. v. 2, p. 944 –947.
- [30] SHAW, J. K.; HENRY, W.M.; WINFREY, W. R. *Weakly Guiding Analysis of Elliptical Core Step Index Waveguides Based on the Characteristic Numbers of Mathieu's Equation*. W.R. J. of Lightwave Techn., v. 13, n. 12, p. 2359 –2371, Dec. 1995.
- [31] CAORSI, S.; PASTORINO, M.; RAFFETTO, M. *Electromagnetic Scattering by a Multilayer Elliptic Cylinder under Transverse-magnetic Illumination: Series Solution in Terms of Mathieu Functions*. IEEE Trans. on Antennas and Propagation, v. 45, n. 6, p. 926 –935, June 1997.
- [32] HUSSEIN, A. M. & WURJANTARA, W. *Analysis of Elliptic Conductors using the Point Matching Method with Mathieu Functions*. IEEE Trans. on Magnetics, v.33, n. 5 Part 2, p. 4125 –4127, Sept. 1997.

- [33] FLOQUET, G. *Sur les équations différentielles linéaires à coefficients périodiques*. *Ann. École Norm. Sup.* v. 12, n. 47, 1883.
- [34] GRADSHTEYN, I.S. & RYZHIK, I.M., *Table of Integrals, Series and Products*. 4 ed., New York: Academic Press, 1965.
- [35] ABRAMOWITZ, M. & SEGUN, I. *Handbook of Mathematical Functions*. New York: Dover, 1968.
- [36] BULTTHEEL, A. *Learning to Swim in a Sea of Wavelets*. *Bull. Belg. Math. Soc.*, v.2, p.1-46, 1995.
- [37] MALLAT, S. *A Theory for Multiresolution Signal Decomposition: The Wavelet Representation*. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, v. 11, p. 674-693, July 1989.
- [38] PERCIVAL, D.B. & WALDEN, A.T. *Wavelet Methods for Time Series Analysis*. Cambridge Press, 2000.
- [39] SOKOLNIKOFF, I. S. & REDHEFFER, R. M. *Mathematics of Physics and Modern Engineering*. 2. ed. Toshoh: McGraw-Hill Kogakusha, 1966.
- [40] GRADSHTEYN, I. S. & RYZHIK, I. M. *Table of Integrals, Series, and Products*. 4.ed. New York: Academic Press, 1965.
- [41] OLYSLAGER, F. *Boundary Integral Equation Technique Defined on a Spherical Surface with Different Applications in Electromagnetics and Acoustics*. In: IEEE ANTENNAS AND PROPAGATION SOCIETY INTERNATIONAL SYMPOSIUM (Jun. 1994 : Seattle, Washington). *Proceedings*. Washington, 1994. v. 3, p. 2254-2257.
- [42] TSUJII, P. H. S. *A System Identification Algorithm using Orthogonal Functions*. *IEEE Trans. on Signal Processing*, v. 39, p. 752-755, Mar. 1991.
- [43] BROOKNER, E. *Equivalence between voltage-processing methods and discrete orthogonal Legendre polynomial (DOLP) approach*. *IEEE Trans. on Signal Processing*, v.47, p.2273-2278, Aug. 1999.
- [44] KIM, B. H. & PARK, R. H. *Shape from Shading and Photometric Stereo Using Surface Approximation by Legendre Polynomials*. *Computer Vision and Image Understanding*, v. 66, p. 255–270, June 1997.
- [45] JASKULA, M. *New Windows Family Based on Modified Legendre Polynomials*. In: IEEE INSTRUMENTATION AND MEASUREMENT TECHNOLOGY

- CONFERENCE (19. : May. 2002 : Anchorage, AK). *Proceedings*. Anchorage, 2002. p. 553-556.
- [46] AKAY, A. *Wavelet Applications in Medicine*. IEEE Spectrum, p. 50-56, May. 1997.
- [47] AKANSU, A. N. & LIN, X. *A Comparative Performance Evaluation of DMT (OFDM) and DWMT based DSL Communication Systems for Single and Multitone Interference*. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON ACOUSTICS, SPEECH AND SIGNAL PROCESSING, ICASSP (23. : May. 1998 : Seattle, Washinton). *Proceedings*. Washinton, 1998. v. 6, p. 3269-3272.
- [48] NEGASH, B. G. & NIKOOKAR, H. *Wavelet based OFDM for Wireless Channels*. In: IEEE VEHICULAR TECHNOLOGY SYMPOSIUM, VTC (53. : May. 2001 : Rhodes ,Greece). *Proceedings*. Greece, 2001. v. 1, p. 688-691.
- [49] ABURDENE, M. F. & DORBAND, J. E. *Parallel computation of discrete Legendre transforms*. In: IEEE INT. CONF. ON ACOUSTICS, SPEECH, AND SIGNAL PROCESSING (May. 1996 : Atlanta, GA). *Proceedings*. Atlanta, 1996. v. 6, p. 3225-3228.
- [50] ABURDENE, M. F.; ZHENG, J.; KOZICK, R. J. *Parallel recursive algorithms for inverse discrete Legendre transform and inverse discrete Laguerre transform*. In: IEEE INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON CIRCUITS AND SYSTEMS (May. 1996 : Atlanta, GA). *Proceeding*. Atlanta, 1996. v. 2, p. 548-551.
- [51] COLOMER, A. A. *Adaptive ECG Data Compression Using Discrete Legendre Transform*. *Digital Signal Processing*, v. 7, p. 222–228, 1997.
- [52] RAMM, A.G. & ZASLAVSKY, A. I. *X-Ray Transform, the Legendre Transform, and Envelopes*. *J. of Math. Analysis and Appl.*, v. 183, p.528-546, 1994.
- [53] LIRA, M. M. S.; DE OLIVEIRA, H. M.; CINTRA, R. J. S. *Elliptic-Cylinder Wavelets: The Mathieu Wavelets*. *IEEE Signal Processing Letters*, v.11, n.1, p. 52-55, Jan. 2004.
- [54] DE OLIVEIRA, H. M.; SOARES, L. R.; FALK, T. H. *A Family of Wavelets and a New Orthogonal Multiresolution Analysis Based on the Nyquist Criterion*. In: IEEE/SBrT INTERNATIONAL TELECOMMUNICATION SYMPOSIUM (Sept. 2002 : Natal, RN). *Proceeding*. Natal, 2002.

- [55] DE OLIVEIRA, H. M.; FALK, T. H.; TÁVORA, R. F. G. *Decomposição de Wavelets Sobre Corpos Finitos*. Rev. Bras. de Telecomunicações, v. 17, n.1, p. 38-47, Jul. 2002.
- [56] KAMEN, E. W. & HECK, B. S. *Fundamentals of Signals and Systems Using Matlab*. Prentice Hall: Englewood Cliffs, 1997.
- [57] MARQUÊS FILHO, O. & VIEIRA NETO, H. *Processamento Digital de Imagens*. Rio de Janeiro: Brasport, 1999.
- [58] PROAKIS, J. G. *Digital Communications*. 2 ed. Singapore: McGraw-Hill. 1989.
- [59] BORRÁS, D.; CASTILLA, M.; MONTAÑO, J. C. *Wavelet and Neural Structure: A New Tool for Diagnostic of Power System Disturbances*. IEEE Trans. on Industry Application, v. 37, n. 1, p. 184-190, Jan. 2001.
- [60] COIFMAN, R. & WICKERHAUSER, M. V. *Entropy – Based Algorithms for Best Basis Selection*. IEEE Trans. on Information Theory, v. 38, n. 2, p. 713-719, Mar. 1992.
- [61] DONOHO, D. L. *De-noising by Soft-Thresholding*, IEEE Trans. Info. Theory, v. 41, p. 613-627, Mar. 1995.
- [62] TASWELL, C. *The What, How, and Why of Wavelet Shrinkage Denoising*. Computing in Science & Engineering, v. 2, n. 3, p.12-19, May/June, 2000.
- [63] CHRISTOPOUOS, C.; SDORAS, A.; EBRAHIMI, T. *The JPEG2000 Still Image Coding System: An Overview*. IEEE Trans. on Consumer Electronics, v.46, p.1103-1127, Nov. 2000.
- [64] KIM, C. H. & AGGARWAL, R. *Wavelet Transforms in Power Systems, Part1: General Introduction to the Wavelet Transforms*. IEEE Power Engineering Journal, p. 81-87, Apr. 2000.
- [65] SANTOSO, S.; POWERS, E. J.; GRADY, W. M. *Electric Power Quality Disturbance Detection Using Transform Analysis*. In: IEEE INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON SIGNAL PROCESSING, (Out. 1994 : Philadelphia, USA). *Proceedings*. Philadelphia, 1994, p.166–169.
- [66] BRITO, N. S. D.; SOUZA, B. A.; BARBOSA, O. O. et al. *Aplicação da Transformada Wavelet Contínua em Qualidade de Energia Elétrica*. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO SOBRE QUALIDADE DA ENERGIA ELÉTRICA (3. : Ago. 1999 : Brasília, DF). *Anais*. Brasília, 1999. p.79-83.

- [67] HAMID, E. Y.; MARDIANA, R; KAWASAKI, Z. *Wavelet_based Compression of Power Disturbances Using The Minimum Description Length Criterion*. In: IEEE POWER ENGINEERING SUMMER MEETING (July 2001 : Vancouver, Canada). *Proceedings*. Vancouver, 2001. v. 3, p.1772-1777.
- [68] SANTOSO, S.; GRADY, W. M.; POWERS, E. J. et al. *Characterization of Distribution Power Quality Events with Fourier and Wavelet Transforms*. IEEE Trans. on Power Delivery, v. 15, n. 1, p. 247-254, Jan. 2002.
- [69] DAMARLA, G. P.; CHANDRASEKARAN, A.; SUNDARAM, A. *Classification of Power System Disturbances Through Fuzzy Neural Network*. Electrical and Computer Engineering, v. 1, p. 68-71, 1994.
- [70] GHOSH, A. K. & LUBKEMAN, D. L. *The Classification of Power System Disturbances Waveforms Using a Neural Network Approach*. IEEE Trans. on Power Delivery, v.10, n. 1, p.109–115, Jan. 1995.
- [71] McEACHERN, A. *Handbook of Power Signature*. Mexico: Basic Measuring Instruments, 1989.
- [72] DE ARRUDA, E. F.; D. FILHO, O.; COURY, D. V. et al. *Um Estudo das Famílias Wavelets Aplicadas à Qualidade da Energia Elétrica*. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA (14. : Set. 2002 : Natal, RN). *Anais*. Natal, 2002. p.1749-1754.
- [73] WITTEN, I. H & FRANK, E. *Data Mining: Practical Machine Learning Tools and Techniques with Java Implementations*. San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers, pp.250-263, 2000.

APÊNDICES

A.1 – PROGRAMA DE RECUPERAÇÃO DO SINAL COMPACTADO

```

clear
clc
close
variaveis=input('Informe nome do arquivo.mat a ser carregado ','s');
load(variaveis);
%load('variaveis');
W=zeros(MM,1);%reserva vetor nulo com a dimensao do vetor do coef. de detalhes
W(H)=V; % nos locais indicados pelos indices do vetor H subscrive os valores do vetor V
C=[cA;W];
A0=waverec(C,L,w);
figure
subplot(312);plot(A0);title('Sinal Compactado Reconstruido a partir dos novos detalhes');axis tight
grid

```

A.2 – PROGRAMA DO COMPACTADOR DE SINAIS

```

clear
clc
close
[A,B]=xlsread('IONb1-60.xls');
InicioLinha=0;
FimLinha=0;
InicioColuna=input('Entre o inicio da coluna a ser lida (Min=1): ');
FimColuna=input('Entre o fim da coluna a ser lida (Max=60): ');
w=input('Escolha um dos tipos de wavelet (db1...10, coif1...5, sym2...8, dmey): ','s');
for m=InicioColuna:FimColuna
    x=0; %servira para parar quando encontrar o primeiro nivel que apresentar a energia do erro <
limiar
    s=A(:,m);
    ls=length(s);
    if m==InicioColuna % Verifica ate que nivel o sinal pode ser decomposto
        j=0;
        while 2^j<ls
            j=j+1;
        end
        j=j-1; %nivel mais elevado
        n=j;
    end
    %-----
    %COMPRESSAO
    EnergiaSinal=norm(s)^2; %energia do sinal
    neta=0.001;
    limiar=neta*EnergiaSinal; %Calculo do limiar
    eta=0.1;
    TaxaComp=0;
    while TaxaComp<=0.8 & eta<=0.5

```

```

r=0; %utilizado para ajudar na localizacao dos cD's na matriz C
for i=j:-1:1 %i vai do mais alto nivel ate o nivel 1
    [C,L]=wavedec(s,i,w);% Vetor C=[cAn cDn ...cD2 cD1]
    cA=appcoef(C,L,w,i);% Vetor L fonece o comprimento de cada componente no vetor C
inclusive o comprimento do sinal original
    InicioLinha=length(cA)+1;
    FimLinha=InicioLinha+length(cA)-1;
    for k=i:-1:1
        cD=detcoef(C,L,k); % coeficientes de detalhes do nivel k
        step=L/(13-r-k,1); % passo
        limiarDet=eta*max(abs(cD));%Limiar dos detalhes
        for f=1:length(cD)
            if abs(cD(f,1))<limiarDet
                cD(f,1)=0;
            end
        end
        C(InicioLinha:FimLinha,1)=cD;
        InicioLinha=FimLinha+1;
        FimLinha=InicioLinha+step-1;
    end
    M=C(length(cA)+1:length(C),1);% Matriz dos detalhes apos passagem pelo limiar
    H=find(M);% Matriz que retorna os indices de todos os elementos diferentes de zeros
    MM=length(M);
    N=length(H);% Numero de coeficientes de detalhes diferentes de zero
    TaxaComp=(1-(N*2+length(cA))/s); %Taxa de compressao
    A0=waverec(C,L,w);% Recomposicao do sinal com os detalhes apos limiar
    d=abs(s-A0);
    EnergiaErro=norm(d)^2;% Energia da diferenca entre o sinal original e o sinal recomposto
    if EnergiaErro<=limiar & TaxaComp>=0.8
        EnergiaErroPerc=EnergiaErro*100/EnergiaSinal;
        TamArqComp=((2*N+length(cA))*8+(i+2)*8+18);% Tamanho do arquivo compactado
em bytes
        %disp(' Taxa de compressao = '),disp(TaxaComp)
        %disp(' Energia do Erro = '),disp(EnergiaErro)
        V=M(H);% Vetor que retorna os valores correspondentes aos indices dos elementos nao
nulos determinados em H
        %W=zeros(length(M),1);% cria Vetor de zeros na dimensao do vetor M
        %W(H)=V;% Recupera o vetor M
        var=num2str(m);
        save(var,'H','V','MM','cA','L','w')
        figure(m)
        subplot(311);plot(s,'r-');title(['Sinal Original / Limiar percentual = ',
num2str(0.1,'%4.2f'),'%']);axis tight
        grid
        subplot(312);plot(A0);title(['Sinal Reconstituído a partir dos detalhes e coeficiente
A',num2str(i),'; Tamanho do arquivo: ',num2str(TamArqComp), ' bytes']);axis tight
        grid
        subplot(313);plot(d,'b');title(['Diferença entre os sinais / Taxa de compressao =
',num2str(TaxaComp*100,'%3.0f'),'% ',w]);axis tight
        xlabel(['(Energia do Erro / Energia do Sinal Original)*100% =
',num2str(EnergiaErroPerc,'%4.2f'),'%']);axis tight

```



```

        grid
        x=x+1;
        break
    end
    r=r+1;%utilizado para ajudar na localizacao dos cD's na matriz C
end
if x==1
    eta=0.1;
    x=0;
    break
else
    eta=eta+0.1;
end
end
%=====
if eta>0.5
    eta=eta-0.1;
    disp('Nao e possivel alcancar a taxa de compressao > = 80% e EnergiaErro < = Limiar');
    disp ('A compressao sera calculada para o nivel que apresentar EnergiaErro < = Limiar, a
partir de eta = 0.5');
    EnergiaErro=EnergiaSinal;
    while EnergiaErro>limiar & eta>=0
        %-----
---
r=0; %utilizado para ajudar na localizacao dos cD's na matriz C
InicioLinha=0;
FimLinha=0;
for i=j:-1:1
    [C,L]=wavedec(s,i,w);
    cA=appcoef(C,L,w,i);
    InicioLinha=length(cA)+1;
    FimLinha=InicioLinha+length(cA)-1;
    for k=i:-1:1
        cD=detcoef(C,L,k);
        step=L(13-r-k,1);
        limiarDet=eta*max(abs(cD));%Limiar dos detalhes do nivel i
        for f=1:length(cD)
            if abs(cD(f,1))<limiarDet
                cD(f,1)=0;
            end
        end
        C(InicioLinha:FimLinha,1)=cD;
        InicioLinha=FimLinha+1;
        FimLinha=InicioLinha+step-1;
    end
    M=C(length(cA)+1:length(C),1);% Vetor dos detalhes apos passagem pelo limiar
    MM=length(M);
    H=find(M);% Vetor que retorna os indices de todos os elementos diferentes de zeros no
vetor M
    N=length(H);% Numero de elementos diferentes de zero
    TaxaComp=(1-(N*2+length(cA))/ls); %Taxa de compressao

```

```

A0=waverec(C,L,w); % Recomposicao do sinal com os detalhes apos limiar
d=abs(s-A0);% Recomposicao do sinal com os detalhes apos limiar
EnergiaErro=norm(d)^2; % Energia da diferenca entre o sinal original e o sinal
recomposto
if EnergiaErro<limiar
    EnergiaErroPerc=EnergiaErro*100/EnergiaSinal;
    TamArqComp=((2*N+length(cA))*8+(i+2)*5+18);%tamanho em bytes do arquivo
compactado
    %disp(' Taxa de compressao = '),disp(TaxaComp)
    %disp(' Energia do Erro = '),disp(EnergiaErro)
    V=M(H);% Vetor que retorna os valores correspondentes aos indices dos elementos
nao nulos determinados em H
    %W=zeros(length(M),1);% cria Vetor de zeros na dimensao do vetor M
    %W(H)=V;% Recupera o vetor M
    var=num2str(m);
    save(var,'H','V','MM','cA','L','w')
    figure(m)
    subplot(311);plot(s,'r-');title(['Sinal Original / Limiar percentual =
',num2str(0.1,'%4.2f'),'%']);axis tight
    grid
    subplot(312);plot(A0);title(['Sinal Reconstituído a partir dos detalhes e coeficiente
A',num2str(i),'; Tamanho do arquivo: ',num2str(TamArqComp),' bytes']);axis tight
    grid
    subplot(313);plot(d,'b');title(['Diferença entre os sinais / Taxa de compressao =
',num2str(TaxaComp*100,'%3.0f'),'% ',w]);axis tight
    xlabel(['(Energia do Erro / Energia do Sinal Original)*100% =
',num2str(EnergiaErroPerc,'%4.2f'),'%']);axis tight
    grid
    x=x+1;
    break
end
r=r+1;%utilizado para localizar os cD's na matriz C
end
if x==1
    eta=0.1;
    x=0;
    break
else
    eta=eta-0.1;
end
if eta==0
    disp(' Taxa de compressao = 0')
end
end % while
end
end

```

LISTA DE PUBLICAÇÕES

A - Trabalhos completos publicados em anais de eventos

1. LIRA, M. M. S; DE OLIVEIRA, H. M; CINTRA, R. J. S; SOUZA, R. M. C. *Wavelet for Elliptical Waveguide Problems*. 2nd WSEAS INT. CONF. ON WAVELET ANALYSIS AND MULTIRATE SYSTEMS (WAMUS 2002), Vouliagmeni, Athens, Greece, Dec 29-31, 2002.
2. LIRA, M. M. S; CARVALHO JUNIOR, M. A; DE OLIVEIRA, H. M. *Compactação de Sinais de Distúrbios em Sistemas Elétricos de Transmissão via Wavelets*. XVII SIMPÓSIO NACIONAL DE PRODUÇÃO E TRANSMISSÃO DE ENERGIA ELÉTRICA (SNPTEE 2003), Uberlândia - MG, 19-24 Out, 2003.
3. LIRA, M. M. S; DE OLIVEIRA, H.M; CARVALHO JUNIOR, M. A; SOUZA, R. M. C. *Compactly Supported Wavelets Derived from Legendre Polynomials: Spherical Harmonic Wavelets*. 7th WSEAS INT. MULTICONFERENCE CSCC, Corfu, Greece, July 7-10, 2003.
4. LIRA, M. M. S; CARVALHO JUNIOR, M. A; AQUINO, R. R. B; VALENÇA, M. J. S; LEITÃO, J. J. A. L. *Classificação de Distúrbios Elétricos Utilizando Wavelets, Componentes Principais e Redes Neurais Artificiais*. CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA (CBA 2004), Gramado – RS, 21–24 Set, 2004.

B - Artigo completo publicado em periódico

1. LIRA, M. M. S; DE OLIVEIRA, H. M; CINTRA, R. J. S. *Elliptical-Cylindrical Wavelets: The Mathieu Wavelets*. IEEE Signal Processing Letters, v.11, n.1, p. 52 - 55, Jan. 2004.

C - Capítulos de livros publicados

1. LIRA, M. M. S.; DE OLIVEIRA, H. M.; CARVALHO JUNIOR, M. A.; SOUZA, R. M. C. *Compactly Supported Wavelets Derived from Legendre Polynomials: Spherical Harmonic Wavelets* **In:** Computational Methods in Circuits and Systems Applications ed. Piraneus, Greece : WSEAS Press, v.1, p. 211-216, 2003.